2021年度卒業研究

ガス TPC を用いた磁場中における陽電子の飛跡観測

神戸大学理学部物理学科 粒子物理学研究室 大藤瑞乃、田路航也、品田快成、森本晴己

2022年3月24日

目次

第 1章	序論	1
1.1	概要	1
第 2章	理論	2
2.1	電子・陽電子生成	2
2.2	中性子の熱化	3
第3章	装置	7
3.1	検出装置	7
3.2	検出器基礎特性測定	11
3.3	DAQ(データ取得システム)	15
3.4	電磁石	17
第4章	宇宙線 μ を用いた検出器評価	19
4.1	宇宙線 μ 取得の実験の目的・条件	19
4.2	宇宙線 μ の飛跡	21
4.3	キャリブレーションとガスゲイン	22
第5章	運動エネルギーの再構成	25
5.1	シミュレーションの概要	25
5.2	楕円近似と性能評価	26
5.3	sagitta 近似と性能評価	29
5.4	飛跡長の取得による運動エネルギー再構成の方法と性能評価	33
5.5	運動エネルギー再構成手段の改良	34
第6章	解析	35
6.1	粒子の飛跡の取得	35
6.2	電子・陽電子の飛跡解析....................................	37
第7章	まとめ	45
第8章	謝辞	46
参考文献		47

概要

本研究では µ-PIC(3 次元飛跡検出器)を用いて磁場中における陽電子の飛跡観測を行った。特徴的な磁場方向 に巻き付くような螺旋形の飛跡をつくる電子・陽電子の信号を取得し、その回転方向からこれらの区別をつけ る。本論文では陽電子の飛跡の測定、その速度を求めるための手段について論じる。

第1章

序論

(担当:品田快成)

1.1 概要

電子・陽電子は磁場中を通過するとローレンツ力によって磁場方向に巻き付くような螺旋運動を行い、その 回転方向から電荷の正負を知ることができる。また、その回転半径から運動量を求めることができ、図 1.1 に 示す様にβ崩壊で放出される電子や陽電子の速度と偏極度に相関があることが先行研究で知られている。本研 究では、銅による中性子捕獲で電子・陽電子を生成し、TPC でその飛跡を観測する。



INVESTIGATION ON β -POLARIZATION AT LOW VELOCITIES WITH β -PARTICLES FROM THE DECAY OF TRITIUM

Nuclear Physics A272(1976)61-81

図 1.1: 電子・陽電子の運動エネルギーと偏極度の関係 [1]

第2章

理論

(担当:品田快成)

2.1 電子·陽電子生成

⁶³Cu は熱中性子を捕獲し、電子と陽電子を放出する。本章では、中性子線源 ²⁵²Cf について述べた後、⁶³Cu の中性子捕獲を紹介する。

2.1.1 **中性子線源**²⁵²Cf

²⁵²Cf は自発核分裂によって質量数が半分に近い 2 個の原子核に分かれ、1 壊変あたり 3.76 個の中性子と 8 本のガンマ線を放出する。半減期は 2.645 年で、自発核分裂分岐比は 3.09 %。本実験で使用する ²⁵²Cf 線源 の自発核分裂強度は 2022 年 1 月 20 日時点で 1.83 × 10³Bq で、1 秒あたり 7.0 × 10³ 個程度の中性子を放出 する。下図に ²⁵²Cf から放出される中性子のエネルギースペクトルを示す。



図 2.1: ²⁵²Cf から放出される中性子のエネルギースペクトル

0.5~1.0MeV にスペクトルのピークがあることが確認できる。

2.1.2 ⁶³Cu による中性子吸収

⁶³Cu(天然存在比 69 %)は以下の反応により中性子を吸収する。

$$n + {}^{63}Cu \longrightarrow {}^{64}Cu^{\dagger}$$
 (2.1)

その後、分岐比 17.8 %で β+ 崩壊 (1.2) を、分岐比 39.0 %で β- 崩壊 (1.3) を起こし、陽電子・電子を放出。

$${}^{64}\mathrm{Cu}^{\dagger} \longrightarrow {}^{64}\mathrm{Ni} + e^{+} + \nu_{e} \tag{2.2}$$

$$^{64}\mathrm{Cu}^{\dagger} \longrightarrow {}^{64}\mathrm{Zn} + e^{-} + \bar{\nu}_{e} \tag{2.3}$$

中性子のエネルギーと⁶³Cu の中性子吸収断面積の関係を表すグラフを図に示す。図中の赤色の折れ線が中性 子吸収を示している。前述したように²⁵²Cf から放出される中性子のエネルギーのピークは 0.5~1.0MeV 付 近であり、その値での⁶³Cu の中性子吸収断面積の値は 2.0 × 10⁻²barn 程度だが、熱中性子の吸収断面積は 比較的大きい(0.025eV で 4.507barn)。したがって水やポリエチレン等の減速剤を用いて²⁵²Cf 由来の高速 中性子を熱化することで、効率的に吸収反応を起こすことができると考えられる。



図 2.2: 中性子エネルギーと ⁶³Cu の反応断面積の関係

2.2 中性子の熱化

³He 中性子計数管を用いた実験で中性子の熱化について測定を行い、本実験におけるジオメトリの最適化を 行う。また、中性子フラックスを求めることで本実験で期待されるβ崩壊レートを計算する。

2.2.1 ³He 中性子計数管

熱中性子を検出するために、³He ガスが封入された比例計数管がよく用いられる。本測定では、半径 1.25cm、長さ 30cm のステンレス容器に 10 気圧の ³He ガスが封入されたものを用いた。芯線に正の高電圧を 印加して熱中性子を検出する。熱中性子が入射すると、以下の核反応

$${}_{2}^{3}\text{He} + {}_{0}^{1}\text{n} \longrightarrow {}_{1}^{3}\text{H} + {}_{1}^{1}\text{H} + 765\,\text{keV}$$

$$(2.4)$$

が起こり、生成した陽子と³H(トリトン)が核反応のエネルギー 765keV を受けて運動し、ガスをイオン化 する。このイオンによってガスが電離し、生成された電子は芯線に印加された正の電位によって、芯線方向に 運動する。芯線近傍の高電場によって、電子は雪崩増幅を起こし、電気信号として検出される。



