

2025年度：宇宙線と素粒子の実験

(ミュー粒子実験)

本日の予定

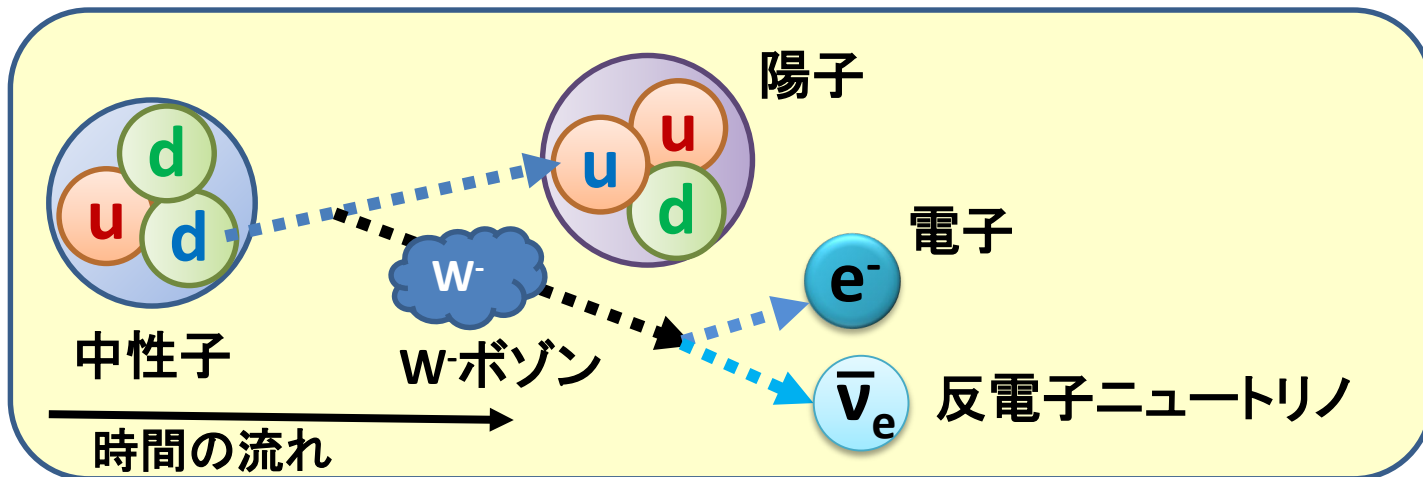
1. 実験操作
 - シングルレート、コインシデンスの操作と測定
2. 実験1の開始
3. 寿命、突き抜け事象、検出器のエネルギー較正の説明
4. データ解析1(エネルギー較正と分解能の解析)
5. フラックス、立体角の説明
6. データ解析2($S\Omega$ の計算、フラックスの計算)

目的(復習)

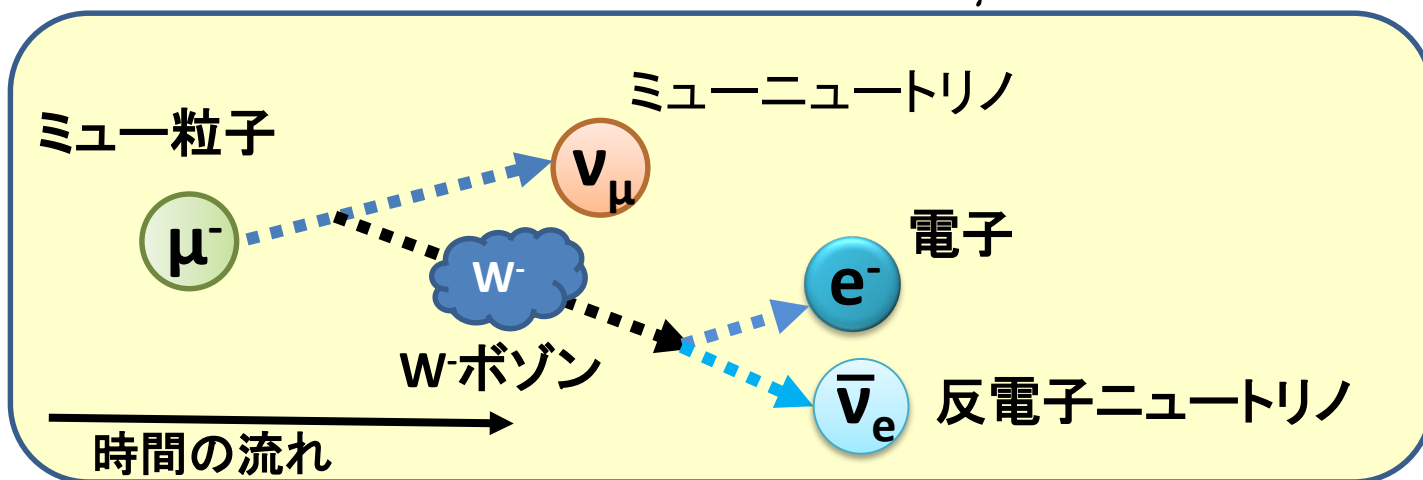
- ミュー(μ)粒子を題材に、**素粒子実験の基礎**を学ぶ
 - 粒子の「崩壊」、弱い相互作用、、、
- 本実験で行う事は以下。
 1. μ 粒子の寿命を測定する。
 2. 宇宙線 μ 粒子のフラックスを測定する。
 3. μ 粒子の最小電離作用を利用してプラスチックシンレータ検出器のエネルギー較正を行う。また、エネルギー分解能を求める。
 4. μ 粒子崩壊での放出電子(放出陽電子)のエネルギー分布を測定し、理論計算と比較する。

ミュー粒子の崩壊(復習)

■ ベータ崩壊 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$



■ ミュー粒子の崩壊 $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$



崩壊電子のエネルギー分布

テキスト
4(エ)

■ μ^- 粒子の崩壊における電子のエネルギー分布

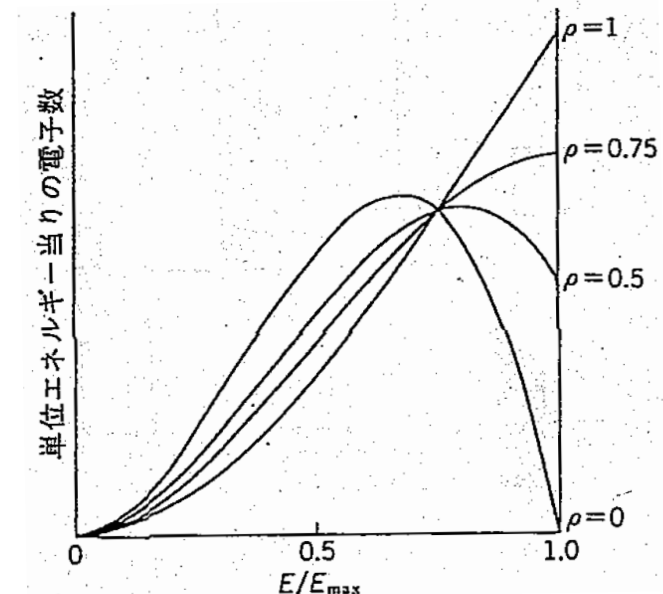
$$P(x)dx = \begin{cases} 4x^2 \left\{ 3(1-x) + \frac{2}{3}\rho(4x-3) \right\} dx & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x < 0, x > 1 \end{cases}$$

■ $x = \frac{E}{E_{max}}$: E はエネルギー、 E_{max} は理論的最大エネルギー

■ $1 = \int P(x)dx$

■ ρ : ミツシエルパラメータ

現在までの実験の結果は $\rho \approx 0.75$ という値を与えており、 μ 粒子の崩壊においては、電子とニュートリノおよび反ニュートリノが放出されることが確かめられている。このことはまた、 μ^- は電子と同符号のレプトン数をもつ粒子であることも示している。



粒子の寿命

粒子の寿命とは？

テキスト
4(イ)

- 人間の(平均)寿命



生まれてから

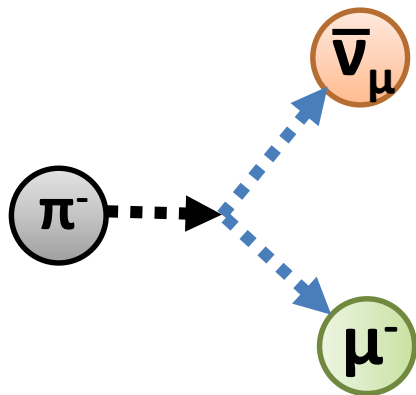


死ぬまで

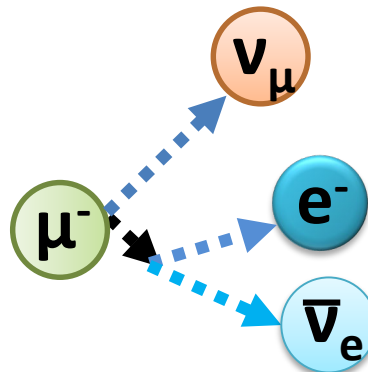
の平均 (算術平均)

*厳密な計算方法は違う

- 粒子の寿命



生成から



崩壊まで

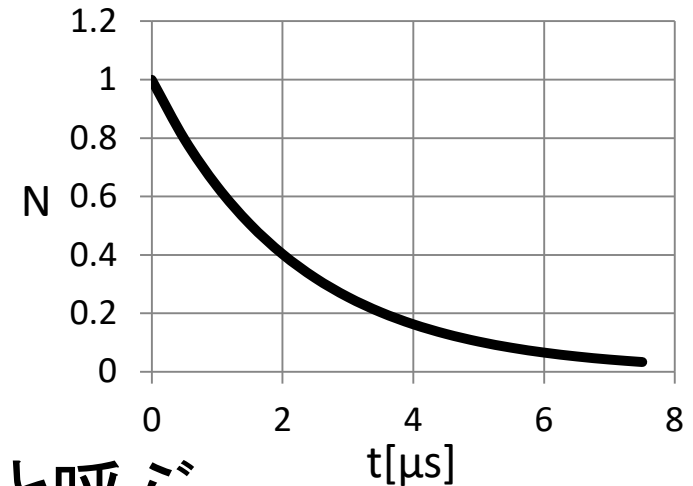
の平均？

粒子の寿命とは？

テキスト
4(イ)

