

Notes on Inverse Primakoff Scattering of Axions

永田 夏海 (東京大学)

ミグダル観測検討会2020
神戸大学六甲台第二キャンパス
2020年12月9日

Based on T. Abe, K. Hamaguchi, and N. Nagata, [[arXiv:2008.03924](https://arxiv.org/abs/2008.03924)].

Summary

アクションと原子の逆 Primakoff 散乱断面積について、
きちんと計算された形状因子を用いて再計算したら、
従来計算よりも1桁ほど小さい値を得た。

という話 (+a) をします。

Axion

アクシオン： Peccei-Quinn対称性の自発的破れに伴う

R. D Peccei and H. R. Quinn (1977); S. Weinberg (1978); F. Wilczek (1978).

動機

- QCDがCP対称的であることをうまく説明する。
- 暗黒物質の候補。

相互作用

質量

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{1}{f_a} J_{\text{PQ}}^\mu \partial_\mu a \quad m_a \simeq \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^2}{f_a}$$

Axion interactions

アクシオンは一般に光子と次のような相互作用を持つ：

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{g_{a\gamma\gamma}}{4} a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$$

$$g_{a\gamma\gamma} = \frac{\alpha}{2\pi f_a} \left[\frac{E}{N} - \frac{2}{3} \frac{4m_d + m_u}{m_u + m_d} \right] \simeq \frac{\alpha}{2\pi f_a} \left[\frac{E}{N} - 2.0 \right]$$

この因子が模型に依存する。

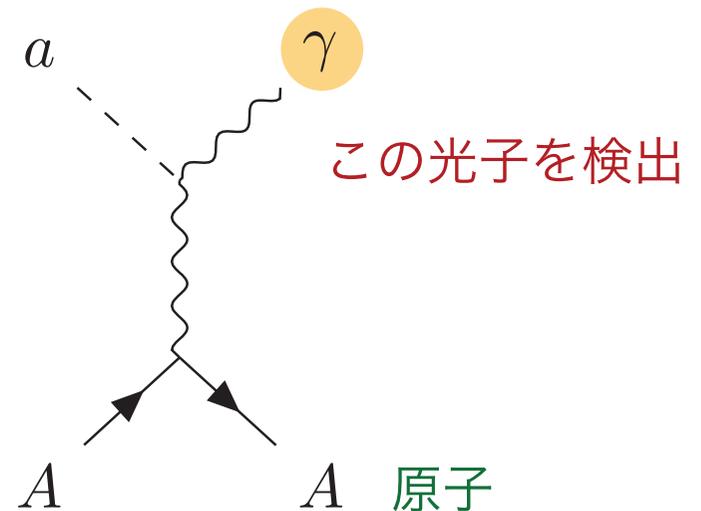
有名な模型:

- KSVZ model: $E/N = 0$ J. E. Kim (1979); M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, V. I. Zakharov (1980).
- DFSZ model: $E/N = 8/3$ A. R. Zhitnitsky (1980); M. Dine, W. Fischler, M. Srednicki (1981).

