陽子ビームを用いた原子核散乱実験

和田萌絵美 高木優祐 小山真矢 川田悠統

令和3年度

目次

第1章	序論	1
第2章	理論 (担当:和田)	2
2.1	実験概要	2
2.2	微分散乱断面積の理論	2
	2.2.1 Rutherford 散乱 [1][2]	2
	2.2.2 同種 2 粒子の Mott 散乱 [2]	6
	2.2.3 核力による散乱 [1]	9
2.3	原子核半径推定の理論....................................	10
	2.3.1 最近接距離と原子核半径	10
	2.3.2 リチウムの原子核半径	10
2.4	実験室系における散乱....................................	11
	2.4.1 p-p 散乱の検出角度	12
	2.4.2 散乱粒子、反跳粒子のエネルギー	12
2.5	解析で使用する補正	13
	2.5.1 重心系、実験室系の角度変換 [3]	14
	2.5.2 質量補正	14
	2.5.3 核力による散乱の補正	15
2.6	用いる標的について....................................	15
	2.6.1 今回使用した標的とその目的	15
	2.6.2 エネルギー損失	15
2.7	実験での微分散乱断面積の求め方....................................	16
第3章	実験装置 (担当:髙木)	17
3.1	加速器	17
	3.1.1 加速器の構造	18
3.2	セットアップ	18
	3.2.1 二次電子捕集管	20
	3.2.2 ターゲットホルダー	22
	3.2.3 ビームストッパー	22
	3.2.4 検出器セット	23
	3.2.5 去年からの改良点	25

3.3	まとめ	26
第4章	データ収集 (担当:小山)	27
4.1	DAQ system の構築	27
	4.1.1 単信号の計測回路	27
	4.1.2 2ch 同時計測回路	27
	4.1.3 Shaper	30
	4.1.4 Trigger Logic	33
4.2	α線源を用いた事前動作試験	34
	4.2.1 エネルギースペクトル	35
	4.2.2 2ch 同時計測回路の確認	36
	4.2.3 トリガーレートの考慮	37
第5章	解析・考察 (担当:川田)	38
5.1	目的	38
5.2	エネルギー較正....................................	38
	5.2.1 エネルギースペクトルの分析	38
	5.2.2 較正直線	40
	5.2.3 大角度での散乱におけるピークの広がり	42
5.3	微分散乱断面積	43
	5.3.1 各パラメータの決定と補正	44
	5.3.2 誤差計算	45
	5.3.3 結果と文献値との比較	45
	5.3.4 リチウムの原子核半径の推定	46
5.4	p-p 散乱の観測	46
	5.4.1 観測結果	47
	5.4.2 片方の検出器の高さの変化による観測結果の変化	48
	5.4.3 散乱角度の変化による観測結果の変化	49
第6章	結論	53

参考文献

概要

この研究では、陽子ビームをさまざまな標的に照射する実験を行い、同種粒子散乱 (p-p 散乱) を観測した。 また、Li の原子核半径を求め、理論値と比べた。

2 章では Rutherford の微分散乱断面積を導き、理論値のグラフを作成、また実験で必要なパラメータの決 定をした。

3章では、昨年度の実験の問題点解決のため、新たな二次電子捕集管を作成した。その設計と期待される改善 善点について述べる。

4章では、実際の実験で使用したデータ収集システムについて述べる。

5章では、実験結果の解析及び考察について述べる。結論として、p-p 散乱では、昨年度よりも高精度の結 果は得られなかった。また、Li の原子核半径は、誤差の範囲に収まらなかった。

第1章

序論

「原子物理学の父」と呼ばれた Ernest Rutherford(1871)は、α線やβ線の発見や、人工的な核変換の成 功など、多くの功績を残した。原子の構造は、負電荷が正電荷を帯びた球に散りばめられた、J.J.Tomsonの 「ブドウパン模型」が知られていたが、Rutherfor は散乱実験によって原子核を発見し、「Rutherford」の原子 模型を提唱した。実験で Rutherford らは、α線を金原子に照射し、一部のα線が大きな偏向角で散乱される ことを発見した。この結果から、質量の大部分が、小さな正電荷を帯びた領域にあり、その周りを電子が回転 していることを発見したのである。

本研究では、神戸大学海事科学部にあるタンデム加速器を用いて、標的に数 MeV の陽子を照射する実験を 行った。同種粒子の散乱の観測、微分散乱弾の角度依存性から、原子核半径の推定を行うことを目的とする。

主な取り組みとして、昨年度の実験を引き継ぎ、二次電子捕集管の作成、また標的にリチウムを用いること で、実験精度の向上を試みた。ここからは、Rutherford による散乱公式を理論によって導く。散乱公式、そ の他の理論を用いて、解析で微分散乱断面積の理論値との比較を行っていく。

第2章

理論(担当:和田)

2.1 実験概要

我々は、2022 年 1 月 17~23 日、神戸大学海事科学部にあるタンデム加速器を用いて、さまざまな標的に陽 子ビームを照射し散乱現象を観測する実験を行った。

主な目的は、ポリエチレン標的を使用した P-P(陽子-陽子) 散乱観測の精度向上、またリチウムの原子核半 径推定である。

昨年度の問題点として、p-p 散乱を観測するとき、平面がとれておらず、散乱現象が見えない角度があった。 これを改善するために、本年度の試みとして、新たな二次電子捕集管を用いた。(詳細は3節)また、原子核 半径を推定するために、原子番号が小さく、かつ薄膜として用意できる標的をリチウムに決定し、実際に使用 した。本論文では、実験の理論、実験装置、データ取得システム、解析・考察について述べる。

2.2 微分散乱断面積の理論

ここでは、今回の実験で重要な微分散乱断面積について論じる。異なる二粒子の散乱と同種二粒子の散乱で は従う公式が異なり、また標的によっては核力による散乱を考える必要がある。ここでは、微分散乱断面積を 重心系の角度 *θ* によって表す。