- 時間 t における粒子の個数 N は下の式で表される。

$$N = N_0 \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right)$$



－ここで、定数 τ を”**粒子の寿命**”と呼ぶ。

- 平均寿命

$$\langle T \rangle = \frac{\int_0^\infty t \exp(-t/\tau) dt}{\int_0^\infty \exp(-t/\tau) dt} = \tau$$

粒子の寿命とは？

テキスト
4(イ)

$$N = N_0 \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right)$$

- これは、粒子が単位時間あたり一定の割合で崩壊(減少)することを示している。

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{1}{\tau} N = -\frac{N_0}{\tau} \exp \left(-\frac{t}{\tau} \right)$$

- ミュー粒子の寿命

Mean life $\tau \doteq 2.20 \times 10^{-6} \text{ s}$ (PDG2022)

粒子の寿命の測定

- 微小な時間 $t-\Delta t/2 \sim t+\Delta t/2$ に崩壊する粒子数は

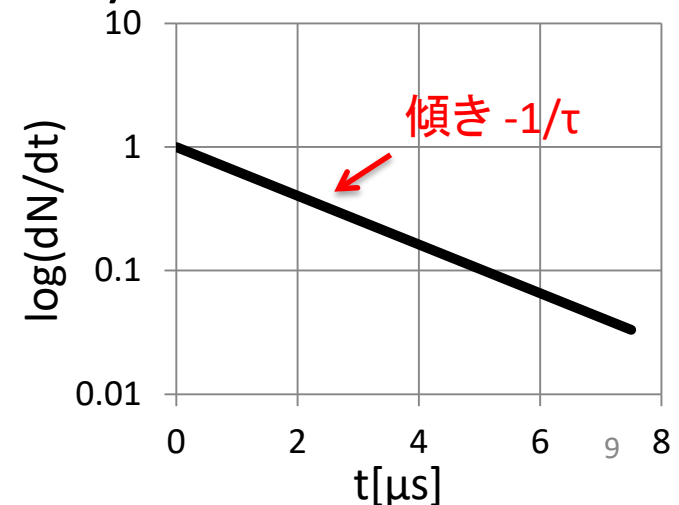
$$\frac{dN}{dt} \cdot \Delta t = -\frac{1}{\tau} N \cdot \Delta t = -\frac{N_0}{\tau} \cdot \Delta t \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

と表す事ができる。対数を取って整理すると、

$$\log\left(\frac{dN}{dt} \cdot \Delta t\right) = \log N + C_1 = -\frac{t}{\tau} + C_2$$

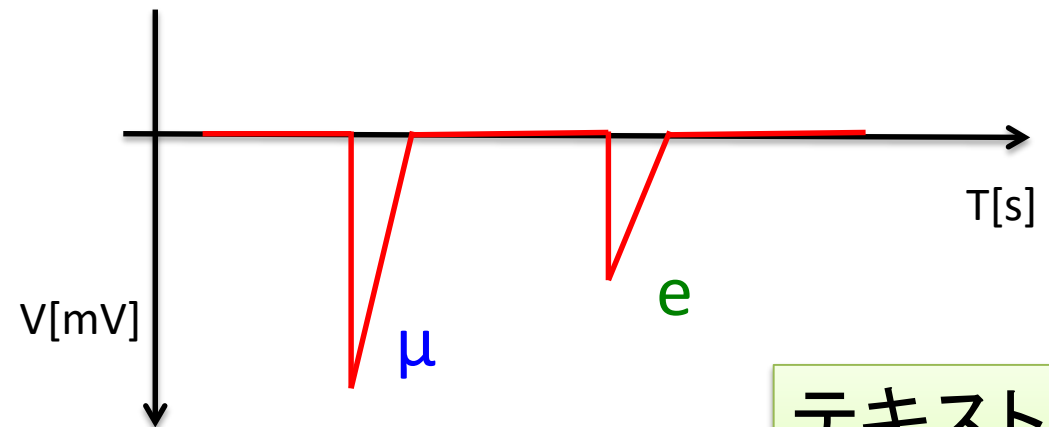
と t に対する直線になる。 (C_1, C_2) は定数

- 微小な時間の崩壊数のlogを取ることで、その傾きとして寿命を測定できる。

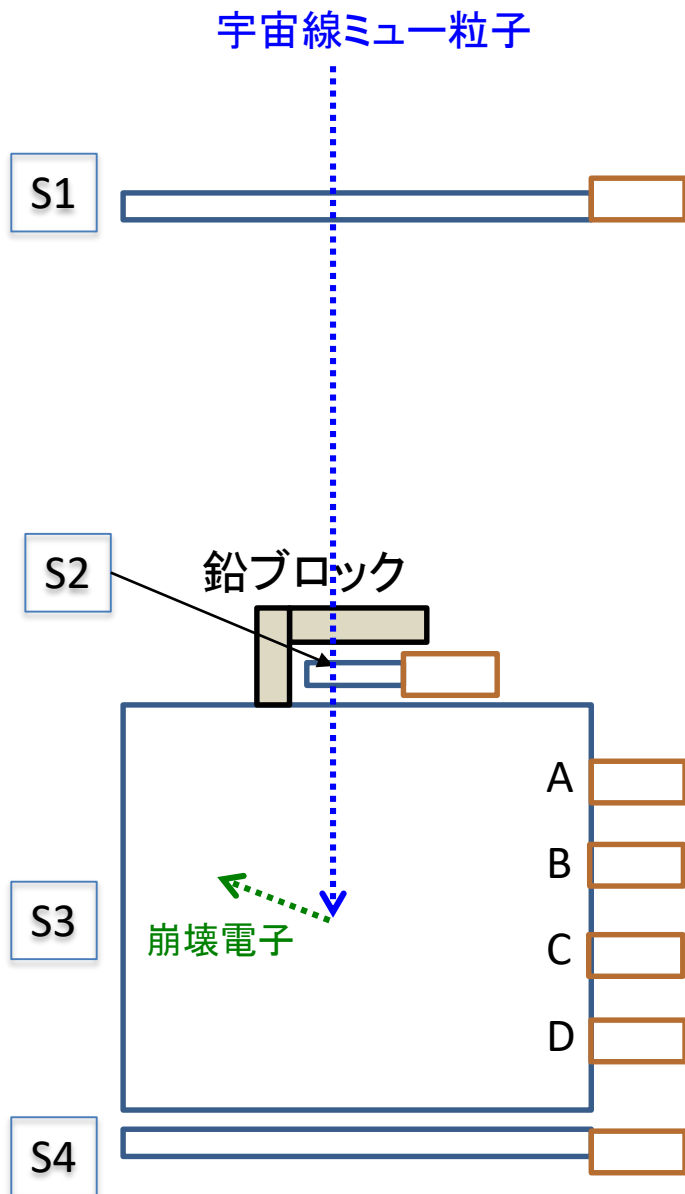


μ 粒子の寿命の測定 (実験1のデータ)