図 2.3:³He 中性子計数管の概念図

図 2.4 に MCA で実際に得られたエネルギースペクトルを示す。Q 値のピークと、壁効果と呼ばれる粒子が そのガス中で全エネルギーを失う前に検出器の壁に衝突することによって生じるスペクトルを観測することが できた。以降の実験ではこのスペクトルから核反応として有効な部分を選択し、その積分値から計数率を取得 している。



Pulse Height(MCA channel)



2.2.2 中性子減速実験

³He 中性子計数管と ²⁵²Cf を 15cm 離し、間に厚さ 5cm のポリエチレンブロックを 0-3 枚置いてそれぞれ の計数率を測定することでポリエチレンブロックの厚さと熱中性子の計数率の関係を求めた。実験のセット アップと結果のプロットを図に示す。



Set up

図 2.5: 予備実験のセットアップ図



図 2.6: ポリエチレンブロックの厚さと熱中性子検出レートの関係

実験から 5cm のポリエチレンで効率的に減速されることが分かった。今回の実験では線源と検出器の間を 15cm 離して測定したが、本実験では最短 10cm まで近付けることができるため、³He 中性子計数管-²⁵²Cf 間を 10cm かつポリエチレンブロックは一枚と本実験と同等の条件で再度測定を行った。結果は 105.5counts/sec となった。

2.2.3 熱中性子のフラックスとβ崩壊の反応率

実験結果の計数率 105.5counts/sec より、本実験で使用する装置の場所での熱中性子フラックスを計算する。反応率とフラックスの関係式は

$$R = \sigma \ N \ \phi \tag{2.5}$$

R は反応率で cm^{-3} ・ s^{-1} 単位 σ は吸収断面積で cm^2 単位 N は原子核密度で cm^{-3} 単位。従ってフラックス Φ の値は

$$\Phi = \frac{R}{\sigma N} \tag{2.6}$$

$$= 5.31 \times 10^{-1} cm^{-2} \cdot s^{-1} \tag{2.7}$$

この値と、ターゲットとなる銅の体積から⁶³Cuの中性子捕獲反応率は

$$R' = 4.1 \times 10^{-3} s^{-1} \tag{2.8}$$

β+崩壊分岐比は 17.8 %、β-崩壊の分岐比は 39.0 %だから、それぞれの反応率は

$$R_{+} = 8.2 \times 10^{-4} s^{-1} \tag{2.9}$$

$$R_{-} = 1.6 \times 10^{-3} s^{-1} \tag{2.10}$$

本実験において電子・陽電子はそれぞれ 10⁻³ 秒に一個程度のオーダーで放出される。

第3章

装置

(担当:田路航也)

3.1 検出装置

本研究で用いた実験装置の装置図と座標軸を図 3.1 に示す。コイルの間に検出器である TPC(Time Projection Chamber)を設置し、検出空間内に磁場をかける。磁場によって荷電粒子の軌跡は曲げられ、TPC によってそれを検出する。また図 3.2 は実際に使用した装置の写真である。コイルの上部に²⁵²Cf 線源を設置し、ポリエチレンブロック (白色の直方体のブロック)で中性子を検出器への入射前に減速させている。実験装置の全観を図 3.3 に示す。



図 3.1: 装置図



図 3.2: 装置の写真

図 3.3: 実験装置全観

3.1.1 μ-TPC(3次元飛跡検出装置)

本研究では、陽電子の飛跡を検出するために µ-TPC(micro-Time Projection Chamber)を用いた。µ-TPC は µ-PIC(micro PIxel Camber)とガス電子増幅器 GEM(Gas Electron Multiplier)、検出空間であるドリフト空間から構成されるガス検出器である。図 3.4 は TPC を側面から見た模式図である。容器内はアルゴンとエタンの混合ガス (9:1) で満たされており、荷電粒子が通過することで Ar 分子が電離される。このとき生じた電子は検出器内の電場によってドリフトされ、GEM で初段増幅される。GEM で増幅された電子はinduction 電場によって µ-PIC に引き寄せられ、再び増幅されアノードとカソードのストリップから電気信号として読み出される。本研究では宇宙線ミューオンを用いてエネルギー較正を行い検出した電荷量と荷電粒子がTPC 内で落としたエネルギーを対応づける。



図 3.4: TPC 側面図

3.1.2 GEM(Gas Electron Multiplier)

μ-PIC での電子の増幅の前の前置増幅器として GEM を使用した。本実験に使用した GEM は厚さ 100μm の液晶ポリマーの上下に厚さ 5μm の銅電極が形成されており、表面には直径 70μm の穴が 140μm 間隔で空 いている。両側の電極に電圧を印加することで生じる電位差によって穴内に強い電場が形成される。この電場 によって電子が GEM を通過する際に雪崩増幅される。GEM 及び GEM による電子増幅の概念図を図 3.5 に 示す。



図 3.5: GEM の構造、電子増幅の様子 [2]

3.1.3 *μ*-PIC

図 3.6 に μ -PIC の構造を示す。本研究で使用した μ -PIC は 10 × 10cm² の検出面内に、縦 256 個 × 横 256 個のピクセルが形成されている。各ピクセルの中心の anode 電極近傍の強い電場により電子が加速され、その 電子が周りの Ar ガスを電離させる。このとき生じた電子が同様にガスを電離させる。ピクセル間は 400 μ m で、二次元の高い位置分解能をもつ。位置情報の読み出しは各ピクセル毎に行わず、図 3.7 のように直行する anode ストリップと cathode ストリップによって行う。 μ -PIC のヒットストリップ情報から x-y 平面の位置 を測定することができる。



3.2 検出器基礎特性測定

本節では検出器 (µ-TPC) の増幅機構の基礎理解のために行った、ガスゲイン (増幅率) 測定実験について述べる.