この相互作用を用いてアクシオンを探索することができる。

Inverse Primakoff scattering

アクシオンと原子の逆 Primakoff 散乱過程が、アクシオン探索においてしばしば用いられる。



● 太陽アクシオン探索 $O(1)$ keV

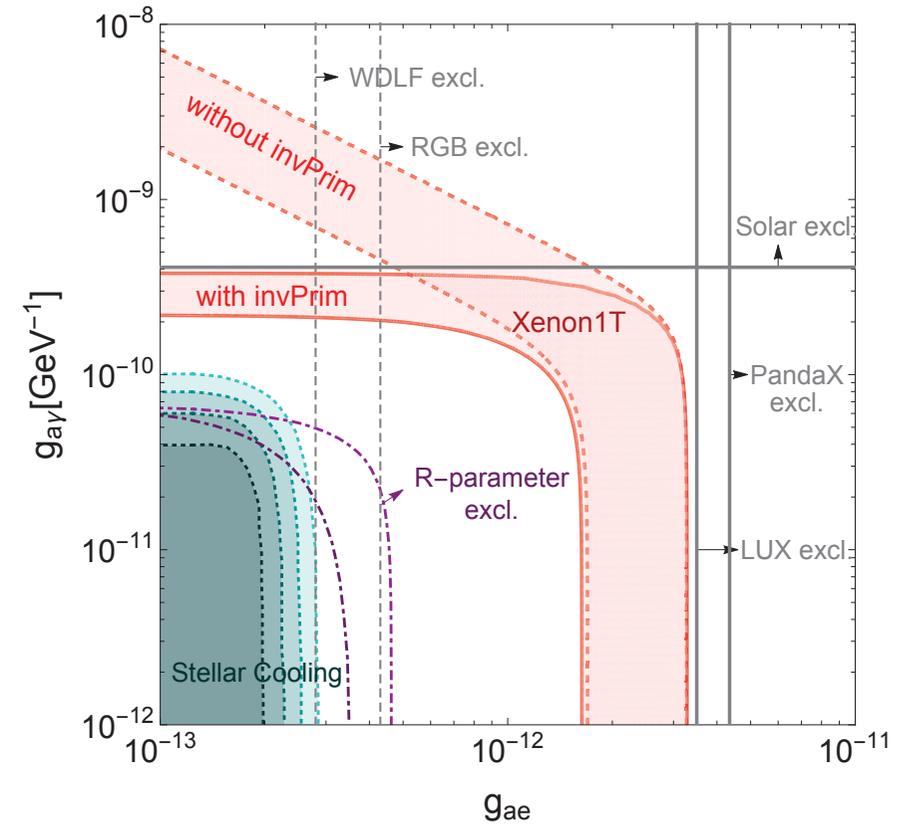
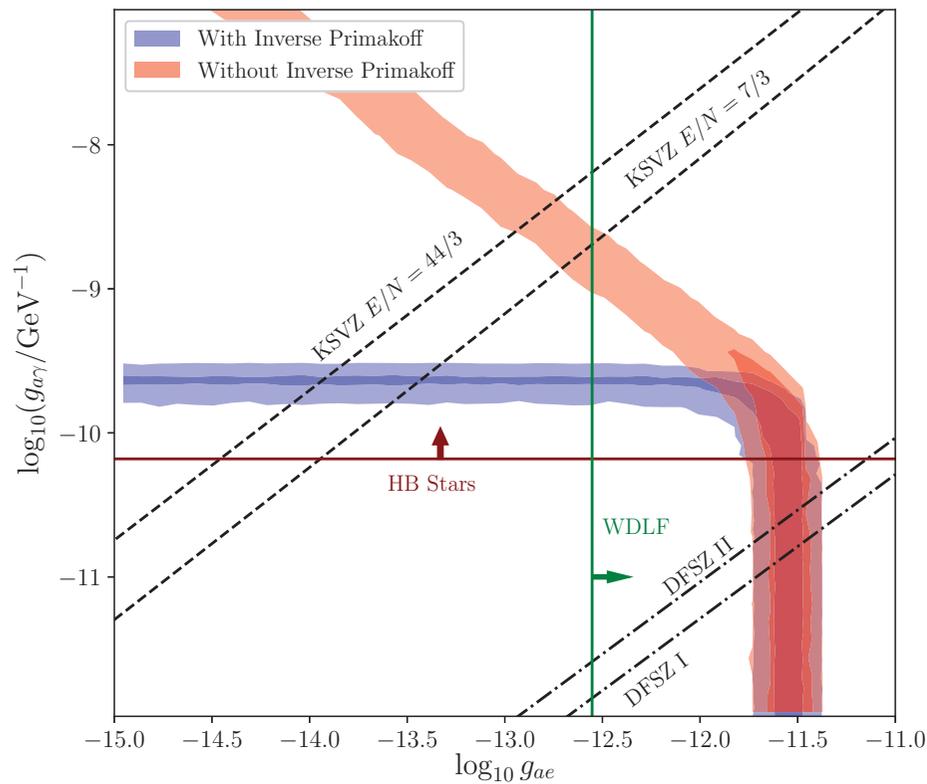
- SOLAX
- DAMA
- COSME
- CDMS
- EDELWEISS-II

● XENON1Tの最新の結果と関連して再注目されている。

J. B. Dent, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **125**, 131805 (2020).

C. Gao, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **125**, 131806 (2020).

Inverse Primakoff vs XENON1T



J. B. Dent, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **125**, 131805 (2020). C. Gao, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **125**, 131806 (2020).

逆 Primakoff 過程もXenon1Tの信号事象に
寄与しうることが指摘された。

Look at their calculation

彼らの行った計算をもう少し詳しく見てみる。

For an axion of momentum k_a , the inverse Primakoff cross section is given by [14,15,17]

$$\sigma(k_a) = \frac{Z^2 \alpha g_{a\gamma}^2}{2} \left(\frac{2r_0^2 k_a^2 + 1}{4r_0^2 k_a^2} \ln(1 + 4r_0^2 k_a^2) - 1 \right) \quad (2)$$

where r_0 is the screening length for which we take as the Wigner-Seitz radius in LXe, 2.45 Å.

J. B. Dent, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **125**, 131805 (2020).

- スクリーン長 r_0 が出てくる。
- 2つの文献で値が異なる！

$$r_0 = \begin{cases} 2.45 \times 10^{-10} \text{ m} \\ 0.49 \times 10^{-10} \text{ m} \end{cases}$$