実験1 (S1 S2 S3 $\bar{S4}$) で得られるS3の信号

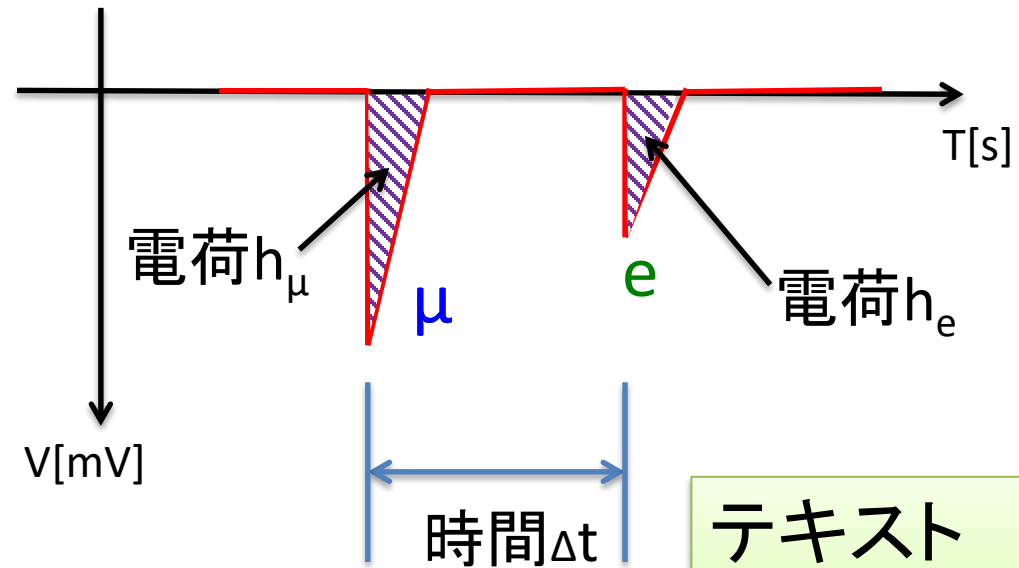
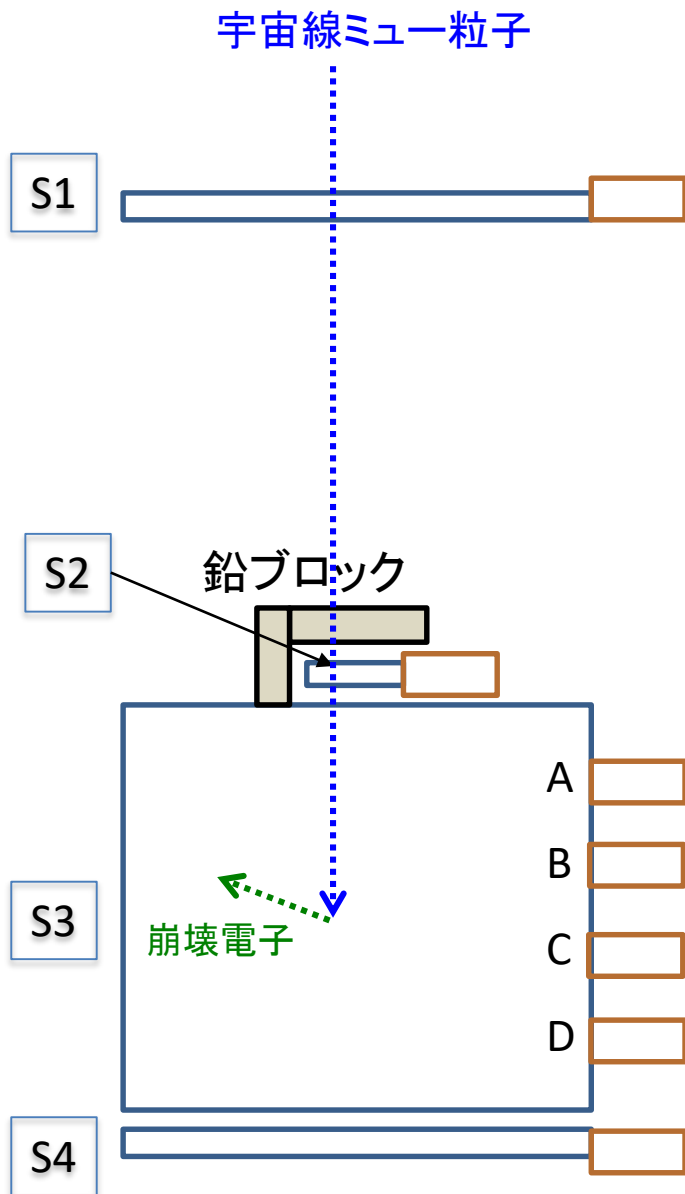


テキスト
3 実験1



μ 粒子の寿命の測定 (実験1のデータ)

実験1 (S1 S2 S3 $\bar{S4}$) で得られるS3の信号

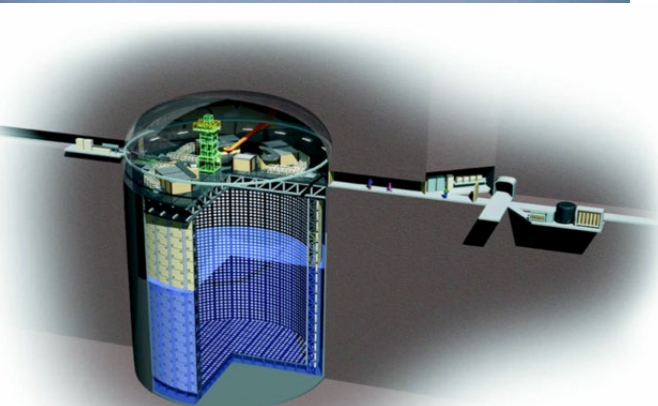


テキスト
3 実験1

μ - e 間の時間情報 Δt と崩壊電子の数を用いて、寿命を測定する。
(解析は来週)

検出器の校正

色々な検出器



粒子の検出器には、本実験で用いるプラスチックシンチレータ以外にも

- 半導体検出器
 - 無機シンチレータ検出器
 - ガス飛跡検出器
 - 水チェレンコフ検出器
- 等がある。

いずれも粒子のエネルギーを電氣的に読み出すことのできる“別の量”に変換し、測定する。

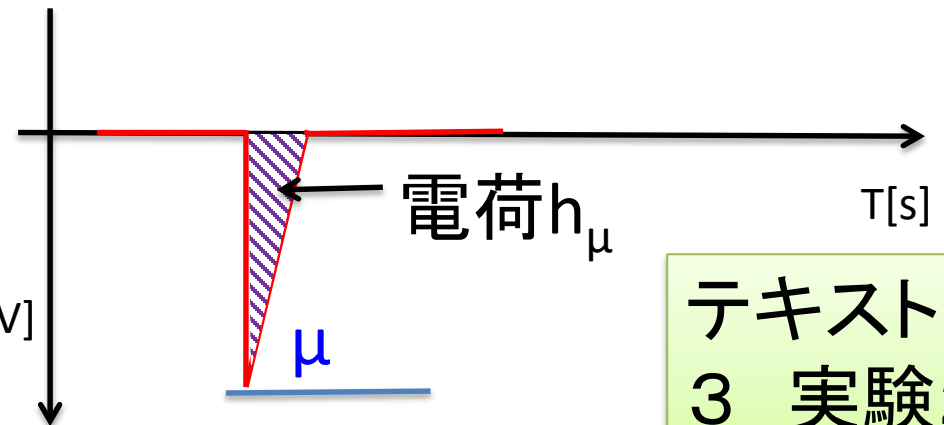
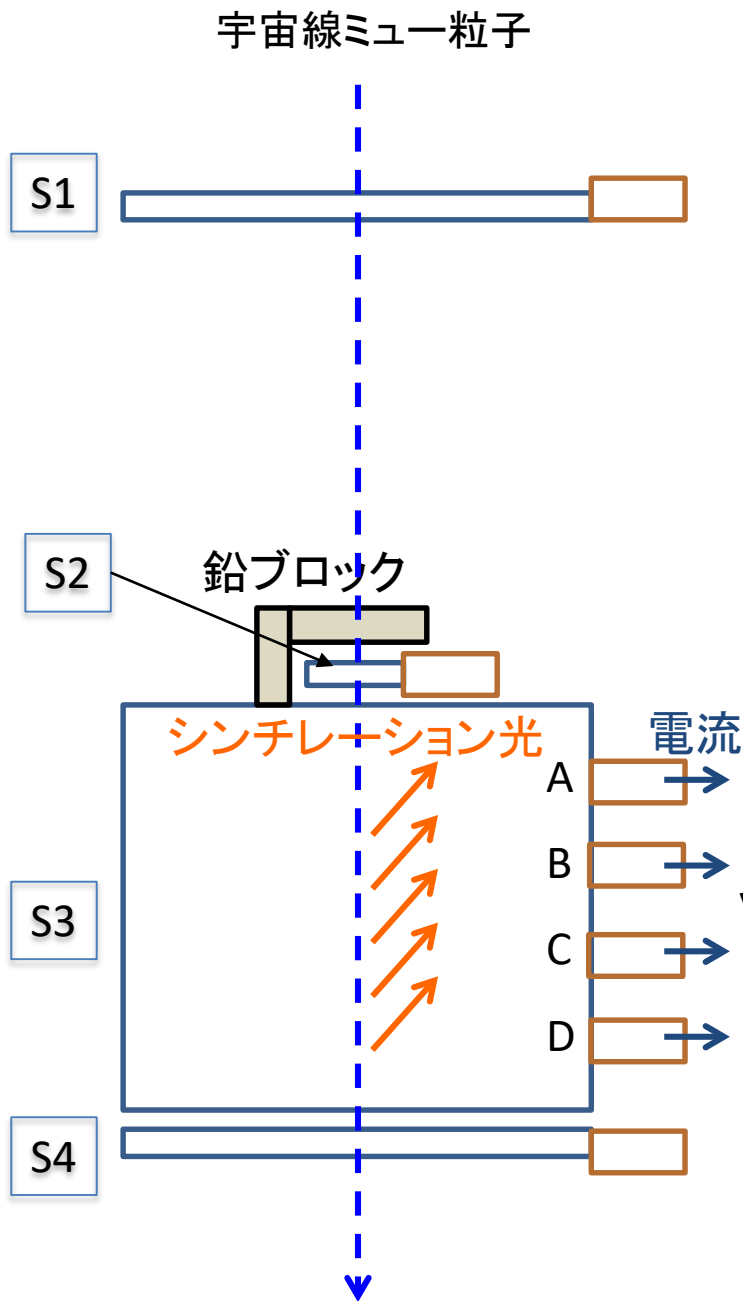
“読み出す量”

= “係数” × “エネルギー”₁₃

検出器の校正 (1)