3.2.1 ガスゲイン測定実験

μ-TPC の性能評価のための基礎実験として印加電圧によるガスゲインの測定を行いゲインカーブを得た. 基礎実験は ⁵⁵Fe 線源由来の 5.9keV の特性 X 線を利用する。そのため検出器上部が 100μm のポリイミドで できた入射窓のついた検出器を用いた。また、drift 領域の長さが 11mm、Induction 領域の長さが 3mm であ る。基礎実験で実際に用いた検出器の写真を図 3.8 に示す。



図 3.8: 基礎実験で用いた検出器

検出器内部は本実験と同様にアルゴンとエタンの混合ガス (9:1) を 1 気圧で封入した。ガス検出器から出力 される電荷を増幅するために回路を使用した。測定のセットアップを図 3.9 に示す。本測定ではアノードから の波形情報を ADALM2000 という汎用信号処理装置で記録、波高値を用いて電荷量のヒストグラムを作成し た。高圧電源によって Drift Top、GEM TOP、GEM Bottom、μ-PIC のアノードへの印加電圧を変化させ、 電圧依存性を測定した。



図 3.9: 基礎特性測定の配線図

ガスゲインの計算には ⁵⁵Fe のメインピークに対応する信号の波高値を使用する。図 3.10 は ⁵⁵Fe 線源を用 いて表 3.1 の HV 値で得られたスペクトルの一例である。図の赤線のように ⁵⁵Fe から放出される特性 X 線の エネルギー (5.9keV) に対応するピーク (メインピーク) をガウシアンでフィッティングし、得られた mean 値 に対応する電荷から式 3.1 に従ってガスゲインを計算する。

$$G_{gas} = Q \times \frac{W}{E} \times \frac{1}{e}$$
(3.1)

ここで、Q は測定された電荷 [C]、 G_{gas} はガスゲイン、E はガスに与えられるエネルギー (5.9keV)、W は 1 組の電子とイオンのペアを生成するのに必要な平均エネルギー (W 値:26eV)、e は素電荷 (1.6 × 10⁻¹⁹C) で ある。

表 3.1: 典型的な HV 値

Drift Top	-700V
$\Delta { m GEM}$	350V
GEM Bottom	-200V
アノード	520V



図 3.10: ⁵⁵Fe 線源から得られる典型的なスペクトル

この場合のガスゲインは、ガウシアンフィッティングの Mean 値である ADC = 47.19 に ADALM2000 の ダイナミックレンジ ±2.5V を 4096bit で割ったものをかけ電圧値へ変換、さらにアンプの性能 [V/C] により 電荷に変換する。結果、-127mV/100fC の増幅率を持ち、 $G_{gas} = 1.0 \times 10^4$ と求められる。以下のガスゲイ ン計算も同様に行った。

ガスゲインのアノード電圧依存性

ガスゲインのアノード電圧依存性を測定するために、ガス検出器へ印加する HV を表 3.2 のようにアノード への印加電圧を 480V から 10V ずつ変化させ測定を行った。

表 3.2: ガス検出器の各 HV 値

Drift Top	-700V
$\Delta { m GEM}$	350V
GEM Bottom	-200V
アノード	480-530V



図 3.11: ガスゲインのアノード電圧依存性

測定結果を図 3.11 に示す。ガスゲインは 4.8×10^3 から 1.2×10^4 まで変化した。このフィッティングの式 は以下の通りである。

$$G_{qas} = exp(p_0 \times Anode[V] + p_1) \tag{3.2}$$

$$p_0 = 0.7 \pm 0.3 \tag{3.3}$$

$$p_1 = 0.0191 \pm 0.0006 \tag{3.4}$$

ガスゲインはアノードへの印加電圧を上げると指数関数的に増加することがわかる。これにより、μ-PIC の アノードで雪崩増幅が起きていることが確認できた。

ガスゲインの △GEM 電圧依存性

ガスゲインの ΔGEM 電圧依存性を測定するために、HV 値を表 3.3 としてガスゲインを測定した。測定結 果を図 3.12 に示す。ΔGEM 電圧を 300V から 350V まで 10V ずつ変化させ測定を行った。このフィッティ ングの式は以下の通りである。

$$G_{gas} = exp(p_0 \times \Delta GEM[V] + p_1) \tag{3.5}$$

$$p_0 = 0.7 \pm 0.2 \tag{3.6}$$

表 3.3: ガス検出器の各 HV 値

Drift Top - GEM Top	150V
$\Delta { m GEM}$	300-350V
GEM Bottom	-200V
アノード	530V



図 3.12: ガスゲインの ΔGEM 電圧依存性

ガスゲインは 3.5×10^3 から 1.2×10^4 まで変化した。 ΔGEM を大きくすると指数関数的に増加することがわかる。 これにより、GEM 間で増幅が起きていることが確認できた。

3.2.2 基礎実験まとめ

基礎特性測定により、μ-PIC のアノード及び GEM へ印加する HV を変化させることでガスゲインが指数 関数的に増加し、理論で予測された雪崩増幅を起こしていることを確認した。また本実験で検出器へ印加する 電圧は、ミューオン検出に必要なガスゲイン 10⁴ を超えるよう アノード ≥ 500V、ΔGEM ≥ 350V となるよ う印加する。

3.3 DAQ(データ取得システム)

μ-PIC から Anode256ch + Cathode256ch = 512ch の信号を得て 10nsec 間隔 (100MHz) での 2 次元イ メージングを行う。本研究では μ-TPC の読み出し回路として ASD ボードを用いた。1 枚の ASD ボードに は Amplifier-Shaper-Discriminator(ASD) チップが 16 個搭載されている。1 つの ASD チップは 4 つの入力 を持ち、それぞれに前置増幅機、主増幅器、Discriminator が搭載され、アナログ出力、デジタル出力がある。 よって、1 枚の ASD ボードに 64 個の信号の入力ができる。本実験ではアナログ信号の 32ch をまとめて出 力し、ASD チップのデジタル信号は個別に出力したものを使用した。この ASD ボード 4 枚で µ-PIC のス トリップ 256 本分の信号の読み出しを可能にしている。Encoder では µ-TPC のストリップごとの立ち上が り時刻と立ち下がり時刻を取得し、メモリーボードへ転送する。また、Cathode の全信号を 2ch にまとめ、 FADC(Flash Analog Digital Converter) で波形情報を保存している。本実験の回路図を図 3.13 に示す。



図 3.13: DAQ システム

3.3.1 トリガー

本実験では self trigger と external trigger の 2 種類のトリガーを使用した。self trigger は anode からの信 号を検出した場合にデータを取得するトリガーであり、特別な条件を設けない場合に用いる。陽電子観測では self trigger を使用した。external trigger は μ-PIC 以外の信号をトリガーとする際に用い、宇宙線 μ 粒子を 検出する場合に TPC の上下に設置したプラスチックシンチレーターの同時計測を条件とする。

3.3.2 位置情報の読み出し

μ-PIC の雪崩増幅によって、あるピクセル近傍でガス増幅が起きると、同じ時刻でそのピクセルに対応する Anode ストリップと Cathode ストリップから信号が得られる。得られる飛跡及び波形データの例を図 3.14 に示す。これは²⁵²Cf 由来の中性子によって波長された陽子の飛跡情報である。横軸はストリップの位置、縦 軸は時間を表す。またこれを利用して適切な同時計測解析を行うことで、3 次元の飛跡情報を得ることが可能 となる。