- 大元の計算は次の論文でなされたようだ：

where Xe represents the xenon nucleus. The differential cross section is given by [44,46,53]

$$\frac{d\sigma_{a \rightarrow \gamma}^{\text{invPrim}}}{d\Omega} = \frac{\alpha}{16\pi} g_{a\gamma}^2 \frac{\mathbf{q}^2}{k^2} (4 - \mathbf{q}^2/k^2) F_a^2(\mathbf{q}^2), \quad (2)$$

where α is the fine structure constant, \mathbf{k} is the momentum of the incoming axion and \mathbf{q} is the momentum transfer. In the limit of small axion mass, $m_a \ll |\mathbf{k}|$, the energy of the outgoing photon is also approximately $|\mathbf{k}|$. F_a is the form factor characterizing the screening effect of the electric charge of the nucleus, given by $F_a(\mathbf{q}^2) = Zk^2/(r_0^{-2} + \mathbf{q}^2)$, where $Z = 54$ is the atomic number of xenon and r_0 is the screening length [44], that can be determined numerically. We take the expression above and fit the form factor by the relation $F_a = k^2/\mathbf{q}^2(Z - F_\gamma)$ [44], and the atomic form factor F_γ is reported in Ref. [54]. The fit gives $r_0^{-1} = 4.04 \text{ keV} = (49 \text{ pm})^{-1}$, which is close to the reciprocal of the xenon atomic radii 108 pm [55]. This screening length corresponds to a screened charge of $Z_{sc} = 5.3$ for xenon at $|\mathbf{q}| = 3 \text{ keV}$.

C. Gao, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **125**, 131806 (2020).

Look at the original calculation

Volume 237, number 2

PHYSICS LETTERS B

15 March 1990

COHERENT PRODUCTION OF LIGHT SCALAR OR PSEUDOSCALAR PARTICLES IN BRAGG SCATTERING

W. BUCHMÜLLER ^{a,b} and F. HOOGEVEEN ^a

^a *Institut für Theoretische Physik, Universität Hannover, D-3000 Hannover, FRG*

^b *Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, D-2000 Hamburg, FRG*

W. Buchmuller and F. Hoogeveen, Phys. Lett. B **237**, 278 (1990).

遮蔽クーロンポテンシャル

In the electrostatic field of a screened Coulomb potential,

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi, \quad \phi = \frac{Ze}{4\pi r} \exp(-r/r_0), \quad (3)$$

where Z is the nuclear charge and r_0 the screening length, an incoming plane electromagnetic wave,

- ▶ 原子内の静電ポテンシャルの形を湯川型に仮定して計算を行っている。
- ▶ 本当はもっと複雑。結果への影響は??

Reevaluation

微分散乱断面積は次式で与えられる：

$$\frac{d\sigma_{\text{el}}}{d\Omega} = \frac{g_{a\gamma\gamma}^2 \sin^2 \theta}{64\pi^2 (1 - \cos \theta)^2} \left| \int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \langle A_0 | \underline{J^0(\mathbf{x})} | A_0 \rangle \right|^2$$

電磁カレントの時間成分 = $\rho(\mathbf{x})$

この積分は次のように書ける：

$$\int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \langle A_0 | \rho(\mathbf{x}) | A_0 \rangle = e [Z - F(\mathbf{q})]$$