本実験の検出器は、シンチレータに粒子が与えたエネルギー (粒子のエネルギー損失 E_μ) を光 $\rightarrow$ 電流に変換して読み出す。

実験2 (S1 S2 S3 S4) で得られるS3の信号



テキスト
3 実験2

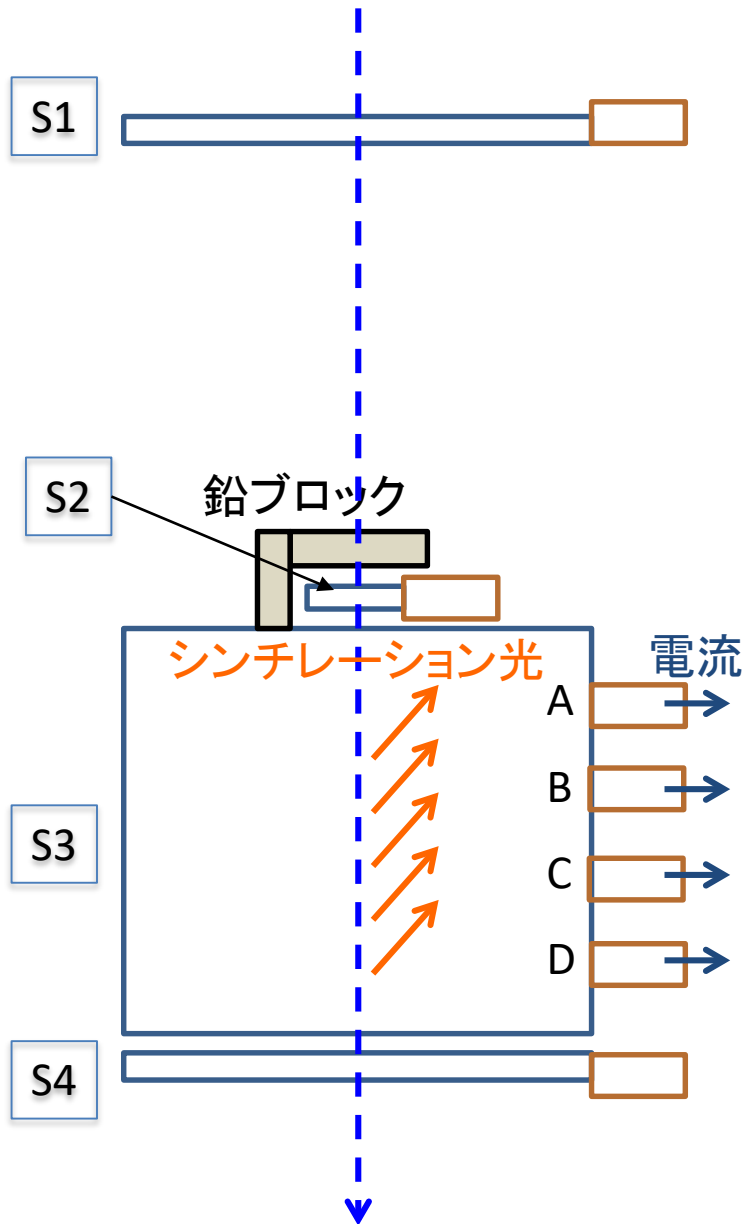
はエネルギーに比例する。

$$E_\mu = \alpha \times h_\mu$$

係数 α を求めることを校正という。

検出器の校正 (2)

宇宙線ミュー粒子



ミュー粒子がシンチレータを電離し、
エネルギー E_μ を損失する



電離した分子個数が E_μ に比例



電離分子がシンチレーション光を放出
光子数が E_μ に比例



光電子増倍管カソード面で、光電効果により電子(光電子)が放出

光電子数 $N_{p.e.}$ が E_μ に比例



光電子増倍管で電子が M 倍に増幅
出力電荷 $Q = q_e \cdot M \cdot N_{p.e.}$ が E_μ に比例

テキスト
3 実験2

電離: Ionization

テキスト
4(オ)

- 荷電粒子が物質中を通過すると、物質中の電子と荷電粒子間のクーロン力によって電子が原子から電離され、荷電粒子のエネルギーの一部が電子に与えられる
- Bohr's formula

$$\frac{dE}{dx} = \frac{z^2 Z e^4 N_A \rho}{4 \pi \epsilon_0^2 A m \cdot v^2} \ln \left[\frac{T_{\max}}{I} \right]$$

- 粒子の速度 $v \ll c$ の非相対論的領域では $dE/dx \propto v^{-2}$ で、速度が小さいほどエネルギー損失大
- $v \cong c$ の相対論的領域では $dE/dx \propto \ln(\gamma)$ であり、 γ 因子の対数でエネルギー損失が上昇する。

Bethe-Bloch Formula

テキスト
4(オ)

$$\bullet \quad -\frac{dE}{dx} = K Z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

– 比例定数 K は

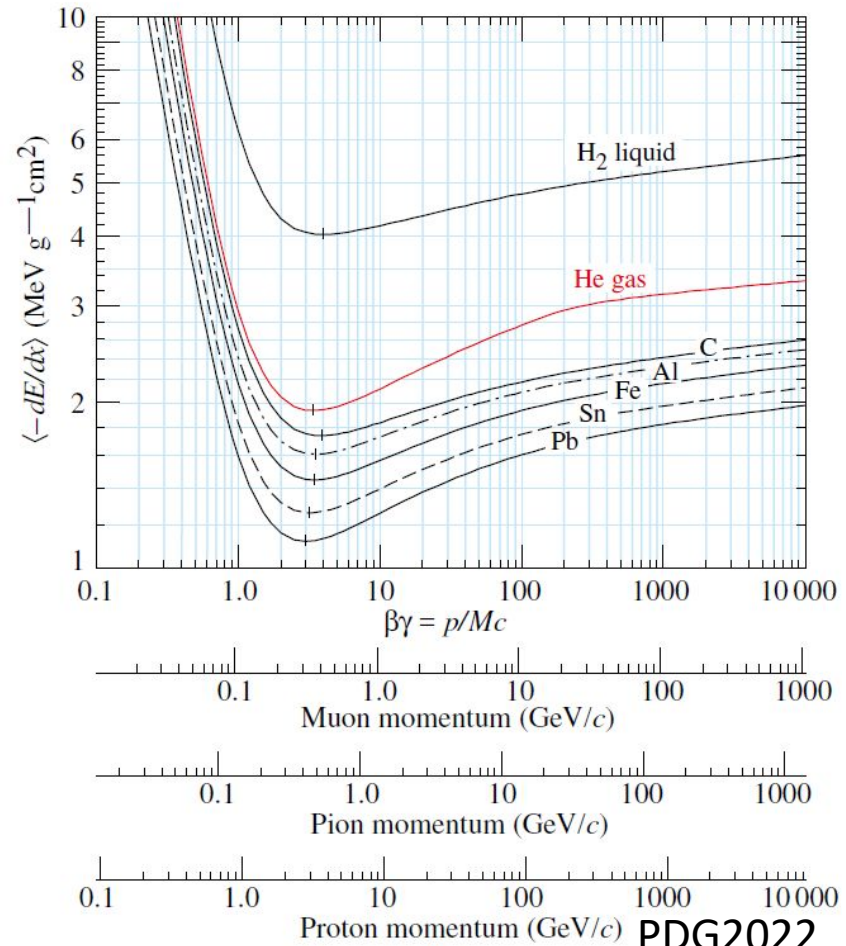
$$\frac{K}{A} = 4\pi \cdot N_A r_e^2 m_e c^2$$

r_e : 古典電子半径

$$\frac{K}{A} = 0.307 [\text{MeV} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}]$$

– $T_{\max}$: max transfer energy

$$T_{\max} = \frac{2\beta^2 \gamma^2 m_e c^2}{1 + 2\gamma \frac{m_e}{m} + \left(\frac{m_e}{m} \right)^2}$$

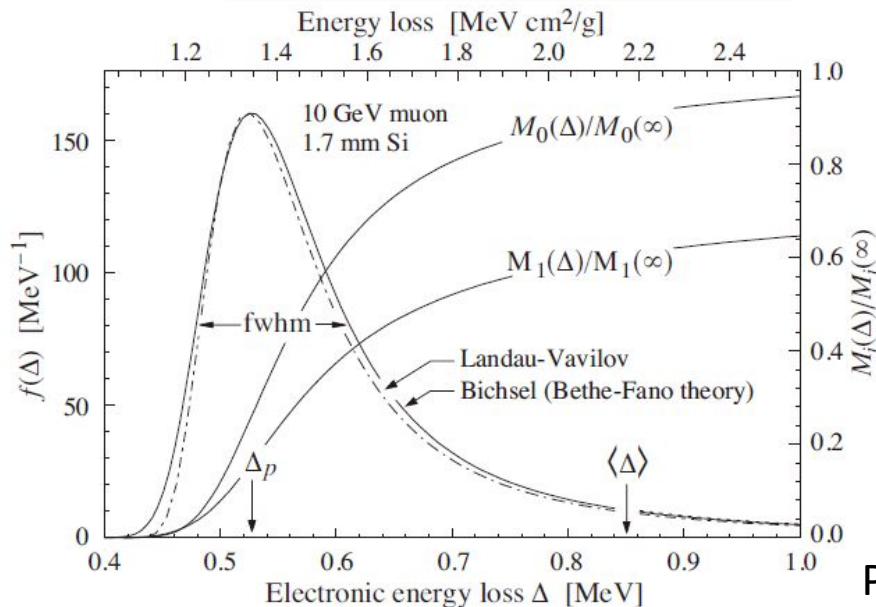


Fluctuation in energy loss

- Landau's theory ($\kappa < 0.01$)

$$\kappa \equiv \bar{\Delta}/T_{\max} : \bar{\Delta} \equiv \xi = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho (Z/A) (z/\beta)^2 x$$

平均のenergy loss dE/dx



PDG2022

energy loss dE/dx

$$f(x, \Delta) = \phi(\lambda) / \xi$$

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp(-u \ln u - u\lambda) \sin(\pi \cdot u) du$$