図 3.14: 陽子飛跡の波形データ

ここで、z 座標は DAQ の時刻情報及び電子のドリフト速度から計算できる。

3.4 電磁石

本研究で使用した直流電磁石のスペックを表 3.4 に示す。電磁石と TPC はアルミフレームを用いて固定 した。

表 3.4: 電磁石のスペック

磁極間隔	$150\mathrm{mm}$
磁場強度	$1050\times 10^{-4}{\rm T}$
励磁電流	6A
励磁電圧	約 35V
冷却方式	自然冷却
温度上昇	約 35°C
重量	310 kg

3.4.1 温度制御システム

電磁石を長時間続けて用いると、コイルの温度が上昇して焼き切れる可能性がある。それを防ぐために温 度を監視して、自動的に磁石の電源を制御可能なシステムを使用した。温度計としては AD590 を用い、出力 を ADALM2000 で読み取った。ADALM2000 の性能は 100MSPS,12bitADC の入力及び出力を持つ。温度 がある一定値以上になったときの電圧値が観測されると制御電圧をフォトカプラに出力し、電磁石の電源が落 ちる様に設計されている。電源を落とす温度を 50°C、再度電源を投入する温度を 30°C に設定する。試験運 転を行い、測定したときの温度の時間推移のプロットを図 3.15 に示す。この測定ではコイルの温度が上がり すぎることはなく、一度も制御システムによる電源の遮断は行われなかった。



図 3.15: コイルの表面温度の時間変化

第4章

宇宙線 μ を用いた検出器評価

(担当:大藤瑞乃)

4.1 宇宙線 µ 取得の実験の目的・条件

4.1.1 宇宙線 µ 信号取得の目的

陽電子の観測実験に先立って、検出器の性能評価を宇宙線 µ を用いて行った。最小電離粒子である µ 粒子 の単位長さあたりのエネルギー損失は理論的に計算することができる。従って、FADC で取得される波形情 報から得られる電荷情報を、検出されたエネルギーに対応づけることができる。これによって、それぞれの事 象のエネルギーを [keV] の単位に変換すること、また、検出器内のガスゲインを求めることができる。

4.1.2 セットアップ

図 4.1 に本実験のセットアップを示す。これまでとは異なり、TPC を上下方向からプラスチックシンチ レーターで挟み、同時計測信号をトリガーとすることで、宇宙線µ粒子の事象を取得した。



図 4.1: 実験装置とトリガー位置の概要

4.1.3 トリガー条件

この節で述べる測定では、宇宙線 µ は主に鉛直方向から飛来するので、TPC を上下方向に貫く信号のみを 選択するために外部トリガー (external trigger, 3.3.1 節参照) を用いた。

4.1.4 測定諸元

表 4.1 に本実験における条件を示す。

	項目	実効値
電圧	Drift top	-2050V
	GEM Top	-650V
	GEM Bottom	-300V
	anode	500V
ガス (Ar : C ₂ H ₆ = 9 : 1)	気圧	1 気圧

表 4.1: 宇宙線 μ 取得実験における条件

宇宙線 µ 観測実験は 2022 年 2 月 1 日 24 時から同年 2 月 2 日 15 時までの期間データを取得し、2,171 イベントを取得した。そのうち、宇宙線 µ と推定される事象は 644 イベントだった。

4.2 宇宙線 µ の飛跡

実際に得られた飛跡の例として、その yz 図を図 4.2 に示す。図の横軸が鉛直方向である y 方向 (-5cm~5cm)、縦軸が検出器を地面と平行につらぬく z 方向 (0~10cm) である。y の変位に対して z の変位が小 さいので、この飛跡は上下方向に TPC を貫いたということがわかる。



4.2.1 ドリフト速度

本実験では、トリガー時刻から各ストリップで信号が閾値を超えた時間 (Time Of Flight, TOF) をデータ として取得することができる。宇宙線 µ の信号から得られる TOF 情報を用いて、TPC のドリフト速度を求 めることができる。Drift top, GEM 間で定義されるドリフト領域は 8cm であり、これに対応する TOF の幅 を求めることで、ドリフト速度を計算することができる。



図 4.3: 信号の TOF のヒストグラム

図 4.3 は信号の時刻情報のヒストグラムであり、横軸は DAQ システムの信号取得間隔である 10ns を単位 として示されている。宇宙線 µ の信号は 225clock から 415clock までの 190clock の期間到来しているので、 ドリフト時間は 1.9µs と求められる。この時間中に GEM からの距離が 0~8cm の信号が到来するので、ドリ フト速度 v_d は以下となる。

$$v_d = \frac{8 \,\mathrm{cm}}{1.9 \,\mu\mathrm{s}} = 4.2 \,[\mathrm{cm}/\mu\mathrm{s}] \tag{4.1}$$

4.3 キャリブレーションとガスゲイン

4.3.1 µ が検出器内で落とすエネルギー

高速の荷電粒子が物質を通過するとき、その移動距離 *x* に伴って失うエネルギー *dE* は以下に示すベーテブ ロッホの式で表される。

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \frac{4\pi}{m_{\rm e}c^2} \cdot \frac{nz^2}{\beta^2} \cdot \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \cdot \left[\ln\left(\frac{2m_{\rm e}c^2\beta^2}{I\cdot(1-\beta^2)}\right) - \beta^2 \right]$$
(4.2)

ここで z は素電荷を単位とした電荷で、今回は z = 1 である。 m_e は電子の静止質量、c は光速、e は素電 荷、 ε_0 は真空中の誘電率、I は気体中に電子-イオン対一組をつくるのに消費される平均のエネルギーである。 $\beta \geq n$ (物質の電子密度) は以下の式で表される。

$$\beta = \frac{v}{c} \qquad n = \frac{N_A \cdot Z \cdot \rho}{A \cdot M_u} \tag{4.3}$$

vは粒子の速度、 N_A はアボガドロ定数、Z は物質の原子番号、A は物質の相対原子質量、 ρ は物質の密度、 M_u はモル質量定数である。この式に本測定に対応する値を代入する。なお、本実験で使用したガスは Ar: C₂H₆ = 9:1 である。代入した結果、 $-\frac{dE}{dx}$ = 2.46 [keV/cm] が得られる。前述 (4.1.3 節)の通り、

external trigger を使用しているため y 軸 (天地) 方向は最大である 10cm の移動距離が検出されるはずであ る。平均で 12cm 程飛行すると考えると、µ が検出器内で落とすエネルギーは理論的には約 30 keV となる。