2.2.1 Rutherford 散乱 [1][2]

加速陽子とターゲット原子核との散乱は、主に Coulomb 力による散乱を起こす。ここでは、異なる二粒子 の Coulomb 力による散乱 (Rutherford 散乱) について見ていく。異なる二粒子の原子番号を、*Z*₁, *Z*₂ とする。 今、中心力が働く場に対する入射粒子の相対運動を考える。入射粒子を平面波、散乱粒子を球状波で表し、 図 2.1 のように座標をとる。



図 2.1: 散乱角 θ、入射方向 z の散乱の様子 ([1] より引用し、一部改変)

クーロン相互作用の場において、二粒子系の Coulomb ポテンシャルは、

$$V = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$
(2.1)

と表せるので、シュレディンガー方程式は、

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)\Psi = E\Psi$$
(2.2)

と書ける。ここで、Eは、重心系のエネルギーなので、

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{1}{2}mv^2 \tag{2.3}$$

となる。極座標 (r, θ, φ) から放物線座標 (ξ, η, φ) への変換式

$$\xi = r - z = r(1 - \cos\theta) \tag{2.4}$$

$$\eta = r + z = r(1 + \cos \theta) \tag{2.5}$$

$$\eta = r + z = r(1 + \cos \theta)$$
(2.5)
$$\varphi = \varphi$$
(2.6)

を用いて、式 (2.2) を変換すると、

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{4}{\xi+\eta}\left[\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi\frac{\partial\Psi}{\partial\xi}\right) + \frac{\partial}{\partial\eta}\left(\eta\frac{\partial\Psi}{\partial\eta}\right)\right] + \frac{Z_1Z_2e^2}{2\pi\varepsilon_0(\xi+\eta)}\Psi = E\Psi$$
(2.7)

となる。ここで、业を

$$\Psi = \exp(ikz)\chi(r,\theta) = \exp\left[-ik(\xi - \eta)/2\right]\chi(\xi,\eta)$$
(2.8)

と書くことにする。実際には χ は η を含まない。 χ が ξ のみの関数であることを考慮し、式 (2.8) を式 (2.7) に代入すると、 χ の満たす方程式

$$\xi \frac{d^2 \chi}{d\xi^2} + (1 - ik\xi) \frac{d\chi}{d\xi} - \frac{\kappa k}{2} \chi = 0$$
(2.9)

が得られる。ここで、

$$\kappa = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2\pi\varepsilon_0 \hbar v} \tag{2.10}$$

は、Bohr の Coulomb パラメータと呼ばれる無次元数であり。Bohr 速度

$$v_0 = e^2 / 4\pi \varepsilon_0 \hbar = 2.2 \times 10^6 \text{m/s}$$
 (2.11)

を用いると、

$$\kappa = 2Z_1 Z_2 \frac{v_0}{v} \tag{2.12}$$

と表すこともできる。

ところで、一般に A, B を定数として、

$$X\frac{d^{2}F}{dX^{2}} + (B - X)\frac{dF}{dX} - AF = 0$$
(2.13)

の解Fは、合流型超幾何関数と呼ぶ。X = 0で、物理的に意味のある解は、

$$F(A, B, X) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(A+j)\Gamma(B)X^j}{\Gamma(A)\Gamma(B+j)\Gamma(1+j)}$$

= $1 + \frac{A}{B!}X + \frac{A(A+1)}{B(B+1)2!}X^2 + \frac{A(A+1)(A+2)}{B(B+1)(B+2)3!}X^3 + \cdots$ (2.14)

で表される。ここで、 χ は、Re(z) > 0のとき、

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \tag{2.15}$$

で表されるガンマ関数である。式 (2.9) を

$$ik\xi \frac{d^2\chi}{d(ik\xi)^2} + (1 - ik\xi)\frac{d\chi}{d(ik\xi)} - \frac{-i\kappa}{2}\chi = 0$$
(2.16)

と変形し、2.13と比較すると、

$$\chi = F\left(\frac{-i\kappa}{2}, 1, ik\xi\right) \tag{2.17}$$

が得られる。規格化した式 (2.2) の解は、

$$\Psi = \exp\left(-\frac{\pi\kappa}{4} + ikz\right)\Gamma\left(1 + \frac{i\kappa}{2}\right)F\left(\frac{-i\kappa}{2}, 1, ik\xi\right)$$
$$= \exp\left(-\frac{\pi\kappa}{4} + ikr\cos\theta\right)\Gamma\left(1 + \frac{i\kappa}{2}\right)F\left(\frac{-i\kappa}{2}, 1, 2ikr\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$
(2.18)

と表される。 $kr \gg 1$ 、すなわち入射粒子のドブロイ波長 $(2\pi/k)$ に比べて r が十分大きい時の式 (2.18) の 漸近形は、

$$\Psi = \left(1 - \frac{i\kappa^2}{8kr\sin^2\frac{\theta}{2}}\right) \exp\left(i\left[kr\cos\theta + \frac{\kappa}{2}\ln\left(2kr\sin^2\frac{\theta}{2}\right)\right]\right) + \frac{\kappa}{4kr\sin^2\frac{\theta}{2}} \exp\left(i\left[kr - \frac{\kappa}{2}\ln\left(2kr\sin^2\frac{\theta}{2} + \pi + 2\eta_0\right)\right]\right)$$
(2.19)

で示される。ただし、 $\exp\left(2i\eta_0\right) = \Gamma(1+i\kappa/2)/\Gamma(1-i\kappa/2)$ である。

式 (2.19) の第 1 項を、Coulomb 場で歪んだ透過波、第 2 項を球状波に近づきつつある散乱波とみなし、遠方では、 $kr \gg \ln kr$ であるから、式 (2.19) は、

$$\Psi \sim \exp\left(ikz\right) + f(\theta)\frac{\exp\left(ikr\right)}{r} \tag{2.20}$$

となる。ここで、κと k を戻して、係数比較すると、

$$f(\theta) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\varepsilon_0 m v^2} \exp\left(i\left[-\frac{\kappa}{2}\ln\left(2kr\sin^2\frac{\theta}{2}\right) + \pi + 2\eta_0\right]\right) \frac{1}{\sin^2\frac{\theta}{2}}$$
(2.21)