原子核の寄与 電子の寄与 $|A_0\rangle$: 原子の基底状態
Z: 原子番号

形状因子

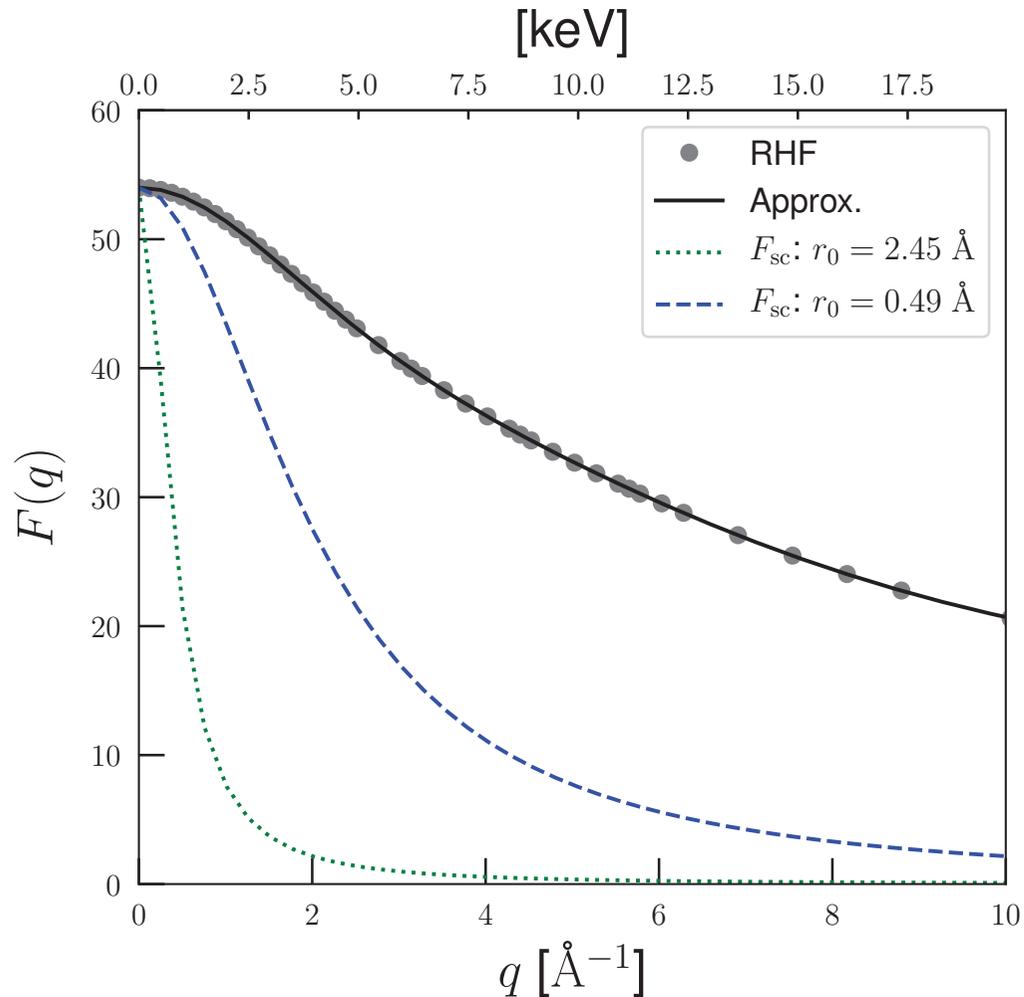
遮蔽クーロンポテンシャル

$$F(\mathbf{q}) \equiv \sum_i \langle A_0 | e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}_i} | A_0 \rangle$$

$$F_{\text{sc}}(q; r_0) = \frac{Z}{1 + q^2 r_0^2}$$

きちんと計算した結果と比べてみる。

Form factors



Xe: $Z = 54$

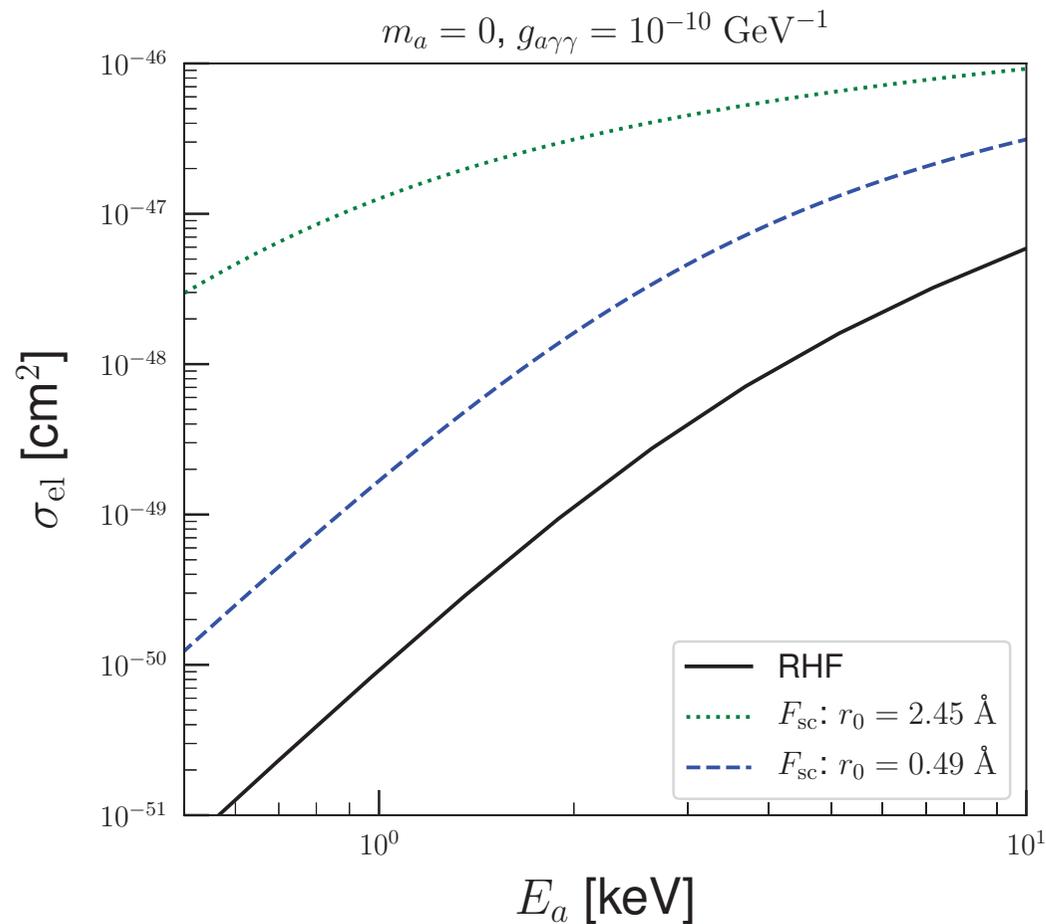
Relativistic Hartree-Fock 法で
求めた形状因子をプロットした。

[International Tables for Crystallography]