4.3.2 キャリブレーション

TPC で検出された電荷は FADC の波形から求められる。波形の積分の概略図を図 4.4 に示した。



図 4.4: FADC 波形の積分の概略図

積分幅はデータ取得頻度に起因する時間の最小単位であり、本実験では 100MHz であるので 10ns となる。 これを 10[ns]=1[clock] として表した場合、積分値はすなわち ADC 値の和で表される。ADC 値のスペクトル を図 4.5 に示す。



図 4.5: µ のエネルギースペクトル

赤線で示されているものはランダウフィットであり、MPV 値は 433 である。本来、µ粒子のエネルギース

ペクトルはランダウ分布でよく表されるはずであるが、今回の測定ではランダウ分布でのフィッティングは良い結果でなかった。この結果に対する系統誤差を評価するために、別手法での見積もりとして、ガウス分布でのフィッティングも行い、その結果を青線で示す。ランダウフィットで求めた MPV 値を用いると、µ が検出 器内で落とすエネルギーを E としてキャリブレーションファクター Cal.f は以下の式で表すことができる。

$$Cal.f = \frac{E}{MPV} = \frac{30}{433} = 6.9 \times 10^{-2} [\text{keV/ADC}]$$
 (4.4)

4.3.3 ガスゲイン

FADC はダイナミックレンジ 1V が 8bit で出力されるので、ペデスタル値を引いた積分値を 256 で割るこ とで出力電圧となる。FADC 値から得られる電荷を *Q*FADC とすると、以下の式で求められる。

$$Q_{\text{FADC}}[C] = \int V dt \times \frac{1}{R}$$

= $\Sigma ADC \times (10 \times 10^{-9})[\text{sec}] \times \frac{1}{50[\Omega]}$
 $\simeq \frac{433}{256} \times (10 \times 10^{-9}) \times \frac{1}{50}$ (4.5)

また、ガスゲインを G_{gas} 、アンプのゲインを G_{amp} とすると、以下の式で表すことができる。

$$Q_{\text{FADC}}[C] = e \times \frac{E}{I} \times G_{\text{amp}} \times G_{\text{gas}}$$
 (4.6)

 G_{amp} は文献値から $1.6 \times 10^2 [\text{pc/pc}]$ である。Eが 30 [keV] であるとしてランダウフィットの MPV 値のエ ラーを統計誤差、MPV 値とガウスフィットの Mean 値とのずれを系統誤差として評価すると、ガスゲインは 以下の式で表される。

$$G_{\rm gas} \simeq (1.1 \pm 0.1) \times 10^4$$
 (4.7)

よって、予備実験とは使用した検出器や印加した電圧値が異なるが、ほぼ同等 (10⁴ 程度) のガスゲインが測 定できた (3.2 節参照)。

第5章

運動エネルギーの再構成

(担当:大藤瑞乃)

シミュレーションツール Geant4 を用いて磁場中における陽電子の飛跡をシミュレートし、飛跡情報から 運動エネルギーの再構成を試みた。再構成の方法として、本研究では楕円近似から曲率半径を求める方法、 sagitta 近似から曲率半径を求める方法、飛跡長から µ が検出器内で落としたエネルギーを求める方法の 3 方 法を考え、実際のエネルギーと再構成結果の比較によって各方法の性能評価を行った。

5.1 シミュレーションの概要

5.1.1 Geant4

Geant4 はモンテカルロ法を用いて、物質中における粒子の飛跡をシミュレーションするためのソフトウェ アツールである。1 イベントについて、相互作用を起こす数 (ステップ数) だけ座標、その時点での運動エネル ギー、何の物質内にあるか、どのような作用を起こしてステップが生じているか、粒子の生成・消滅などにつ いての情報を取得するのに用いた。

5.1.2 シミュレーションの設定

実際に近いシミュレートを行うために、GEM Top の面中心部から、陽電子をガス領域に向けて射出した。 ここで、座標軸は原点を GEM Top の中心とし、xy 平面を GEM 内、z 軸を drift top に向けて設定した。初 期運動量ベクトルとして、(1,1,1) としたものと、z 正方向にランダムとしたものをそれぞれ 10000 事象計算 し、前者を楕円近似及び sagitta 近似の評価に、後者を飛跡長を用いた再構成の評価にそれぞれ用いた。前者 は運動エネルギー 1MeV、後者は同じ値だと検出器内で停止しなかったため、100keV に設定した。図 5.1 に 本シミュレーションで得られた典型的な陽電子の飛跡を示す。各点が判別しやすいようにズーム表示している が、x = y = 0[mm] から z 軸正方向に陽電子が螺旋形の飛跡を描いていることがわかる。



図 5.1: 典型的な飛跡のプロット

回転の様子を正確に取得するために Drift top で散乱しているものを除き、再構成を行った。なお、エネル ギーを再構成する際に計算上のエラーが発生してしまうことがあり、このようなイベントは結果から除いた。

5.2 楕円近似と性能評価

5.2.1 楕円近似を行った動機

磁場中における陽電子の飛跡は、初期の運動量ベクトルが磁場方向に平行でない限り磁場方向に巻き付くよ うな螺旋形となり、磁場方向から飛跡を見ると真円になるはずである。これがガス中での散乱などによって歪 むと楕円形になるのではないかと考え、楕円近似によって算出されたパラメータから陽電子の曲率半径を求め ようと試みた。[4]

印加する磁場を B とすると、曲率半径 R と粒子の運動量は以下の式で表される。

$$p_{xy}[\text{MeV}] = 0.3 \times B[\text{T}] \times R[\text{mm}]$$
(5.1)

本実験では磁場を 0.1[T] 印加しているので、これを代入する。この運動量は xy 平面上でのものであるの で、以下の式を用いて三次元に換算する。 Δx 、 Δy 、 Δz はそれぞれ、ステップ (5.1.2 節参照) ごとの座標の 変位である。

$$p = \sqrt{p_{xy}^2 + p_z^2} = \sqrt{p_{xy}^2 + \frac{\Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}} p_{xy}^2$$
$$= \sqrt{\left(1 + \frac{\Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}\right) p_{xy}^2}$$
(5.2)