となり、この式 (2.21) は Coulomb 散乱の散乱振幅と呼ばれ、微分散乱断面積は散乱振幅の絶対値の二乗で 表されるので、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\varepsilon_0 m v^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \\ = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\varepsilon_0 E}\right) \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$
(2.22)

式 (2.22) を Rutherford の散乱公式という。今回の実験では陽子を入射させるので、 $Z_1 = 1$ となり、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Ze^2}{16\pi\varepsilon_0 E}\right) \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}} \tag{2.23}$$

と書き換えられる。ただし、Z は標的の原子番号、E は入射粒子のエネルギー、 θ は重心系における散乱角 である。式 (2.23) を E = 3MeV としてグラフに表すと、下図 2.2 のようになる。



図 2.2: クーロン力による微分散乱断面積。横軸は重心系における散乱角、縦軸が各標的ごとの微分 散乱断面積。

2.2.2 同種 2 粒子の Mott 散乱 [2]

以下では、便宜上2つの粒子をそれぞれ粒子1、粒子2と呼ぶ。同種粒子の場合、検出器が粒子1と粒子2 を実験的に区別できないので、断面積 σ と、波動関数を定義しなおす必要がある。

まず、断面積 σ について、粒子 1 の断面積を $\sigma^{(1)}$ 、粒子 2 の断面積を $\sigma^{(2)}$ とする。検出器での断面積はそれらの和で書けるので、

$$\sigma = \sigma^{(1)} + \sigma^{(2)} \tag{2.24}$$

と定義できる。ここで、 $\sigma^{(1)}$ は散乱振幅 $f(\theta)$ を使って、

$$\sigma^{(1)} = |f(\theta)|^2$$
 (2.25)

と表されるとすると、重心系で考えているため、 $\sigma^{(2)}$ は、

$$\sigma^{(2)} = |f(\pi - \theta)|^2 \tag{2.26}$$

と表される。

続いて波動関数については、量子力学固有のものである。以下の議論で、「対称化する」とは、ボゾンを全 対称に、フェルミオンを反対称にすることである。波動関数の漸近形は式 (2.20) で与えられたが、第一項を Ψ_i 、第二項を Ψ_d とすると、対称化した波動関数 Ψ' は

$$\Psi' = \Psi_i \pm \Psi'_i + \Psi_d \pm \Psi'_d \tag{2.27}$$

となる。±は、+がボゾン、-がフェルミオンである。ただし、

$$\Psi_i'(\theta) \sim \Psi_i(\pi - \theta) \tag{2.28}$$

$$\Psi_d'(\theta) \sim \Psi_d(\pi - \theta) \tag{2.29}$$

である。よって、Ψ'は以下のように表せる。

$$\Psi' \sim \exp\left(ikz\right) \pm \exp\left(-ikz\right) + f'(\theta)\frac{\exp\left(ikr\right)}{r}$$
(2.30)

ただし、

$$f'(\theta) = f(\theta) + f(\pi - \theta)$$
(2.31)

である。以上から、微分散乱断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f'(\theta)|^2 = |f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2$$
(2.32)

となる。

ここで、今回考える陽子はスピン 1/2 を持つことを考慮する。まず、一般的にスピンが *s* の同種 2 粒子の 散乱を考える。2 粒子の合成スピンの状態の波は全部で $(2s+1)^2$ 個あり、(4s+1) 重項状態が (4s+1) 個と なっている。(4t+1) 重項状態に対応する散乱振幅を $f_{4t+1}(\theta)$ で表す。ただし、 $t = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots, s$ であ る。*t* が整数の時、(4t+1) 重項に対応する微分散乱断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{4t+1}} = |f_{4t+1}(\theta) + f_{4t+1}(\pi - \theta)|^2$$
(2.33)

であり、tが半整数の時、(4t+1)重項に対応する微分散乱断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{4t+1}} = |f_{4t+1}(\theta) - f_{4t+1}(\pi - \theta)|^2$$
(2.34)

となる。

偏りのない粒子同士の衝突において、入射粒子と標的粒子のスピンの方向は、偶然に決められるので、微分 散乱断面積はの計算には重みを付けて考える必要がある。したがって、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2s+1)^2} [|f_1(\theta) + f_1(\pi-\theta)|^2 + 3|f_3(\theta) - f_3(\pi-\theta)|^2 + \dots + (4s+1)|f_{4s+1}(\theta) + (-1)^{2s}f_{4s+1}(\pi-\theta)|^2]$$
(2.35)

今、クーロン散乱のみを考えているため、散乱振幅はスピンに無関係で、

$$f_{4t+1}(\theta) = f(\theta) \quad (t = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots, s)$$
 (2.36)

とできる。よって、式 (2.35) と、式 (2.36) より、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2s+1)^2} [|f_1(\theta) + f_1(\pi-\theta)|^2 + 3|f_3(\theta) - f_3(\pi-\theta)|^2
+ \dots + (4s+1)|f_{4s+1}(\theta) + (-1)^{2s}f_{4s+1}(\pi-\theta)|^2]
= |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2
+ \frac{1}{(2s+1)^2} [1 - 3 + 5 - \dots + (-1)^{2s}(4s+1)][f(\theta)f^*(\pi-\theta) + f^*(\theta)f(\pi-\theta)]
= |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2
- \frac{1}{(2s+1)^2} 2(-1)^{2s}(2s+1)[f(\theta)f^*(\pi-\theta) + f^*(\theta)f(\pi-\theta)]
= |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2 + (-1)^{2s} \frac{2}{(2s+1)} [f(\theta)f^*(\pi-\theta) + f^*(\theta)f(\pi-\theta)]$$
(2.37)