従来の計算では形状因子の大きさが過小評価されている。

➡ 微分散乱断面積は過大評価されていたことになる。

Cross sections



Xe: $Z = 54$

keV 領域以下で一桁（以上）小さい散乱断面積が得られた。

Reason for the large deviation

特に低エネルギー側で大きくずれた理由を探るため、形状因子を移行運動量で展開する。

$$F(\mathbf{q}) = \sum_i \langle A_0 | e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_i} | A_0 \rangle \simeq Z \left[1 - \frac{q^2}{6} \langle r^2 \rangle \right] \quad \langle A_0 | \mathbf{x}_i | A_0 \rangle = 0$$

遮蔽クーロンポテンシャル

RHF

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle}_{\text{sc}} = \sqrt{6} r_0 \simeq \begin{cases} 6.0 \text{ \AA} & (r_0 = 2.45 \text{ \AA}) \\ 1.2 \text{ \AA} & (r_0 = 0.49 \text{ \AA}) \end{cases} \quad \sqrt{\langle r^2 \rangle} \simeq 0.56 \text{ \AA}$$

散乱断面積

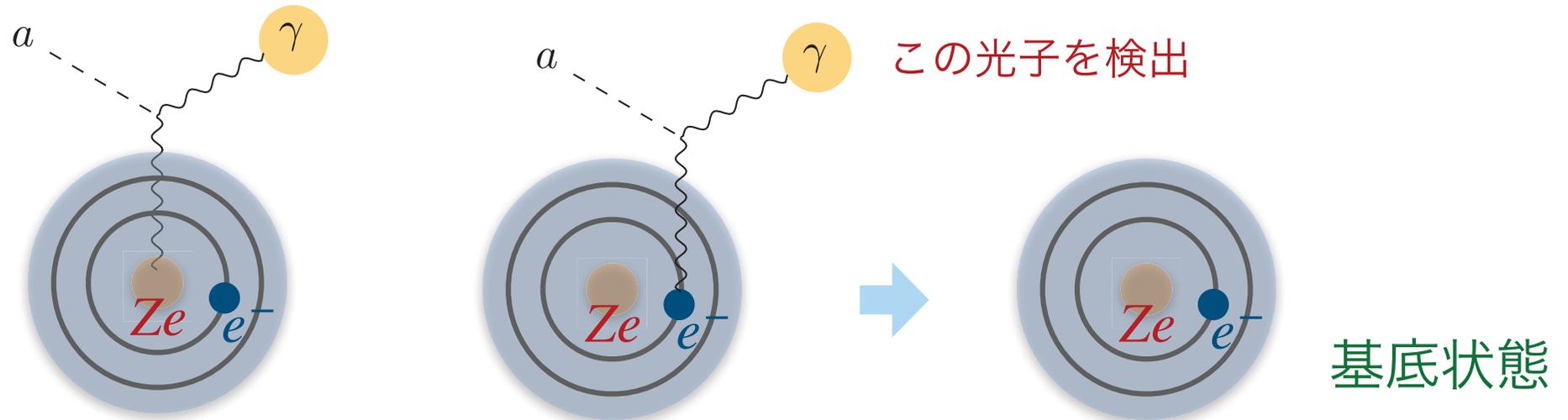
$$\sigma_{\text{el}} \simeq \frac{1}{54} \alpha g_{a\gamma\gamma}^2 Z^2 E_a^4 \langle r^2 \rangle^2$$

原子の『大きさ』の見積もりが少し違うだけで結果は大きく異なる。

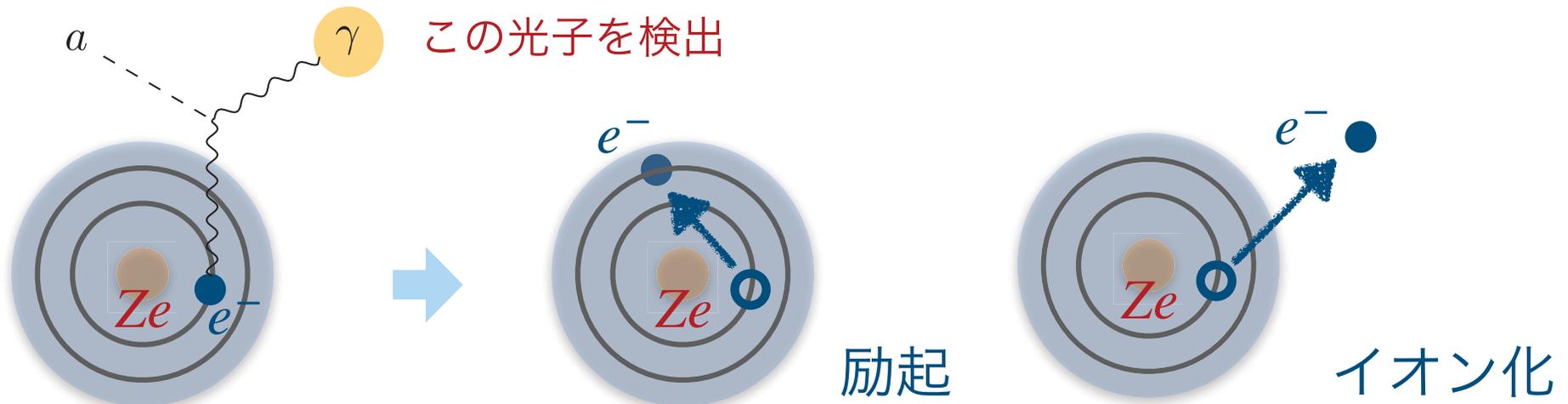
$$\propto \left(\sqrt{\langle r^2 \rangle} \right)^4$$