さらに以下の式で、運動エネルギーに変換する。なお、mc²=0.511[MeV] である。

$$T = \sqrt{\left(mc^2\right)^2 + p^2 - mc^2} \tag{5.3}$$

5.2.2 楕円近似の方法



図 5.2: 楕円の各パラメータ

楕円は図 5.2 のように長軸を a、短軸を b、中心位置を (x_0,y_0) 、傾きを θ として、以下の式で表される。

$$\left(\frac{(x_i - x_0)\cos\theta + (y_i - y_0)\sin\theta}{a}\right)^2 + \left(\frac{-(x_i - x_0)\sin\theta + (y_i - y_0)\cos\theta}{b}\right)^2 = 1$$
(5.4)

得られた飛跡情報の全点を用いて *xy* 平面で楕円近似を行い、もっともらしい楕円のパラメータを取得した。 これによって得られた長軸と短軸の平均を曲率半径とした。[5]

5.2.3 楕円近似の性能評価

生成した陽電子の実際の運動エネルギー E_{real} を横軸、再構成して得られた運動エネルギー E_{reco} を縦軸として、図 5.3 に表した。図の黒線は E_{real}=E_{reco} であり、青線はそこから 30 %のずれを示している。



図 5.3: 楕円近似における運動エネルギー再構成結果

さらに、 E_{reco} と E_{real} の差を E_{real} で割ったものを相対的な偏差として、そのヒストグラムを図 5.4 に表した。



5.2.4 楕円近似の問題点

全点を用いた近似であるために、粒子が進むにつれて運動エネルギーが減少し曲率半径が小さくなっていく 様子が反映されておらず、そのため実際よりも半径が大きく見積もられてしまうために、E_{reco}が E_{real} より も大きく再構成されてしまっていることが考えられる。図 5.5 にその様子を示した。



図 5.5: 楕円近似の問題点

上の図はシミュレーションで得られる典型的な飛跡の xy 平面でのプロットである。赤い矢 印が楕円近似で得られる回転半径 (実際は長軸と短軸の平均であるので、図のものとは少し 異なる)。青い矢印が半径が減少していく様子を表した飛跡における回転半径。E_{real} は各点 の運動エネルギーの平均値に設定し、これはデータ数の中央値における運動エネルギーとほ ぼ一致している。それぞれの矢印を取り出したものが下の並んだ矢印である。半径の大きさ が異なっていることがわかる。

5.3 sagitta 近似と性能評価

5.3.1 sagitta 近似を行った動機

5.2.1 節では、初期の運動量ベクトルが磁場方向に平行ではない限り磁場方向に巻き付くような螺旋形となり、磁場方向から飛跡を見ると真円になるはずであると述べた。楕円近似ではこれがガス中での散乱などによって楕円形に歪むと考えたが、一定方向に大きく歪む可能性は現実的ではなく、真円形になるかもしれない

という予測のもと、飛跡が真円の一部の弧であるとして陽電子の曲率半径を求めようと試みた。

5.3.2 sagitta 近似の方法



図 5.6: sagitta 近似の各パラメータ

得られた座標を円の弧と近似し、始点を A、終点を B とする。弦 AB の長さを *l*、弦 AB を持つ直線を m とし、m から最も遠い弧 AB 上のデータ点を C とする。得られた座標が連続的である場合、直線 m の法線の うち点 C を通るものが弧 AB を持つ円の中心を通ることから、これと近似し、三平方の定理を用いて曲率半 径を求めた。この方法の概略図・各パラメータを図 5.6 に表した。この方法のことを、本論文では以降 sagitta 近似と呼ぶ。

円の半径を R、直線 m と点 C の距離を δ とすると、三平方の定理から R は以下のように求めることができる。

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(R - \delta\right)^2 = R^2$$
$$R = \frac{1}{2\delta} \left(\frac{l^2}{4} + \delta^2\right)$$
(5.5)

以降の変換は 5.2.2 節、式 (5.1) から式 (5.3) までと同様である。

5.3.3 sagitta 近似の性能評価

図 5.3 同様、生成された陽電子の実際の運動エネルギー E_{real} を横軸、再構成して得られた運動エネルギー E_{reco} を縦軸として図 5.7 に表した。図の黒線は $E_{real}=E_{reco}$ であり、青線はそこから 30 %のずれを示して いる。



図 5.7: sagitta 近似における運動エネルギーの再構成結果

 E_{reco} と E_{real} の差を E_{real} で割ったものを相対的な偏差として、そのヒストグラムを図 5.8 に表した。



図 5.8: sagitta 近似における相対的な偏差のヒストグラム

5.3.4 sagitta 近似の問題点

シミュレーションデータの1事象あたりの座標データの点数のヒストグラムを図 5.9、飛跡長のヒストグラ ムを図 5.10 に示す。



図 5.9: 事象ごとのデータ数のヒストグラム

図 5.10: 事象ごとの飛跡長のヒストグラム

ランダウフィットにより、データ点数の MPV は 16.6±1.3 であると求められた。また、飛跡長の平均値は 157±24[mm] であった。よって、シミュレーションによって得られたイベントごとのデータ点数を主に 17 点、 飛跡長は 157[mm] であると仮定する。

今回試みた方法では、点 C が点 A と点 B の中心でなければずれが生じる。シミュレーションで得たデータ について考えると、等距離に並んでいるとしても各点間の距離は 10[mm] 程度あり、連続的とは言えない座標 点数である。すなわち、 δ_{real} となる点がプロットされていない可能性が高い。点 C から直線 m に法線を引 き、交点と始点または終点との距離が短いものを三平方の定理の計算に用いたので、 $\delta < \delta_{real}$ から半径が小さ く見積もられてしまい、運動エネルギーが小さく再構成される結果になったと予想される。座標データの点数 が連続的とみなせるほど多い場合はこのような問題は起こらないので、座標点全点で真円近似を行い、各デー タ点ではなく連続的な円上の点を用いた場合は精度があがると考えられる。



図 5.11: sagitta 近似で小さく再構成される具体例

5.4 飛跡長の取得による運動エネルギー再構成の方法と性能評価

5.4.1 飛跡長取得による運動エネルギーの再構成の動機

陽電子が検出器内で静止した場合、その飛跡長は xz 図、yz 図から再構成することができる。4.3 節で行ったキャリブレーションの逆の手順を踏むことで、飛跡長から陽電子の初期運動エネルギーを求めることができると考えた。