これに、散乱振幅 $f(\theta)$ の式 (2.21) を代入すると、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\varepsilon_0 E}\right)^2 \left[\frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}} + \frac{1}{\cos^4\frac{\theta}{2}} + (-1)^{2s}\frac{2}{2s+1}\frac{\cos\left[\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar v}\ln\left(\tan^2\frac{\theta}{2}\right)\right]}{\sin^2\frac{\theta}{2}\cos^2\frac{\theta}{2}}\right]$$
(2.38)

今回の実験では p-p 散乱なので、 $Z_1=Z_2=1,s=rac{1}{2}$ を式 (2.38) に代入すると、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 E}\right)^2 \left[\frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}} + \frac{1}{\cos^4\frac{\theta}{2}} - \frac{\cos\left[\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar\nu}\ln\left(\tan^2\frac{\theta}{2}\right)\right]}{\sin^2\frac{\theta}{2}\cos^2\frac{\theta}{2}}\right]$$
(2.39)

となる。式 (2.39) を、Mott の散乱公式という。

本実験では、E = 3MeV なので、式 (2.39) をグラフにすると、図のようになる。微分散乱断面積は、重心系の散乱角 90°を境に対照的なグラフになる。



図 2.3: Mott 散乱による微分散乱断面積。横軸は重心系における散乱角。

2.2.3 核力による散乱 [1]

Coulomb 力による散乱の他に、核力による散乱も考えられる。ここでは古典的に考えて、入射陽子と標的 原子核との散乱を剛体球との散乱と考える。



図 2.4: 剛体球による散乱 ([1] より引用 一部改変)

図 2.4 のように角度 α と、重心系の散乱角 θ をとると、

$$\alpha = (\pi - \theta)/2 \tag{2.40}$$

$$b = R\sin\alpha \tag{2.41}$$

よって、bと θの関係は、

$$b = R\cos\frac{\theta}{2} \tag{2.42}$$

したがって

$$2\pi bdb = -\frac{R^2}{4}d\Omega \tag{2.43}$$

(2.43) より、微分散乱断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4} \tag{2.44}$$

と表せられる。

陽子半径 r を考慮するには、 $R \in (R+r)$ とすればよく、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\left(R+r\right)^2}{4} \tag{2.45}$$

と書き換えられる。本研究では、式 (2.45)を核力による微分散乱断面積として解析を行う。

2.3 原子核半径推定の理論

2.3.1 最近接距離と原子核半径

クーロン相互作用の場において、加速された陽子が、標的原子核にどれだけ近づけるのかを考える。 最近接距離 *r_{min}* は、ターゲットの原子番号 *Z*、入射陽子のエネルギー *E*=3MeV に依存し、(2.46) 式で表 される。

$$r_{min} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E} \tag{2.46}$$

続いて、標的の原子核半径 R は、標的の質量数 A に依存し、以下の式 (2.47) のように表される。ただし、 水素の原子核半径は、陽子半径と等しいとみなす。

$$R = 1.3 \times A^{\frac{1}{3}} \tag{2.47}$$

今回使用する各標的の最近接距離と原子核半径を計算したものを、下の表 2.1 にまとめる。

	Au	Al	С	Li	Н
最近接距離 (fm)	37.9	6.23	2.88	1.44	0.48
原子核半径 (fm)	7.56	3.20	2.98	2.48	0.88

表 2.1: 最近接距離と原子核半径

表 2.1 より、C、Li、H については、最近接距離が原子核半径よりも小さくなるので、2.2.3 節で見た核力に よる散乱を考慮する必要がある。

2.3.2 リチウムの原子核半径

以上の議論から、リチウムの微分散乱断面積について、Coulomb 力による散乱と核力による散乱を比較した理論値のグラフを下図 2.5 に示す。

図 2.5 において、赤色の線が、Coulimb 力による散乱、水色の線が核力による散乱、青色の線がそれらを足 し合わせたものである。大角度 (80°) 前後から、核力による散乱の微分散乱断面積が支配的になることがわ かる。2.2.3 より、核力による散乱の微分散乱断面積は、標的原子核半径 *R* の二乗に比例するため、大角度で の微分散乱断面積の測定値から、リチウムの原子核半径を推定することができる。



図 2.5: 計算によるリチウムの微分散乱断面積の理論値。散乱角は実験室系。

2.4 実験室系における散乱

本節では、散乱現象を弾性散乱と仮定し、入射粒子と反跳粒子の2体衝突を下図2.6のように実験室系で考 える。



図 2.6: 実験室系での 2 体衝突([1] より引用 一部改変)

図 2.6 において、入射粒子の質量を M_1 、衝突前の速度を v、衝突後の速度を u_1 とし、反跳粒子の質量を M_2 、衝突後の速度を u_2 とする。また、散乱角を θ 、反跳角を φ とする。運動量保存とエネルギー保存を考え ると、

$$\frac{1}{2}M_1v^2 = \frac{1}{2}M_1u_1^2 + \frac{1}{2}M_2u_2^2 \tag{2.48}$$

$$M_1 v = M_1 u_1 \cos \theta + M_2 u_2 \cos \varphi \tag{2.49}$$

$$0 = M_1 u_1 \sin \theta - M_2 u_2 \sin \varphi \tag{2.50}$$

が得られる。*E*₀ を入射粒子のエネルギー、*E* を散乱粒子のエネルギー、*T* を反跳粒子のエネルギーとする と、上記の3つの式を連立して、以下の式が得られる。

$$\tan \theta = \frac{M_2 \sin 2\varphi}{M_1 - M_2 \cos 2\varphi} \tag{2.51}$$

$$E = \frac{1}{2}M_1 u_1^2 = \left(\frac{M_1 \cos\theta + \sqrt{M_2^2 - M_1^2 \sin^2\theta}}{M_1 + M_2}\right)^2 E_0$$
(2.52)

$$T = \frac{1}{2}M_2 u_2^2 = \frac{4M_1 M_2}{\left(M_1 + M_2\right)^2} E_0 \cos^2 \varphi$$
(2.53)