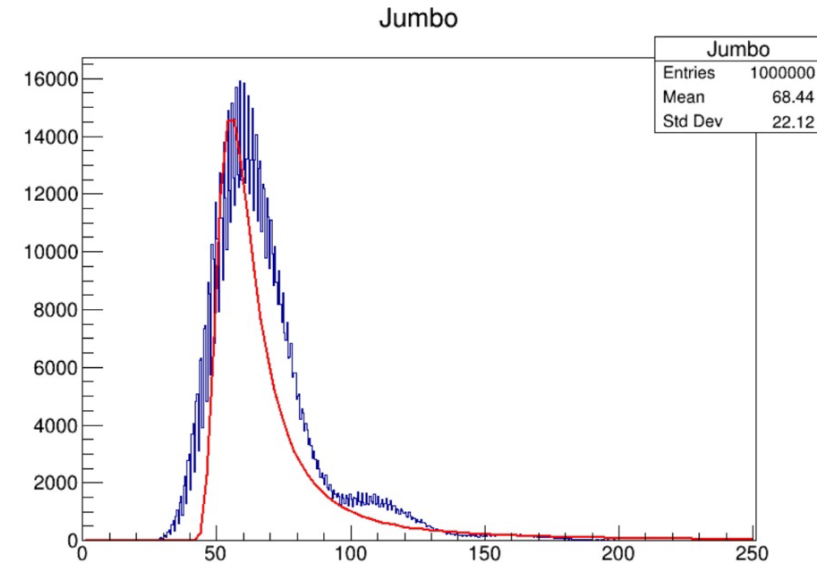
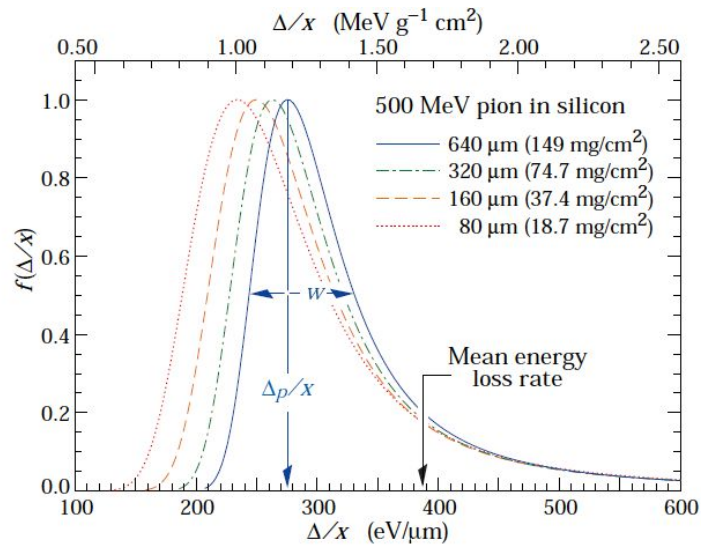
$$\lambda \equiv \left[\frac{\Delta}{\xi} - \ln \xi + \ln \frac{(1-\beta)^2 I^2}{2mc^2 \beta^2} + \beta^2 + 1 + C \right]$$

— 高エネルギー側の長いテールが特徴

- $T_{\max} \approx p_\mu^2 / E_\mu$ for $E_\mu \gg m_\mu$

— 物質が厚い ($\kappa > 1$) とgaussianになる

電離エネルギー損失の揺らぎ： ランダウ分布



• ランダウ分布

- 1回の電離で失うエネルギーはイオン化エネルギー程度
10～100eV
- 偶に1回の電離で大きく失う
100keV～10MeV
→ロングテール

• ドリームジャンボを1000枚(バラ)購入したときの1枚あたりの懸賞金額の分布

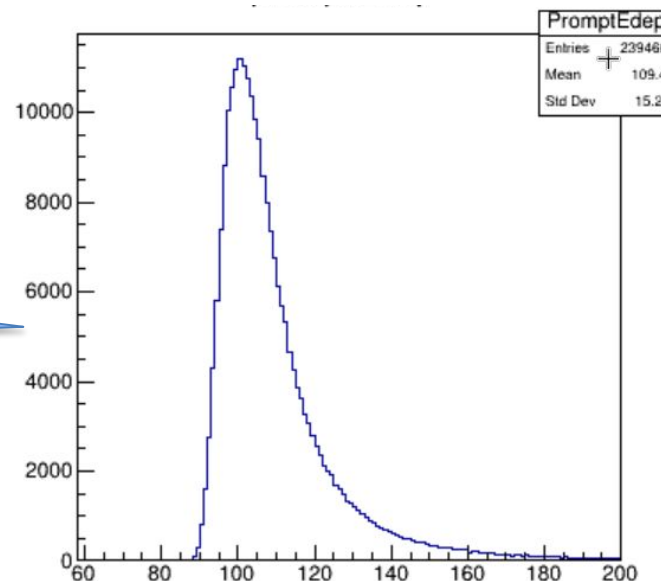
- 300円が平均100枚当選
- 3000円が平均10枚当選
→ピークは～60円/枚
- 偶に大当たりする
→ロングテール

検出器の較正(3)

検出器の較正

- 本実験では、つきぬけ μ を基準にして較正を行う。
- 1cm あたりの μ のエネルギー損失は資料 p.6 を参照
 - " 2 "[MeV $\cdot$ cm³/g $\cdot$ cm⁻¹]
- 密度[g/cm³] と 距離[cm]をかけてエネルギーに換算
 - つきぬけミュー粒子 の s3 内のエネルギー損失のピーク値 E_{μ} は
 - E_{μ} = " 100 " MeV

シミュレーションによる
予測分布



検出器の校正(4)

- 検出器の校正
 - $E_\mu = 100 \text{ MeV}$ として、係数 α を求める。

- 検出器のエネルギー分解能
 - 検出器で測定するエネルギー精度には限界がある。
 - エネルギーの測定精度 $\Delta E/E$ を分解能と呼ぶ
 - 測定精度の決定要素
 - エネルギー損失 E_μ の統計的揺らぎ
 - ランダウ分布
 - 光電子数 $N_{p.e.}$ の統計的揺らぎ
 - ポアソン分布

検出器の校正(5)

検出器のエネルギー分解能

— $E_\mu = \alpha \times h_\mu$ から、典型的な
エネルギー分解能として

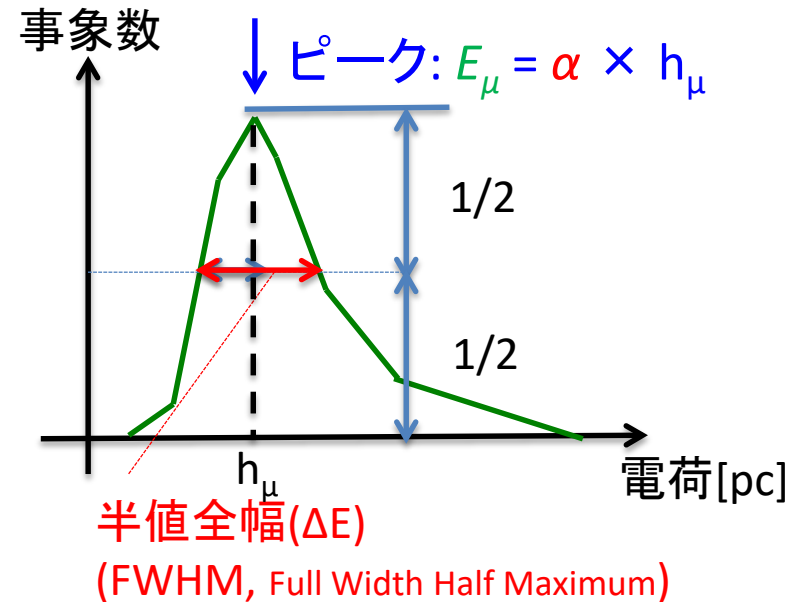
$$\Delta E / E_\mu = h_{\text{FWHM}} / h_\mu$$

を求めよう

➤ ガウス分布の時

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad \mu: \text{平均} \quad \sigma: \text{標準偏差}$$

$$\text{FWHM} = \sqrt{2\ln(2)}\sigma \cong 2.36 \sigma$$



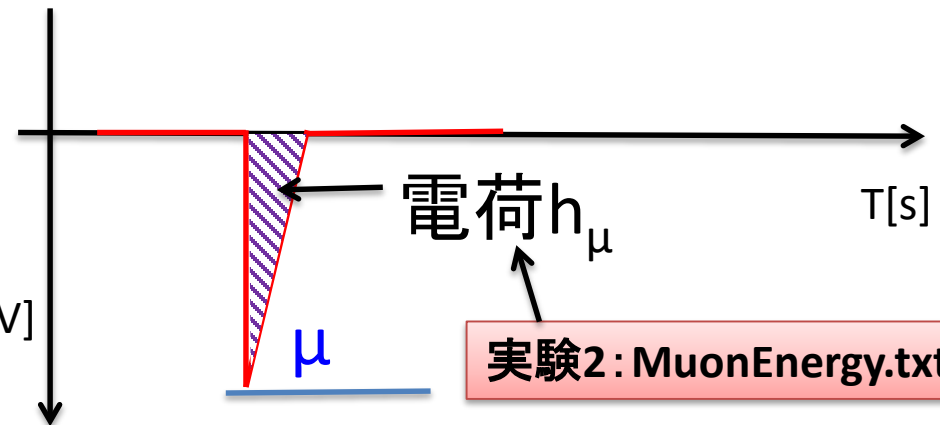
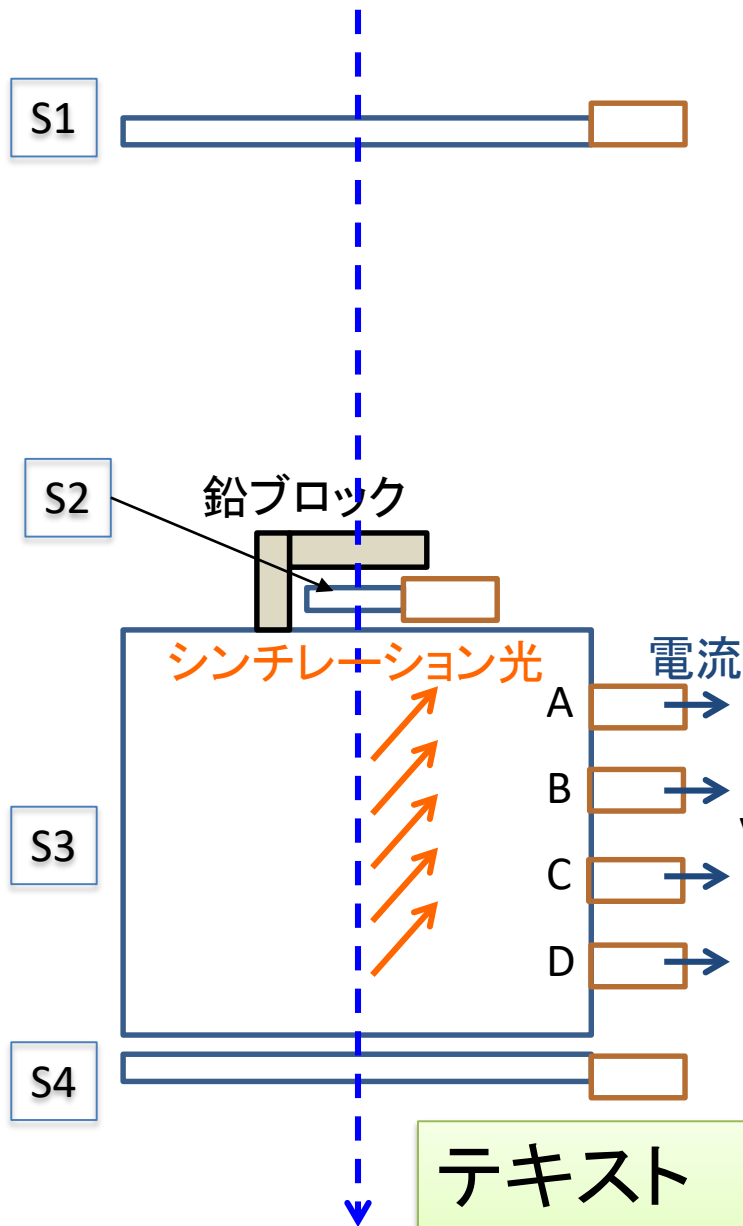
データ解析1