5.4.2 飛跡長の取得方法

4.3 節より、素電荷と同じ電荷を持つ荷電粒子が TPC 内で移動距離に応じて落とす最小のエネルギーは $-\frac{dE}{dx} = 2.46$ [keV/cm] である。このことから、最小電離粒子を仮定すると三次元での飛跡長と TPC 内で落と したエネルギーを対応づけることが可能となる。ただし、TPC の端まで飛んでいる飛跡 (すなわち z=10cm まで飛んでいる飛跡や、 $x, y = \pm 5$ [cm] まで飛んでいる飛跡) を持つ信号については、粒子が検出器外へエネ ルギーを持ったまま飛び出している可能性や、検出器の壁に衝突することで落としたエネルギーを検出できな い可能性があるので、この近似からは除外する。残ったイベントについて、飛跡長は得られた座標各点間の移 動距離の和として求めることができる。

5.4.3 飛跡長の取得による運動エネルギー再構成の性能評価

図 5.7 同様、生成された陽電子の実際の運動エネルギー E_{real} を横軸、再構成して得られた運動エネルギー E_{reco} を縦軸として図 5.12 に表した。図の黒線は E_{real}=E_{reco} であり、青線はそこから 30 %のずれを示して いる。なお、検出器内で停止する条件を課した結果、シミュレーションをおこなった 10,000 事象のうち 495 事象が該当した。



図 5.12: 飛跡長から計算した運動エネルギーの再構成結果

E_{reco} と E_{real} の差を E_{real} で割ったものを相対的な偏差として、そのヒストグラムを図 5.13 に表した。



図 5.13: 飛跡長から行った再構成計算の相対的な偏差のヒストグラム

5.4.4 飛跡長の取得による運動エネルギー再構成の問題点

図 5.12 や図 5.13 からわかる通り、実際の運動エネルギーよりも大きく再構成されてしまう傾向があった。 原因として、最小電離粒子を仮定したが、実際の電子のエネルギー損失はそれよりも大きいという点が最も大 きいと考えされる。また、陽電子は停止位置付近ではまとめてエネルギーを落とすために、飛跡が一本の線で はなく太くなってしまい、正確に観測できていない可能性がある。

また、実際のデータにこの方法を用いるにあたり、GEM 付近は複数の粒子による信号が検出されノイズが 散見されることが予想されるので、1cm 以上の飛跡に限定して 1cm 以上の部分だけで飛跡長を求め、座標の 変化情報から z=0~1cm の間の移動距離を予測して合計するなどの再構成方法が考えられる。同じ方向に長 い飛跡を持つ粒子が 2 つ以上生成されてしまった場合の区別もこの方法ではできないので、また新たな方法を 考える必要がある。

5.5 運動エネルギー再構成手段の改良

楕円近似については、荷電粒子が検出器内を進むにつれて運動量が小さくなるために生じる曲率半径の減少 を正確にとらえることができていない点について、さらなる検討が必要である。sagitta 近似については、弦 から最も遠い点だけでなくすべての点を用いて近似を行い、δ が小さく見積もられる原因を解消する必要があ る。飛跡長を取得する方法に関しては静止点付近と GEM 付近に関して正確に飛跡長が求められていないとい う問題と、2つ以上の荷電粒子が同時に生成されている場合についてその判別ができないという問題を解決す る方法を考えることが必要である。

また、今回試みた方法ではどれも誤差を算出できておらず、どの程度もっともらしいかも不明である。χ² などを算出できるようにするなど、計算そのものにも改良の余地がある。

さらに、現在は得られた信号をすべて肉眼で確認し、螺旋状になっているものを選択している。螺旋状に なっている電子・陽電子の信号とその他の信号の区別、電子・陽電子の回転方向による区別を自動でおこなう アルゴリズムの作成が必要である。

第6章

解析

(担当:森本晴己)

6.1 粒子の飛跡の取得

6.1.1 測定諸元

本測定である磁場中電子/陽電子観測は次の条件で測定した。 磁場: 0.1[T] Drift top :-2500[V] GEM top :-750[V] GEM bottom :-400[V] Anode :500[V] 測定時刻: 2022/2/5 19 時 00 分 ~ 2/6 04 時 00 分 測定時間: 4×10^4 [sec] 取得事象: 2.0×10^5 これらを横軸 energy [keV]、縦軸 length [cm] の分布に表したグラフを下図 6.1 に示す。



図 6.1: 取得事象の energy vs length 分布

6.1.2 電子・陽電子とその他の事象の選別

得られたデータから電子/陽電子の螺旋状飛跡の事象を選択するため、energy・length を指定の範囲でカットをかける。目的となる電子/陽電子の事象は、エネルギーQ値:637[keV]/579[keV] であり、この値以下のエネルギーが高い強度で検出される。また、中性子線源によってガス分子内の陽子が反跳を受け、backgroundとして取得される。この反跳陽子と比較して電子・陽電子は飛跡長が大きい。このことから、energyと distanceを以下の範囲でカットした。ただし、ここでの distance は、飛跡情報の z 軸方向最小値 ~ 最大値までの2 点間の距離としている。

$$energy = 300 \sim 600[keV]$$

 $distance = 4 \sim 15[cm]$

結果、 $2.0 \times 10^5 + 4.3 \times 10^3$ の事象が選別された。これらの飛跡情報をそれぞれ目視で精査し、10事象の 電子/陽電子飛跡情報を得た。

6.2 電子・陽電子の飛跡解析

6.2.1 電子・陽電子の判別

特徴的な電子の二次元飛跡の raw data の一例を下図 (図 6.2,6.3) に示す。これは

energy = 312[keV]

length = 26.6[cm]

の事象である。ここでの length は飛跡に沿った三次元的な電子の移動距離である。

図中の黒点は飛跡の始点、青点は終点を示しており、2つの図からz軸正の方向に三角関数のように進む飛跡であることがわかる。ガス TPC 内の磁場はz軸正の方向に印加されているため、電子 (荷電粒子) がローレンツ力によって磁場方向に回転する特徴的な飛跡である。



荷電粒子はローレンツ力により磁場方向に螺旋運動をする。また、電荷の正負で右巻き・左巻きが異なるため、陽電子/電子はこの巻き方を判別することにより決定することができる。判別方法は (図 6.4,6.5) の通り、 二次元飛跡情報から判別した。螺旋状飛跡は xz 図、yz 図の2次元情報に投影すると、互いに位相が $\frac{\pi}{4}$ ずれて いる。右巻き、左巻きの違いによって位相のずれが異なるため、二次元飛跡情報から陽電子/電子を判別した。