ここで、 $A = \frac{M_2}{M_1}$ を使うと、式 (2.51)~(2.53) は、以下のように書き換えられる。

$$\tan \theta = \frac{A \sin 2\varphi}{1 - A \cos 2\varphi} \tag{2.54}$$

$$E = \left(\frac{\cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + A^2 - 1}}{A + 1}\right)^2 E_0 \tag{2.55}$$

$$T = \frac{4A}{(A+1)^2} E_0 \cos^2 \varphi$$
 (2.56)

以上の式 (2.54)~(2.56)を使って、実験や解析に必要なパラメータを確定していく。

2.4.1 p-p 散乱の検出角度

まず、p-p 散乱の検出角度について検討する。p-p 散乱の場合、*A* = 1 となるので、式 (2.54) より、以下の 式が得られる。

$$\tan \theta = \frac{\sin 2\varphi}{1 - \cos 2\varphi} = \frac{1}{\tan \varphi}$$
(2.57)

式 (2.57) を解くと、

$$\theta + \varphi = 90^{\circ} \tag{2.58}$$

となる。今回の実験で p-p 散乱を見るときは、検出器の角度が 90° になるように設置する。

2.4.2 散乱粒子、反跳粒子のエネルギー

先ほど導いた式 (2.55)、(2.56) をグラフにすると、図 2.7、2.8 のようになる。 ただし、ここでは *E*₀=3MeV である。解析でエネルギー較正をするために、図 2.7、2.8 の値を用いる。



図 2.7: 散乱陽子のエネルギー (実験室系の散乱角)



Anguler dependence of the energy of recoil particles

図 2.8: 反跳粒子のエネルギー(実験室系の散乱角)

2.5 解析で使用する補正

2.2 節で述べた微分散乱断面積の散乱角度は、重心系で表された。ただし、実際には実験室系で測定される ため、解析には角度の補正を加える必要がある。

また、本実験では十分非相対論の領域として扱えるため、相対論の影響については議論しない。

2.5.1 重心系、実験室系の角度変換[3]

実験室系での散乱角を θ_{lab} 、重心系での散乱角を θ_{cm} とすると、 θ_{lab} と θ_{cm} との間に成り立つ関係は、

$$\tan \theta_{lab} = \frac{\sin \theta_{cm}}{\cos \theta_{cm} + \frac{M_1}{M_2}} \tag{2.59}$$

となる。p-p 散乱の場合、 $\frac{M_1}{M_2} = 1$ となるので、式 (2.59) は、

$$\theta_{lab} = \frac{\theta_{cm}}{2} \tag{2.60}$$

となる。

実験室系での微分散乱断面積を $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab}$ 、重心系での微分散乱断面積を $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{cm}$ とすると、式 (2.59) より、 それらの間に成り立つ関係式は、

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{cm} = \frac{1 + \frac{\cos\theta_{cm}}{n}}{\left(1 + \frac{2}{n}\cos\theta_{cm} + \frac{1}{n^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab}$$
(2.61)

で表される。

式 (2.61) を用いて、グラフ 2.2、2.3 を書き直したものが、下図 2.9、2.10 となる。



2.5.2 質量補正

式 (2.22) は、入射粒子の質量が、標的の原子核質量よりも十分に小さいことを前提としている。標的が C、 Li、H のときは、質量比を無視できないので、補正として換算質量 *µ* を使う。*µ* は、以下の式で表される。

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \tag{2.62}$$

2.5.3 核力による散乱の補正

2.2.3 節で、核力による散乱を見た。しかしこれは古典的に導いたものである。 入射粒子を平面波として扱って導出すると、微分散乱断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\sin\delta_l}{k}\right)^2 \tag{2.63}$$

と表される。ただし、 δ_l は剛体球がない場合の散乱波とある場合の散乱波の位相差、k は波数である。 $\delta_l \ll 1$ とすると、 $\sin \delta_i \sim \delta_l$ と近似できるので、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim R^2 \tag{2.64}$$

となり、古典的に求めた微分散乱断面積の4倍となる。

2.6 用いる標的について

2.6.1 今回使用した標的とその目的

ラザフォードの散乱公式より、微分散乱断面積は標的の原子番号にも依存することが分かった。これを踏ま え、本実験で実際に使用する標的を決定した。

使用した標的についてと、その目的は以下の通り。

• Au

金箔を使用。エネルギー較正用。

• Al

アルミホイルを使用。エネルギー較正用。

• Li

リチウムフォイルを使用。原子核半径を推定するために、2.2.3 節で見た核力による散乱を起こす必要 があり、原子番号が C よりも小さく、かつ薄膜として用意できる標的として選出した。

 C、H ポリエチレンを使用。p-p 散乱を観測するために選出した。また、CとHでは原子番号が離れているため、2つのピークを見分けやすく、エネルギー較正用としても使用。

2.6.2 エネルギー損失

標的の厚さは、入射陽子のエネルギー損失に影響を与える。そこで、Bethe-Bloch の式 [4] を用いて、実際 に使用する標的の厚さが、5% 程度となる厚さを検討する。Bethe-Bloch の式は、以下のパラメータを用いて、 式 (2.65) で表される。

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx} = K\frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2} \left[\ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)}\right) - \beta^2 \right]$$
(2.65)

$$\begin{split} K &= \frac{4\pi N_A}{m_e c^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \sim 0.3071 [\text{MeV} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}], m_e c^2 = 0.511 [\text{MeV}], Z : 標的原子の原子番号,\\ I : 平均イオン化エネルギー &= 16 \cdot Z^{0.9} \cdot 10^{-6} [\text{MeV}], A : 標的原子の質量数, N_A : アボガドロ定数,\\ \rho : 標的の密度 [g/\text{cm}^3], \beta &= v(陽子の速度)/c = 0.08 (陽子のエネルギー E = 3 [\text{MeV}])\\ 標的の実際の厚さと、エネルギー損失が 5% となる理論値をまとめた表が表 2.2 となる。$$