宇宙線ミュー粒子

検出器の校正 (1)

本実験の検出器は、シンチレータに粒子が与えたエネルギー (粒子のエネルギー損失 E_μ) を光 → 電流に変換して読み出す。

実験2 (S1 S2 S3 S4) で得られるS3の信号



はエネルギーに比例する。

$$E_\mu = \alpha \times h_\mu$$

係数 α を求めることを校正という。

テキスト
3 実験2

実験2: MuonEnergy.txt

Muon charge[pC] Events

0.6 860

1.8 2

3 3

4.2

.

.

.

.

.

.

.

.

.

59.4

1.2～2.4 [pC]の中心値
($h\mu=1.8$ [pC])

2.4～3.6 [pC]に
3 事象あった

0～60[pC]の電荷
 $h\mu$ を等間隔で50
分割して、それぞ
れの電荷領域に
観測された事象数。

参考: 電荷 Q は、
パルスの波高 $V(t)$ から
$$Q = \int I(t)dt = \int \frac{V(t)}{R} dt$$

 R : 終端抵抗 = 50Ω

3. エネルギー較正・分解能

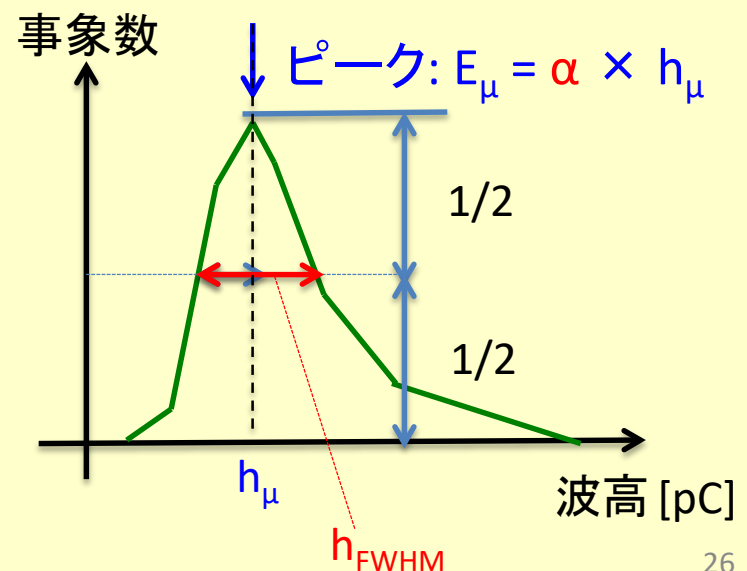
1. 「実験2」のMuonEnergy.txtの電荷(h_μ)分布のグラフをPCの表計算ソフトで作成する。エラーバー不要。
2. エネルギー(E)の較正定数(α)を求める (測定値 $\rightarrow$ MeVに変換する係数、 $h_\mu = \alpha h_\mu$)
3. 半値全幅を用いた、エネルギー分解能を求める
 1. 分解能 = 半値全幅 / ピークの h_μ (単位:%)
 2. 概算でよい。(手で補助線引くなど可)

波高はエネルギーに比例する。

$$E_\mu = \alpha \times h_\mu$$

係数 α を求めることを較正という。

グラフ・値が得られたら、
教員またはTAに見せる。



エネルギー分解能

分解能が生じる理由

粒子のエネルギー損失 E_μ 比例した光

光電子増倍管の光電面で発生する光電子数 N_{pe}

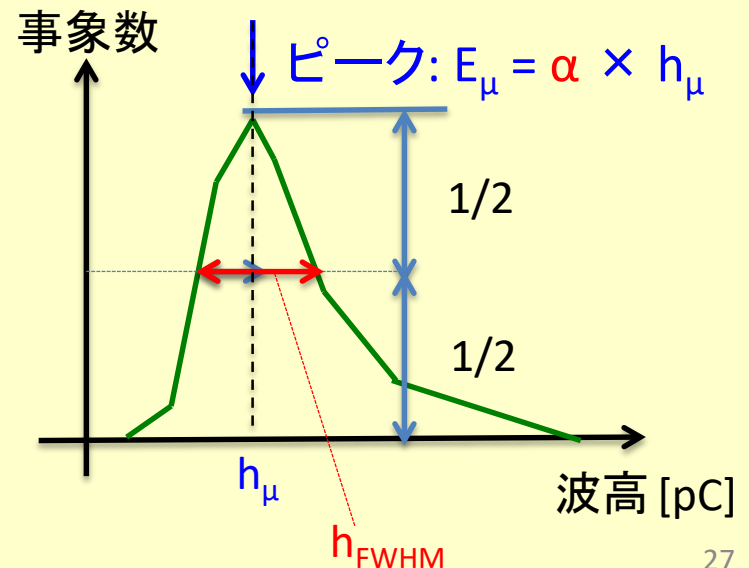
$$N_{pe} \propto E_\mu = \alpha \times h_\mu$$

光電子数はPoisson分布する $\sigma \propto$

$$FWHM \cong 2.36 \sigma$$

$$\sigma \div E_\mu \propto 1/\sqrt{N_{pe}}$$

これから $E_\mu = 100 \text{ MeV}$ の時の
光電子数 N_{pe} を求めよ



ミュー粒子のフラックス

宇宙線とは？ (cosmic ray)

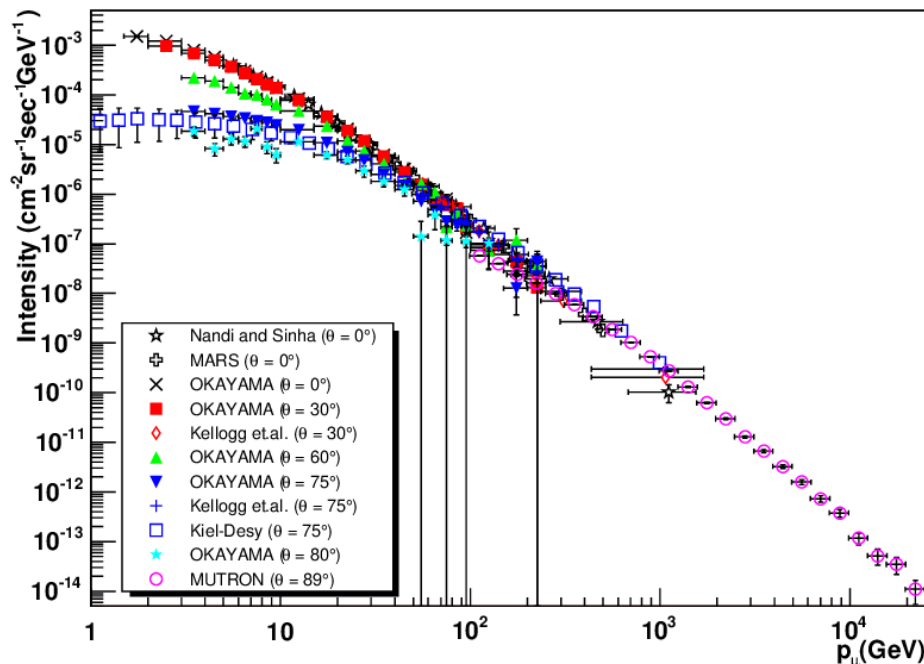
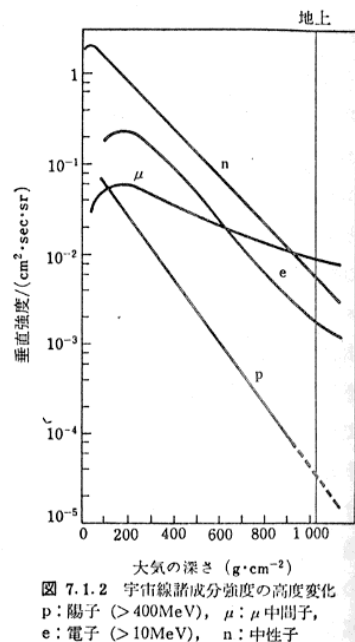
- 地球外から飛来する粒子(一次宇宙線)
 - 90%が水素原子核(陽子)
 - 大気中の窒素原子核や酸素原子核等を破壊して二次宇宙線を生成
 - ミュー粒子やニュートリノも作られる
- 1秒間に1平方メートルあたり約1000個
- 典型的な宇宙線 μ 粒子のエネルギーは、
1～100 GeV程度(解析で少し使うので覚えていてください)