6.1.2 節で述べた通り、事象を選別して目視で精査した結果、4.3×10³ 事象→螺旋状と推定できる飛跡が 10 事象であり、そのうち、電子/陽電子飛跡がそれぞれ 7/3 事象であった。

前述電子飛跡、そして 6.2.3 節に挙げる陽電子飛跡を除いて、電子/陽電子飛跡の 2 次元飛跡を図 6.6~6.21 に 8 事象示しておく。



図 6.10: 電子飛跡の候補③(xz 図)

図 6.11: 電子飛跡の候補③(yz 図)





6.2.2 **三次元飛跡の再構築**

荷電粒子の曲率半径を得るためには、xy 面での飛跡情報を得る必要がある。この前段階として3次元の飛跡を得ることにする。取得データは xz 図、yz 図のヒット情報であり、この2つの図内のプロット点は対応していない。そのため、

$$\left|z_{i[xz\ \underline{\mathbf{m}}]} - z_{j[yz\ \underline{\mathbf{m}}]}\right| = Min$$

となる点、つまり、2 図の z 座標が最も近いプロット点をそれぞれ対応づけることにした。下図 (図 6.22) は 前述の電子 2 次元飛跡 (図 6.2,6.3) を 3 次元に再構築したものである。



図 6.22: 再構築された電子の三次元飛跡

この再構築方法の注意点として、xz プロット点、yz プロット点で同値の z 座標が複数点存在するような飛跡は適切に再構築されないことである。

6.2.3 陽電子飛跡の曲率半径解析

本測定で取得した陽電子1イベントの2次元飛跡情報を下図(図 6.23,6.24,6.25)に示す。





図 6.25: 再構築された陽電子の二次元飛跡

このイベントの飛跡から曲率半径を求める。図 6.23,6.24 において螺旋運動と判断しやすい $z = -1 \sim 0.2[cm]$ の範囲内のヒット情報から (図 6.25 における赤点部分)、5.2 節、5.3 節で述べた楕円 fit と sagitta fit の両方を用いて求めた。下図 (図 6.26,6.27) は円の再構成の様子を示している。

これらの fit により得られた曲率半径は以下の通りである。 楕円 fit: 0.49cm sagitta fit: 0.61cm

2種類の fit による半径の値が異なっており、また、図 6.26,6.27 の再構成された円が視覚的にも適当とは言 えず、fit の精度が高くないことが問題である。この fit の精度が高くない原因として、解析のために使用する プロット点が不十分であることと、後述する多重散乱の影響が大きいために顕著な螺旋状飛跡を得られないこ とが挙げられる。



図 6.26: 楕円 fit による円の再構成



図 6.27: sagitta fit による円の再構成

6.2.4 再構築の問題点

本来螺旋状運動するはずの陽電子・電子が、TPC 内のガス分子との多重散乱によって方向が変化する。下 図 (図 6.28,6.29,6.30) にいくつかその影響の例を示す。散乱の影響で乱雑に移動して飛跡として認識できない 事象が 4.3 × 10³ 事象の中で大半を占めていた (図 6.28)。また、移動の様子が観測できるが回転軸がずれて円 の再構成が不可能である事象 (図 6.29) や、複数の粒子が螺旋運動するような飛跡のため3次元に再構成する ことが不可能である事象 (図 6.30) がみられた。



図 6.28: 乱雑な移動



図 6.29: 回転軸が磁場 (z 軸) に並行でない



図 6.30: 複数の粒子が螺旋運動

6.2.5 課題

陽電子の曲率半径を得るためにはまず、顕著に螺旋状運動する陽電子飛跡を多数取得しなければならな い。そのためには以下の課題を解決する必要がある。多重散乱の影響で、螺旋状飛跡を観測すること自体が困 難である。また、螺旋状飛跡と推定した事象を得られたとしても、回転の軸が定まらないことや、プロット点 の数が少なく、曲率半径を求めることが困難である。

これらを解決するにはより多数のデータを取得し、多重散乱の影響の薄い飛跡を得る必要がある。また、目 的の飛跡を取得しやすい解析アルゴリズムを考案し、目視での精査による負担を減らすべきである。そして、 プロット点の数を増やすには環境ノイズに注意しながら、印加電圧を調整して感度を向上させられれば可能で あると考えられる。

第7章

まとめ

本研究ではガス TPC を用いた磁場中における陽電子の飛跡観測を行い、2.0 × 10⁵ 事象から energy/length 範囲でカットをかけ、二次元飛跡情報から三次元飛跡を再現した。その結果、3個の陽電子飛跡事象、7個の 電子飛跡事象を得た。そして得られた xy 面の二次元飛跡情報から2種類の fit により曲率半径を求めた。

多重散乱による飛跡への影響が強いため、曲率半径を推定することは厳しい。そのため、多数のイベントを 取得し、多重散乱の影響の少ないイベントを選別することや、検出器に印加する電圧をより感度の高い値に設 定することによって改良する必要がある。

第8章

謝辞

本研究を行うにあたり多くの方々にご助力を賜りました。ここに深く感謝します。

指導教員である身内賢太朗准教授には、本研究実施の機会や実験に必要な装置などの環境を整えてくださり 様々なご指導をいただきました。研究員の東野聡様にもまた、研究全般のご指導をいただきました。

また粒子物理学研究室の全ての方々、研究を行うにあたりトラブルが多く研究計画に遅れが多い私たちへご 助言、サポートをありがとうございました。今回の経験を次のステップでも活かしたいと思います。

本研究を行うにあたってご協力いただいたすべての皆様に感謝の気持ちと御礼を申し上げたく、謝辞にかえ させていただきます。



- F.K.J.KOKS and VAN KLINKEN. Nuclear Physics A272. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1976.
- [2] KEK 測定器開発室. https://rd.kek.jp/lab_02_1.html.
- [3] 神戸大学粒子物理学研究室. https://ppwww.phys.sci.kobe-u.ac.jp/laboratory/micro/index. html.
- [4] Multiple scattering for particles in matter. https://meroli.web.cern.ch/lecture_multiple_ scattering.html.
- [5] 最小二乗法による楕円近似. https://imagingsolution.blog.fc2.com/blog-entry-20.html# google_vignette%E2%80%8B.