Inelastic scattering

以上考えてきた過程では、始状態と終状態とで原子の状態は変化しなかった（弾性散乱）。



原子の状態が変化する過程も信号に寄与しうる（非弾性散乱）。



Inelastic scattering

以下では、アクシオンのエネルギーが原子のエネルギー準位差と比較して十分に大きい場合に正当化される近似計算を行う。

$$\begin{aligned} \sum_{n>0} \frac{d\sigma_{\text{inel}}^{(n)}}{d\Omega} &\simeq \frac{g_{a\gamma\gamma}^2 \sin^2 \theta}{64\pi^2 (1 - \cos \theta)^2} \sum_{n>0} \left| \int d^3\mathbf{x} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \langle A_n | \rho(\mathbf{x}) | A_0 \rangle \right|^2 \\ &= \frac{e^2 g_{a\gamma\gamma}^2 \sin^2 \theta}{64\pi^2 (1 - \cos \theta)^2} \sum_{n>0} \left| \sum_i \underbrace{\langle A_n | e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}_i} | A_0 \rangle}_{\text{電子の寄与のみ}} \right|^2 \end{aligned}$$

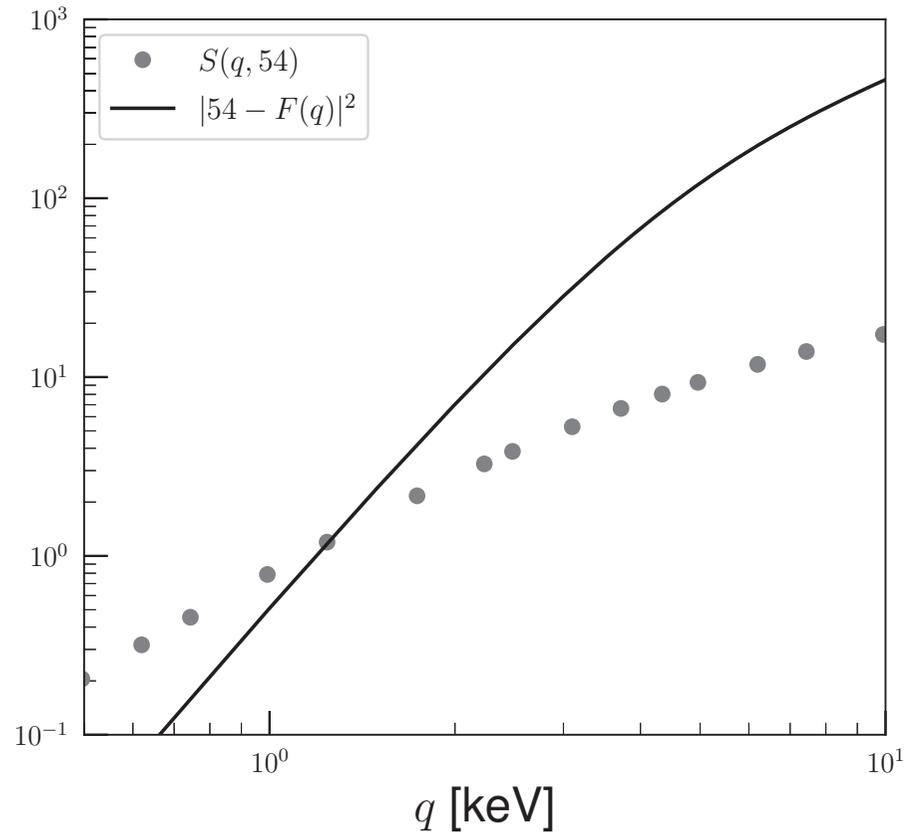
$\langle A_n | A_0 \rangle = 0$

従って、

(弾性散乱) : (非弾性散乱)

$$= [Z - F(\mathbf{q})]^2 : S(\mathbf{q}, Z) \equiv \sum_{n>0} \left| \sum_i \langle A_n | e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}_i} | A_0 \rangle \right|^2$$