	理論値 (μm)	用いた標的の実際の厚さ (μm)
金	1.94	0.5
アルミニウム	6.49	10
リチウム	18.5	20
ポリエチレン	14.0	5

表 2.2: 標的の厚さ

2.7 実験での微分散乱断面積の求め方

ここで、実験で得たデータから、微分散乱断面積を求めるための理論式を導出する。用いる物理量を次のよ うに定義する。

$$d\Omega$$
: 微小立体角 [sr] $n: ターゲット原子核の面密度 [/cm2] N: d\Omegaに散乱された粒子数 $N_{all}: 全粒子数$
 $d: ターゲットの密度 [g/cm3] t: ターゲットの厚み [cm] Nall: アボガドロ数 [/mol] $r: 二次電子捕集管の穴の半径 [cm]$
 $l: 散乱点から検出器までの距離 [cm]I: 陽子ビームの電流値 [A] T: 計測時間 [s] $e: 素電荷 [C]$
 $A: ターゲット原子の質量数 [g/mol]$$$$

面密度 *n* のターゲットに陽子ビームを照射し、*d*Ω の範囲で観測することを考えると、単位立体角あたりに 陽子が散乱される確率は、微分散乱断面積と面密度の積で与えられるので、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \times n \times d\Omega = \frac{N}{N_{all}} \tag{2.66}$$

となる。それぞれの値は、

$$n = \frac{d \times t \times N_A}{A} \tag{2.67}$$

$$d\Omega = \frac{\pi r^2}{4\pi l^2} \tag{2.68}$$

$$N_{all} = \frac{IT}{e} \tag{2.69}$$

で与えられる。以上から、微小立体角 $d\Omega$ における微分散乱断面積 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ は、式 (2.70) で表すことができる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4l^2 \times N \times e \times A}{r^2 \times I \times T \times d \times t \times N_A}$$
(2.70)

第3章

実験装置(担当:高木)

3.1 加速器

2021/1/17~23 にかけて、神戸大学深江キャンパスにあるタンデム加速器を用いて最大 3MeV のエネル ギーを持った陽子ビームを作り実験を行った。タンデム加速器とは、加速する対象であるイオンの電荷を反転 させることで 2 段階加速する加速器の総称である。

図 3.1 に使用した加速器の写真を示す。



図 3.1: 使用したタンデム加速器

3.1.1 加速器の構造

加速器本体は直径 1.07m、長さ 3.94m の円柱型である。今回の実験では、図 3.2 のように水素化物イオン (*H*⁻)を出すイオン源を用いた。このイオンを電場で加速し、ストリッピング層において符号を反転し陽子に 変え、更に逆の電場で加速した。この陽子ビームを四重極磁石で収束させた。

その後、加速器本体からターゲットの入った真空チェンバに向かう途中でビームを調整し、チェンバ内でター ゲットにぶつけた。



図 3.2: タンデム加速器の模式図

3.2 セットアップ

ターゲットの入った真空チェンバ内は図 3.4 のような配置であり、模式図で表したものが図 3.3 である。肌 色の矢印で示したのはチェンバ外部から真空を破ることなく操作可能な部分である。具体的な寸法については 3.5 に示した。

チェンバに届いた陽子ビームはコリメータで絞られ、後述の二次電子捕集管の穴を通ってターゲットにぶつか る。そこで散乱されたビームを検出器セットで観測した。

このチェンバは、各検出器セットの角度、ターゲットホルダーの台座の高さと角度を外部から変更できるよう になっている。



図 3.3: チェンバ内の模式図



図 3.4: チェンバ内の写真



図 3.5: 二次電子捕集管内の寸法

3.2.1 二次電子捕集管

二次電子捕集管とは、10°ごとに側面に穴が開いているステンレス製の円柱である。これによって図 3.6 のように 10°ごとに検出器セットを移動させて観測を行うことができる。

本実験で用いたものは 3.2.5 で述べるような理由から上下 2 分割することができるようにしてあり、上部は図 3.3 に示したターゲットホルダーの台座の上下動に連動して、真空を破ることなく 3.7 のように上下させられ る。

また、側部に着脱可能な扇形のパーツを取り付けることで2つのうち1つの検出器セットをこの動きに連動さ せることが可能である。



図 3.6: 二次電子捕集管



図 3.7: 二次電子捕集管の上下運動の様子

3.2.2 ターゲットホルダー

今回用いたターゲットは、図 3.8 のようなアルミ板 (幅 50mm, 高さ各 50,75mm) に穴を開けたもので挟ん で装置に固定した。中央の長穴 (長さ 48mm, 幅 8mm, 側面に傾斜あり) 部分でターゲットが露出する形にな る。

露出部分が長穴になっているのは、ビーム位置が固定されたまま装置全体が上下運動することに対応するため のものである。



 図 3.9: ビームストッパー

図 3.8: ターゲットホルダー

3.2.3 ビームストッパー

ビームストッパーとは、小角度で大きなエネルギーを持った散乱粒子が、二次電子捕集管内面で更に散乱し て他の角度での検出におけるバックグラウンド源となってしまうことを避けるために使用するものである。 具体的な形は図 3.9 のようになっており、ターゲットを挟んでビーム源の反対側に設置した。 なおこれは昨年まで使用していた形 (円筒)とは異なるが、ターゲットホルダーの長穴と同様にビーム位置が 固定されたまま装置全体が上下運動することに対応するためのものである。

3.2.4 検出器セット

図 3.10,3.11 が検出器セットの写真である。

このセットは検出部・変換増幅部がひとまとめになっており、昨年度に引き続き p-p 散乱の検出のためにこれ を 2 つ使用した。

3.2.1 で述べたように、一方は高さを固定しもう一方は二次電子捕集管と連動して動かせるように設置して使用した。これにより 3.2.5 で述べるような問題の解決を図った。

検出部に用いたのは PIN フォトダイオード、増幅・変換部に用いたのはオペアンプとチャージアンプである。 このセットにより入射粒子が持つエネルギーを電流値を経て電圧値へと変換し、シェーパーを通して測定した。



図 3.10: 検出器セット (変換増幅部側)



図 3.11: 検出器セット (検出部側)

PIN フォトダイオード [5]