粒子のフラックスとは？

テキスト
4(キ)

垂直成分のフラックス

地表でのエネルギー分布



<https://www.icrr.u-tokyo.ac.jp/~morim/CR-Physics/Image2.gif>

<https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/0604145>

- ミュー粒子の寿命 τ × 光速 $\div$ 660m
- エネルギーが高く、ローレンツ因子 γ で走行距離が伸びたものが地表に達する

粒子のフラックスとは？

• フラックス (流量) とは

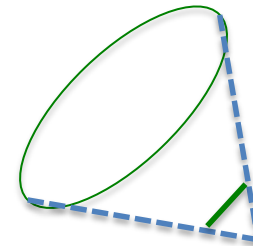
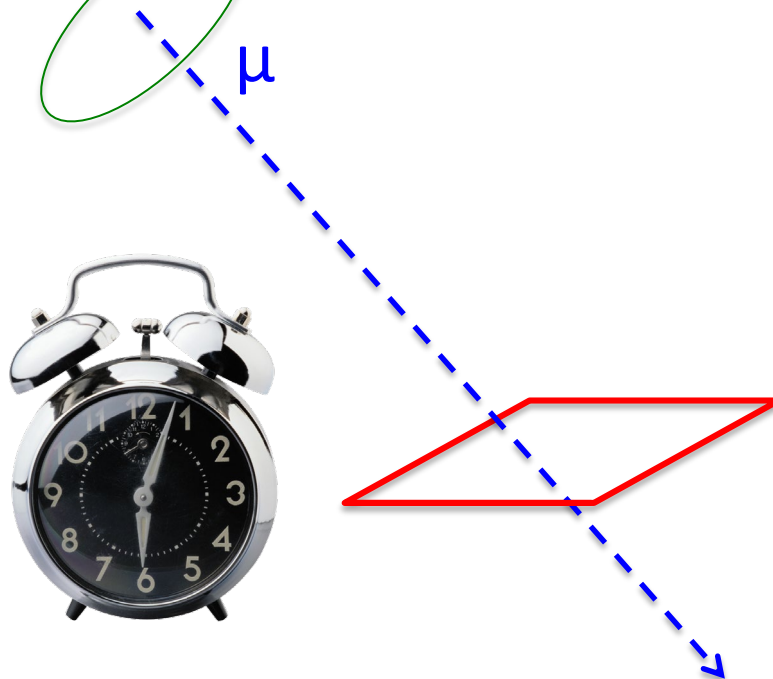
– フラックスとは、

単位面積を**単位時間**・**単位立体角**あたりに
通過する粒子の量。

– ヒント: 単位は $[s^{-1} cm^{-2} sr^{-1}]$

単位立体角：

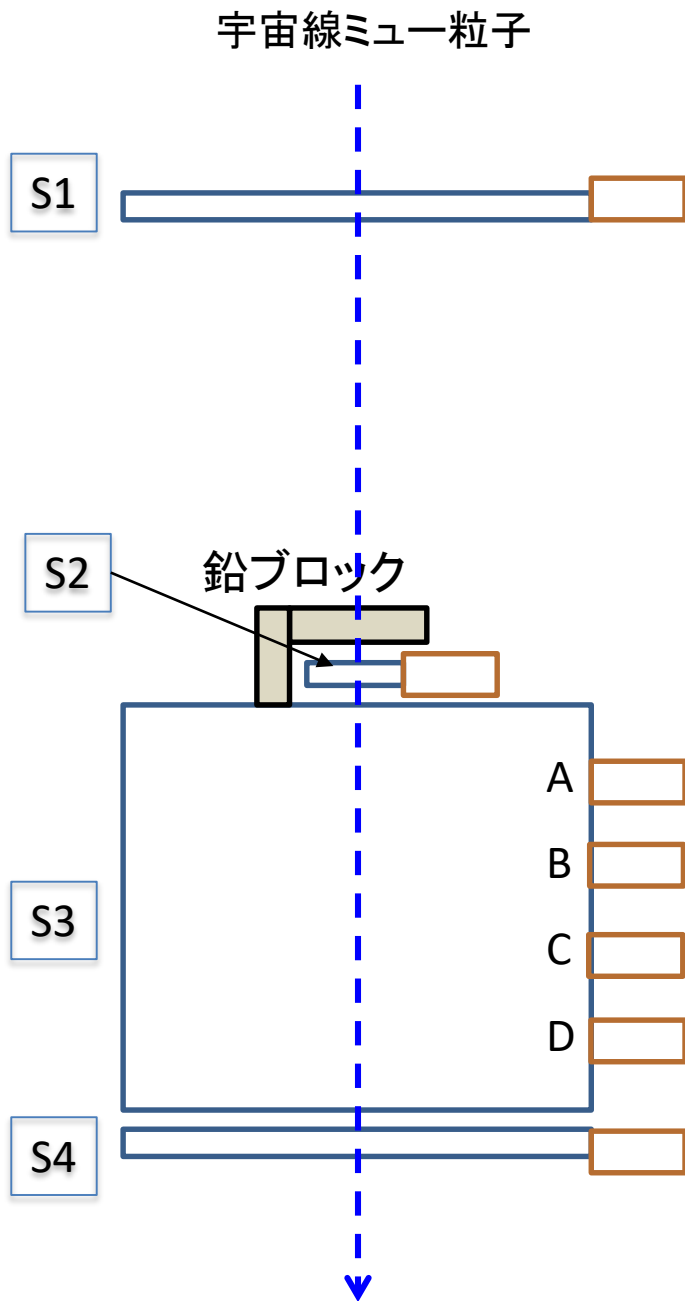
単位球(表面積 4π)から表面積1を切り取る円錐の頂角



フラックスの測定 (実験2のデータ)

テキスト
3 実験2

フラックスの測定は
つきぬけ $\mu(\text{実験2}, s_1 s_2 s_3 s_4)$
の数と測定時間を用いて行う



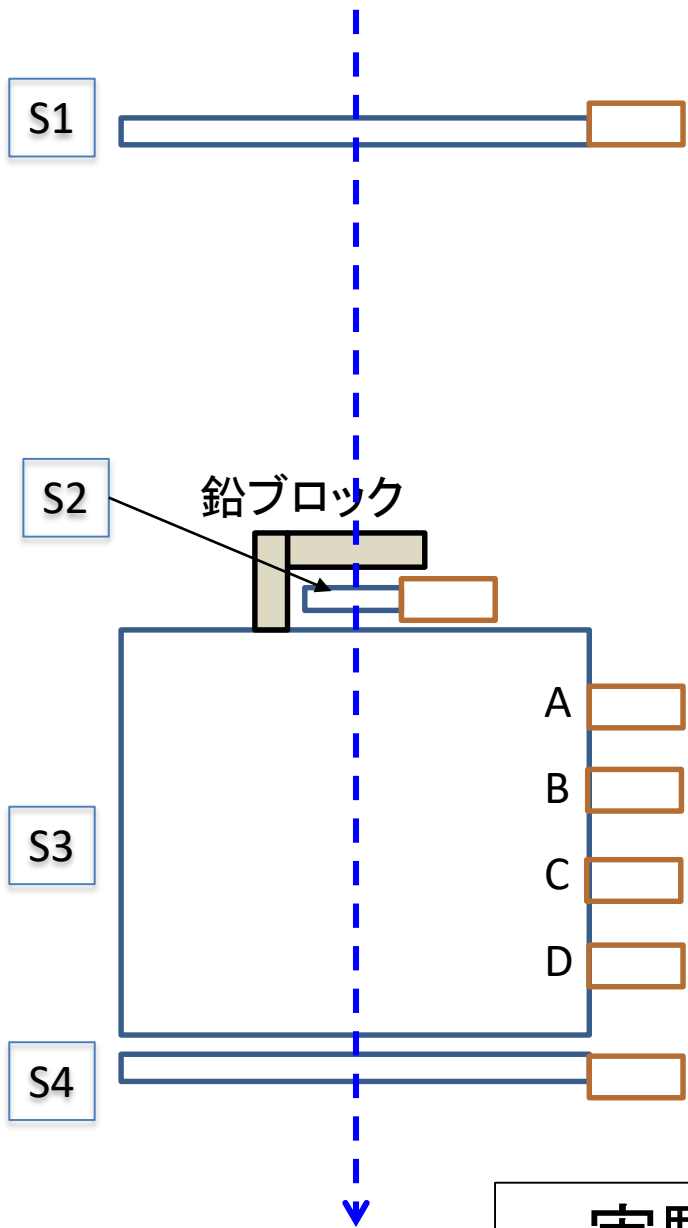
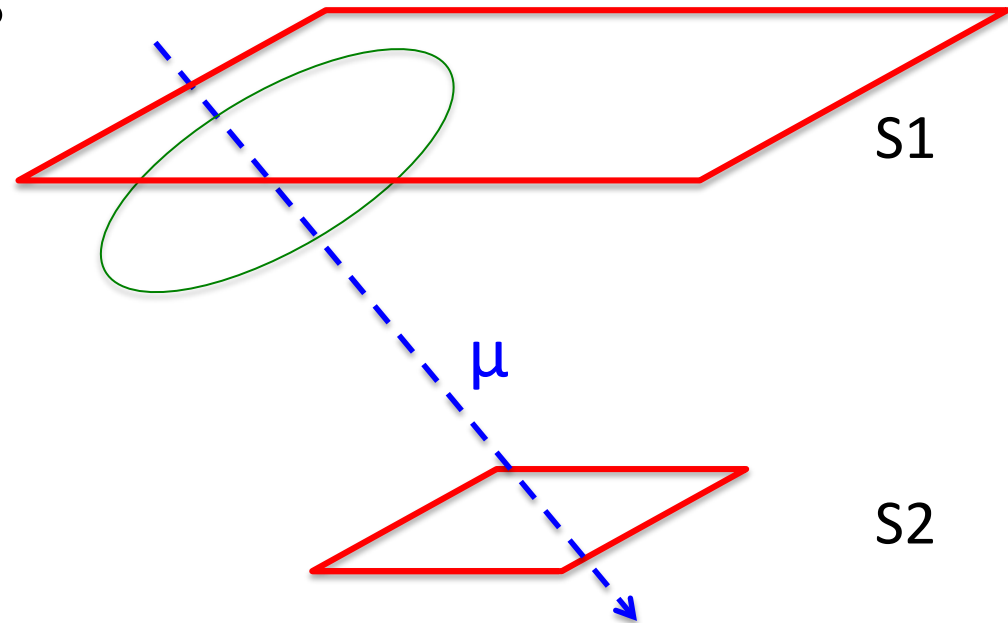
宇宙線ミュー粒子