Elastic vs inelastic



J. H. Hubbell, et al., Journal of Physical and Chemical Reference Data **4**, 471 (1975),

低エネルギー散乱において非弾性散乱の寄与が重要になりうる。

T. Abe, K. Hamaguchi, and N. Nagata, [arXiv:2008.03924].

Remarks: further detail

非弾性散乱の寄与をきちんと取り入れるには，エネルギー移行を考慮して信号に寄与する過程のみを足しあげなければならない。

- 本論文ではこのような計算は行っていない。
- きちんと計算を行うためには，標的原子について

▶ 原子の波動関数: $|A_n\rangle$

▶ エネルギー準位: E_n

▶ 行列要素: $\langle A_n | \sum_i e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}_i} | A_0 \rangle$ を求めれば良い。

伊部さん，中野くん，庄司くんはこれらの情報を持っているので計算できるはず！

Remarks: XENON1T

断面積が先行研究から桁でずれることを示しましたが、

$$\text{(XENON1Tのイベント数)} \propto \frac{1}{f_a^4}$$

なので、 f_a に対する **favored range** 自体はあまりずれません。

ただ、今後断面積を計算する際には形状因子をきちんと用いて計算するのが良いだろうと考えます。

そして、**非弾性散乱**も考慮するのが望ましいと思います。

Conclusion

アクシオンと原子の逆 Primakoff 散乱断面積について、きちんと計算された形状因子を用いて再計算したら、従来計算よりも1桁ほど小さい値を得た。

非弾性散乱過程も重要になりうることを議論した。

Backup

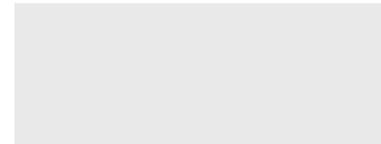
Strong CP problem

QCDラグランジアンは一般にCP対称性を破る項を含む。

$$\mathcal{L}_\theta = \theta_G \frac{\alpha_s}{8\pi} G_{\mu\nu}^A \tilde{G}^{A\mu\nu} - \sum_q m_q \bar{q} \theta_q i\gamma_5 q \quad \tilde{G}_{\mu\nu}^A = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} G^{A\rho\sigma}$$

これらの項は中性子の電気双極子モーメントを生み出す。

$$d_n = (2.4 \pm 1.0) \times 10^{-16} \bar{\theta} e \cdot \text{cm}$$



Axion

PQ 変換

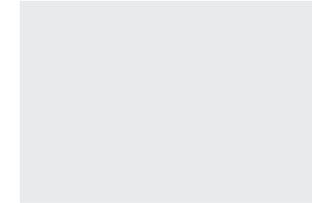
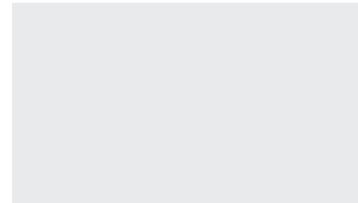
$$a \rightarrow a + f_a \alpha$$

有効ポテンシャル

$$V(a) \simeq \frac{1}{2} \mathcal{T} \left(\frac{a}{f_a} + \bar{\theta} \right)^2$$

低エネルギー有効ラグランジアン

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{g_s^2}{32\pi^2 f_a} a G_{\mu\nu}^A \tilde{G}^{A\mu\nu}$$



High-energy scattering

アクシオンのエネルギーがもっと高い場合は計算は単純化される。

$$q \gg r_A^{-1} \text{ のとき: } F(q) \rightarrow 0 \quad r_A: \text{原子の大きさ}$$

散乱角が非常に小さいときにはこの条件は満たされないが、
この場合の微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma_{\text{el}}}{d\Omega} \simeq \frac{\alpha g_{a\gamma\gamma}^2 E_a^4}{144\pi} Z^2 \langle r^2 \rangle^2 \sin^2 \theta$$

で与えられるのでこの部分の寄与は無視できる。

$$\rightarrow \sigma_{\text{el}} \simeq \frac{\alpha Z^2 g_{a\gamma\gamma}^2}{8E_a^2} \int_{r_A^{-1}}^{2E_a} dq \frac{[4E_a^2 - q^2]}{q} \simeq \frac{\alpha Z^2 g_{a\gamma\gamma}^2}{2} \left[\ln(2E_a r_A) - \frac{1}{2} \right]$$

原子の大きさにはlogでしか依らない。

High-energy scattering

弾性散乱

$$[Z - F(\mathbf{q})]^2 \rightarrow Z^2$$

非弾性散乱

$$\begin{aligned} S(\mathbf{q}, Z) &= \sum_n \left| \sum_i \langle A_n | e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_i} | A_0 \rangle \right|^2 - \left| \sum_i \langle A_0 | e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_i} | A_0 \rangle \right|^2 \\ &= \langle A_0 | \sum_{i,j} e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)} | A_0 \rangle - |F(\mathbf{q})|^2 \\ &= Z - |F(\mathbf{q})|^2 + \langle A_0 | \sum_{i \neq j} e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)} | A_0 \rangle \\ &\rightarrow Z \end{aligned}$$

高エネルギー散乱の場合非弾性散乱は常にsubdominant.