一般に PIN フォトダイオードは図 3.12 のような構造になっている。p 型半導体と n 型半導体の間に i 型半 導体を挟んでおり、i 型半導体に飛来した粒子のエネルギーによって電離が起こる。これによりできた電子正 孔対は図 3.13 のようにバイアス電圧をかけることにより加速され、電流として流れる。

I 型半導体に Si を使っていた場合、1 組電離するのに必要なエネルギーは 300K で 3.62eV 必要である。入社 粒子のエネルギーをこの値で割り、素電荷をかけた電荷量が信号として得られることになる。

オペアンプ・チャージアンプ

PIN フォトダイオードにより電荷量として得られた入射粒子のエネルギーを、オペアンプによって増幅し、 チャージアンプによって電荷から電圧に変換した。

図 3.14 がアンプ部分の回路図である。



図 3.12: PIN フォトダイオードの構造 [5]



図 3.13: 受光した PIN フォトダイオード [5]



黄色の枠内:オペアンプ (CS-515) 赤色の枠内:チャージアンプ回路内

図 3.14: アンプ部分の回路図

3.2.5 去年からの改良点

昨年度までも概ね同様の実験を行っていた [6] が、p-p 散乱を観測した時、図 3.16,3.17 のように 90°をな す角度の中でうまく観測できていない組があった。

これを解消するため、二次電子捕集管を始めとする装置の設計・改良を行った。

まず、昨年度使用した二次電子捕集管は、神戸大学海自科学部にある図 3.15 のような単純な円筒形であった。 これを用いて図 3.3 のようなセッティングで実験を行ったのだが、前述の通り p-p 散乱で観測が不十分な角度 の組があった。私たちはこの問題の原因を、図 3.18 のようにビームのベクトルと 2 つの検出器セットの位置 が装置自体の傾きのためにずれているためではないかと予想した。

これを検証するために、二次電子捕集管を図 3.6 のように変更した。

これにより 3.2.1 で述べた通り、真空を破らずに一方の検出器を上下に動かすことができ、外部から細かく調 整することにより図 3.18 のような問題は解決できると考えた。

またこれに伴い、上下運動に対応させるため 3.2.2,3.2.3 で述べたような形のターゲットホルダーやビームス トッパーを設計した。



図 3.15: 昨年度使用した二次電子捕集管



図 3.16: 昨年度の実験結果 (横軸が 50°、縦 軸が 40°)[6]



図 3.17: 昨年度の実験結果 (左: 横軸が 60°、縦軸が 30°),(右: 横軸が 70°、縦軸が 20°)[6]



図 3.18: 図 3.16,3.17 に対する原因の予想

3.3 まとめ

p-p 散乱を観測する際にビームと 2 つの検出器からなる平面が上手く取れていないという昨年度の同実験で 起きた問題に対して、二次電子捕集管, ビームストッパー, ターゲットホルダーの形を大きく変更することで対 応を行った。

これにより真空を破ることなく手早く一方の検出器の高さを調節することができるようにし、目標の散乱現象 を観測できるように改良を目指した。

第4章

データ収集(担当:小山)

4.1 DAQ system の構築

本節では DAQ system (Data AcQuition system:データ収集系) について述べる。本研究ではターゲット原子核へ陽子を入射し、散乱後の粒子のエネルギースペクトルを得ることで、散乱断面積を求める。検出器 である PIN フォトダイオードの出力信号の波高から、スペクトルを得るための DAQ system の構築を目指した。

4.1.1 単信号の計測回路

例年、ラザフォード散乱実験(文献)では波高データの読み出しに MCA(Multi Channel Analyzer)を使用 していた。MCA とは、電圧の波高分布のヒストグラムを取得する装置である。[図 4.1] にその回路を示す。



図 4.1: MCA を用いた検出回路

計測過程は以下の通りである。初めに、散乱粒子を PIN フォトダイオードで電荷量として検出する。電荷 はプリアンプに通して電圧信号へと変換し、Shaper により波形を整形して MCA によって検出する。

また、p-p 散乱の検出のために VME bus モジュールを用いた 2ch 同時計測回路を使用していた。

4.1.2 2ch 同時計測回路

VME bus

VME bus (Versa Module Eurocard bus) とは 1981 年に開発されたコンピュータのバス規格の一つであ る。同じく高エネルギー物理学実験などに用いられる CAMAC 規格と比べてデータ転送が速いという特徴を 持つ。VME クレートに挿入されたモジュールはバックブレーンを介してデータの通信を行う。本研究では 2ch 同時計測を行うためにピークホールド型の ADC と、SiTCP VME Master の2つのモジュールを用いた。以下その役割や性能を述べる。

• ピークホールド ADC

ADC(Analog-to-Digital Converter)とはアナログ信号をデジタル値に変換するシステムである。信号の波 高分布を得るため、本研究ではピークホールド型の ADC(以降 PHADC)を用いた。PHADC の Gate 入 力端子に信号が与えられている間のピーク電圧をデジタル変換する。

• SiTCP VME Master[7]

Eathernet 経由で VME bus を制御するための Master Module である。同一のクレートに挿入されている VME Slave Module へのアクセスが可能。PHADC の制御・データ読み出しに用いた。

以下に SiTCP のブロック図 [図 4.2] と全体写真 [図 4.3]、使用した VME モジュール [表 4.1] を示す。



図 4.2: SiTCP 全体ブロック図



図 4.3: SiTCP 全体写真

モジュール名	製作元:型番	スペック等
PHADC	豊伸電子:8ch PHADC V006	最大出力 4V 逐次 14bit 変換 : 入力インピーダンス 1k Ω
STOD VME Master	DeeDeemeTrackmalagies · DDT 002.2	最小 Gate 幅:500ns
SITCP VME Master	BeeBeans Technologies - BB1-002-2	通信ノロトコル.ICP