フラックスの測定 (実験2のデータ)

テキスト
3 実験2

フラックスの測定は
つきぬけ μ (実験2, s_1 s_2 s_3 s_4)
の数と測定時間を用いて行う

。



実験装置の立体角を測定しよう。(p7)

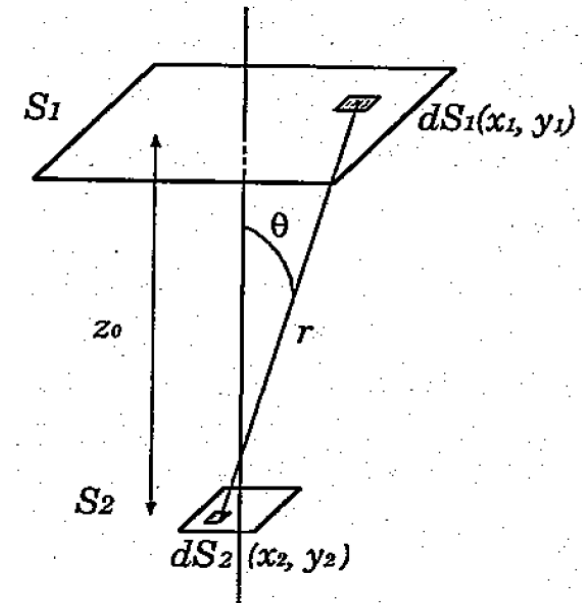
データ解析2

(有効面積 S) $\times$ (立体角 Ω)の計算

$$S \cdot \Omega = \int_S \int_{\Omega} f(\cos\vartheta) \cdot dS \cdot d\Omega$$

- ϑ : 入射粒子の天頂角
- 地表におけるミュー粒子の天頂角分布 $f(\cos\vartheta) = \cos^2\vartheta$

- $dS \cdot d\Omega = \frac{dS_1 \cos\vartheta \cdot dS_2 \cos\vartheta}{r^2}$
 - $r^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + z_0^2$
 - $\cos\vartheta = \frac{z_0}{r}$



(有効面積 S) × (立体角 Ω)の計算

$$S \cdot \Omega = \int_S \int_{\Omega} f(\cos\vartheta) \cdot dS \cdot d\Omega$$

- 実際の計算は以下になる。

$$S \cdot \Omega$$

$$= dS_1 \cdot dS_2 \cdot \sum_{x_1} \sum_{x_2} \sum_{y_1} \sum_{y_2} \frac{z_0^4}{r^6}$$

$$= dS_1 \cdot dS_2 \cdot \sum_{x_1} \sum_{x_2} \sum_{y_1} \sum_{y_2} \frac{z_0^4}{\{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + z_0^2\}^3}$$

1.分割無し、2.四分分割で、計算を行う。

実験操作

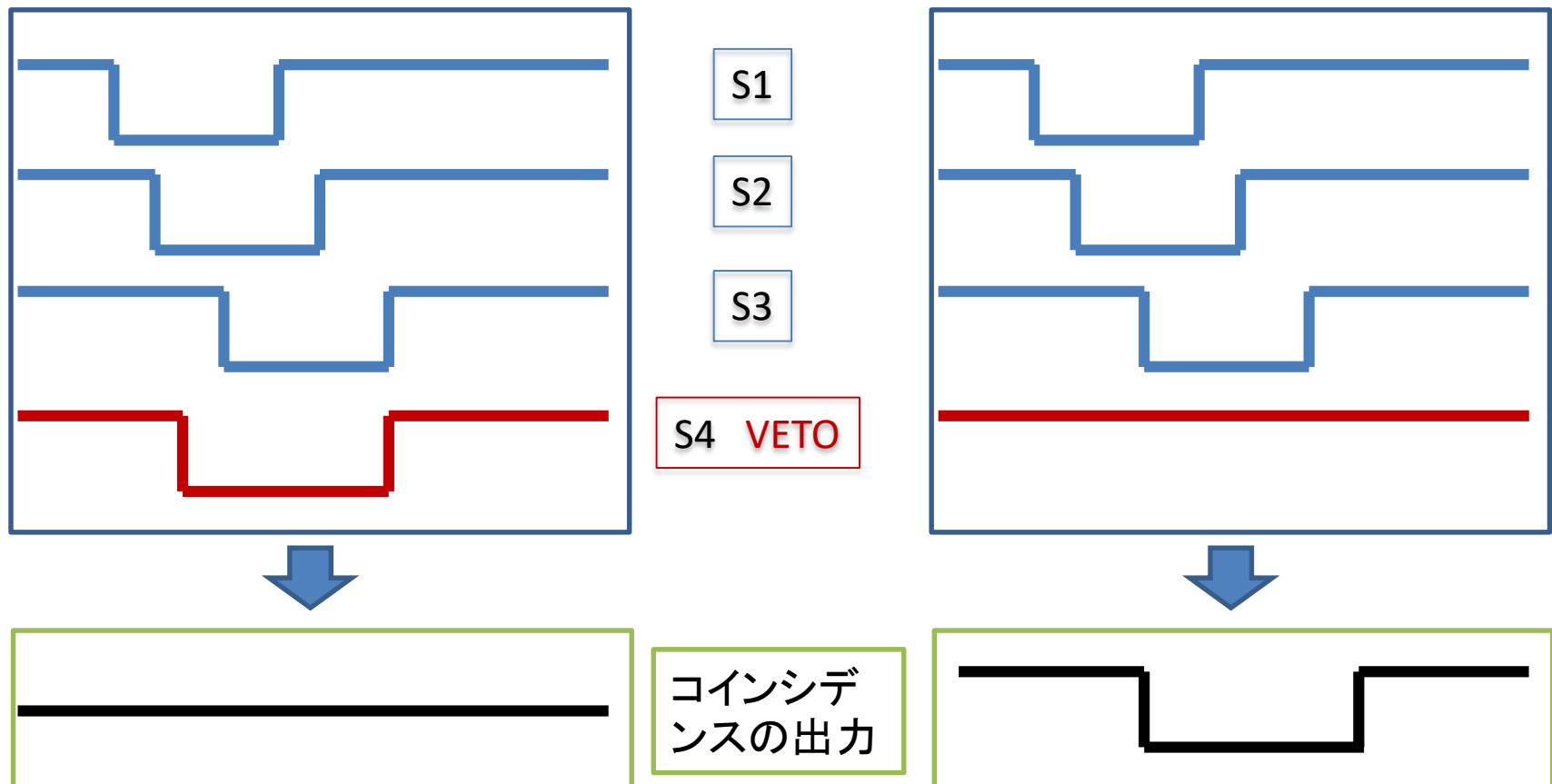
実験操作

テキスト
p.11~12

- (ア) 実験2 の停止
- (イ) シングルレートの測定 ($S1, S2, S3, S4$)
- (ウ) コインシデンスを調整し、様々なパターンでのレートを測定し、ホワイトボードに書く。
 - $S1 \cdot S3$
 - $S1 \cdot S4$
 - $S1 \cdot S3 \cdot S4$
 - $S1 \cdot S2 \cdot S3 \cdot S4$
 - $S1 \cdot \text{not} S3 \cdot S4$

コインシデンス: VETOの機能

- VETO入力がある間、出力を抑制する
- VETOのタイミングに漏れがないかどうか要確認



実験操作

テキスト
p.11~12

- (エ)実験1パターンでのレートを計算し、ホワイトボードに書く。
 - S1・S2・S3・notS4
- (オ) 測定データ解析1
 - 実験2のデータを解析し、
PC(個人のノート)に、測定データをコピー
 - 電荷(h_μ)分布のグラフをPCの表計算ソフトで作成する。
 - エネルギー(E)の校正定数(α)を求める
 - 半値半幅を用いた、エネルギー分解能を求める (単位:%)

実験操作

テキスト
p.11~12

- (カ)測定データ解析2
 - 有効面積×立体角を計算する。
 - フラックスを計算する。