Supernova axion

近傍の超新星由来のアクシオンによる逆 Primakoff 過程のイベント数を, **Hyper-Kamiokande**について見積もってみた。

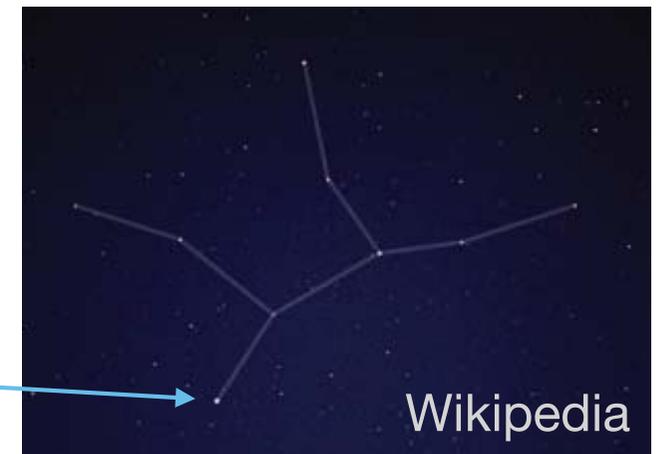
$$N_{\text{event}} \simeq 1 \times \left(\frac{3 \times 10^8 \text{ GeV}}{f_a} \right)^4 \left(\frac{C_{N,\text{eff}}}{0.37} \right)^2 \left(\frac{g_{a\gamma\gamma} f_a}{\alpha/\pi} \right)^2 \left(\frac{\Delta t}{10 \text{ s}} \right) \left(\frac{d_{\text{SN}}}{100 \text{ pc}} \right)^{-2}$$

典型的なアクシオンのエネルギー: **O(10) MeV**.

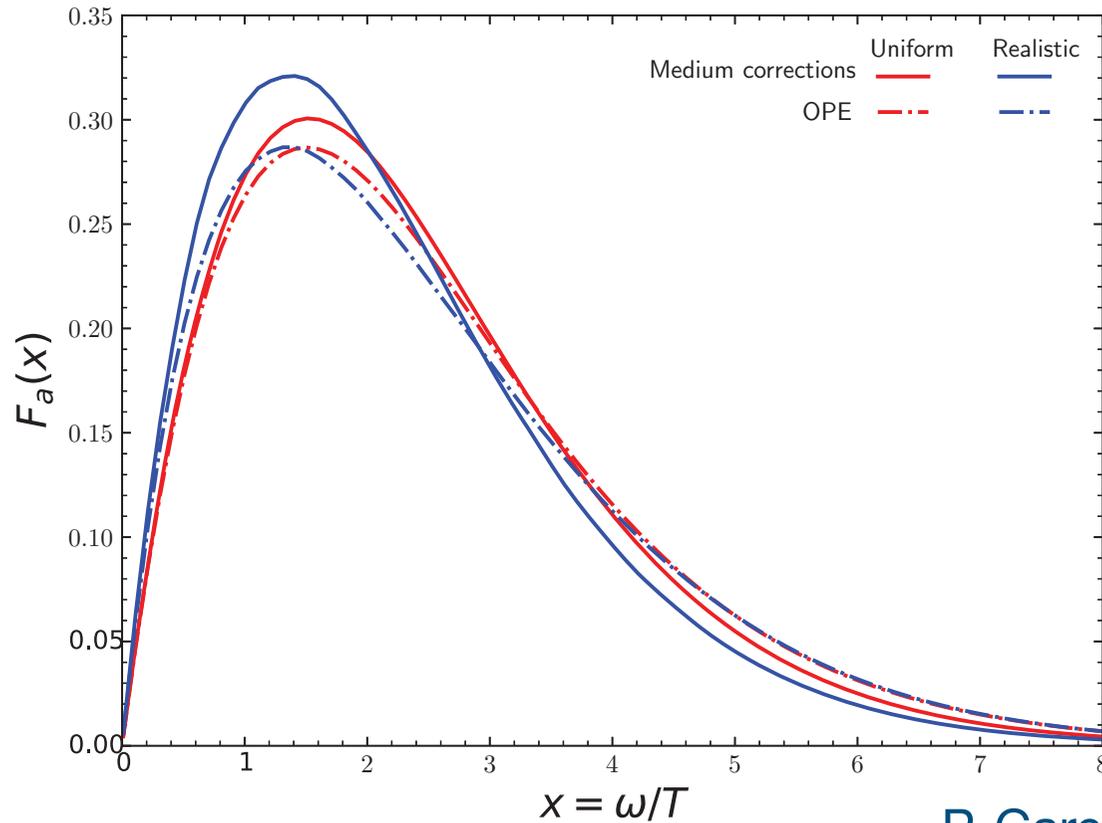
ニュートリノBGに埋もれる中見つけ出すのは困難だとは思いますが, 考えてみても面白いかも。

[スピカ \(乙女座; 77 pc\)](#)

スピカ



Axion spectrum



P. Carenza, *et al.*, JCAP **1910**, 016 (2019).

$$\langle \omega \rangle \simeq 2.3T$$

$$T \simeq 30 \text{ MeV}$$