表 4.1: 使用した VME モジュール

前節で述べたように、PHADC には Trigger 信号として Gate 入力を与える必要がある。入射陽子と反跳 水素原子核は、散乱イベント発生からおよそ同じ時間で検出器に到達すると予想される。したがって2つの信 号を同時計数回路(コインシデンス)へ入力すれば、適切なタイミングで Trigger をかけることができると考 えた。以下に 2ch 同時計測回路のブロック図 [図 4.4] と使用した NIM モジュール [表 4.2] を示す。ルーター には BUFFALO 社の LSW6-GT-8NS を用いた。



図 4.4: VME bus モジュールを用いた検出回路

モジュール名	製作元:型番	実験時の設定等
コインシデンス	豊伸電子:N017	応答速度:2ns アナログ加算式(ANY1~ 4)
ゲートジェネレーター	PHILLIPS SCIENTIFIC : 794	Gate 幅:4 μ F
ディスクリミネーター	PHILLIPS SCIENTIFIC : 705	最低 Threshold:150mV
Shaper	自作	Gain:22 時定数:10 ⁻⁶ s
QUAD LINEAR FAN-IN/OUT	PHILLIPS SCIENTIFIC : 744	

表 4.2: 使用した NIM モジュール

4.1.3 Shaper

Shaper とは入力信号の波形を整えるシステムである。これにより、入力信号が連続的であっても信号が 重ならないようになり、また得たい周波数帯の信号以外をカットすることで S/N 比を最適化する役割を持つ。 本年度ではここにあたる回路を製作した。オペアンプには LM7171 を用いた。以下にその回路 [図 4.5] と全体 写真 [図 4.6] を示す。



図 4.5: Shaper 回路



図 4.6: Shaper 全体写真

以上からわかるように、この回路は3つの要素の組み合わせから成る。Shaper を通すことで、信号波形は 以下のように整形される [図 4.7]。ここで入力信号は幅 1 µ s、電圧 100mV のパルスとした。



図 4.7: Shaper による信号の整形

フィルタ回路

フィルタ回路とは微分回路と積分回路の組み合わせからなる、[図 4.5] の赤線で囲われた部分である [図 4.8]。微分回路の役割を果たす、前方の CR 直列部分により低周波領域 f $\leq 1/2\pi$ C₁R₁ の信号を遮断し、積分 回路の役割を果たす、図上部の CR 並列部分により高周波領域 f $\geq 1/2\pi$ C₂R₂ の信号を遮断することで得た い周波数帯のみの信号を取得する。以上の手法で、[図 4.9] のように、 ω_1 、 ω_2 の値を設定することで得たい周 波数帯の信号以外を遮断する。



この回路では 10^{-6} s $\leq \tau \leq 1.2 \cdot 10^{-6}$ s の間の時定数を持つ信号のみを通すように設定した。

ポールゼロキャンセル

[図 4.5] において、黄線で囲われた部分である。回路の伝達関数において、分母が 0 になる時の s の値を ポールと呼び、分子が 0 となる時の s の値をゼロと呼ぶ。ポールにおいて s の値が負であった時、測定時にア ンダーシュートと呼ばれる誤差が生じる。ポールと全く同じ値を s の解にもつゼロを回路に組み込むことで分 母分子を打ち消しあう手法をポールゼロキャンセルという。この回路ではフィルタ回路のポールを打ち消すた めに $\tau = 10^{-6}$ s の時定数を持つ CR 並列回路を組み入れた。

反転増幅回路

[図 4.5] において、青線で囲われた部分である。フィルタ回路を通したために反転した信号を戻すため、また Gain を調節するために用いた。この回路では Gain=- $\frac{R_5}{R_4}$ となる。また、出力負荷を受けないようにする バッファ回路としての役割も果たす。

4.1.4 Trigger Logic

ここでは Trigger システムについて述べる。まずは使用したモジュールの説明を行う。

• ディスクリミネーター(波高弁別回路)

Threshold 電圧より大きい入力信号が与えられたとき、以下の図のように矩形波を出力する

• コインシデンス(同時計数回路)

4つの入力チャンネルを持つ。本論文では4つのうちいずれか1つ以上に信号が入力されたときに矩形波を出 力するモードが ANY1、2つ以上に入力があったときに矩形波を出力するモードを ANY2 と定義する。

• ゲートディレイジェネレーター

信号入力があったとき、任意の時間幅の矩形波を出力する。出力時間にディレイをかけることもできるが、本 実験ではディレイ機能は用いていない。

本実験で用いた Trigger システムの概略を [図 4.10] に示す。また、PHADC に入力した信号を [図 4.11] に示 す。ディスクリミネーターにはプリアンプ・Shaper を通した信号を入力している。この入力に対してディス クリミネーターが矩形波を出力し、2チャンネルで同時に出力されたときにコインシデンスが矩形波を出力す る。その信号をゲートジェネレーターに入力することで、Trigger となる Gate 信号を作成した。



図 4.10: Trigger Logic



黄:70°青:20°



黄:Gate 青:20°

図 4.11: 20° 70°の散乱角における PHADC への入力信号

4.2 α線源を用いた事前動作試験

海事科学部での本実験の前に、α線源²⁴¹Am を用いた動作確認を行なった。確認事項としては、得られる エネルギースペクトルおよびその解析プログラム、2ch 同時計測回路の動作、トリガーレート等が挙げられ る。本節ではその試験結果を述べる。

4.2.1 エネルギースペクトル

正しいエネルギースペクトルが得られているかは、PIN フォトダイオードに a 線 (²⁴¹Am 線源、5.4MeV) を照射することで確認した。 a 線源と PIN フォトダイオードとの距離を 0cm、1cm、2cm、2.5cm、3cm に 設定し、計測を行うことで空気中でのエネルギー損失の要素を含んだエネルギースペクトルが得られるかを試 みた。

a 線や陽子線などの重荷電粒子は物質中を透過するとき、進行方向の物質を励起しながらエネルギーを失って いく。[図 4.12] に、5.49 MeV の a 線の空気中での Bragg 曲線を示す [8]。²⁴¹Am 線源における a 線のエ ネルギーは 5.4 MeV であるが、エネルギー損失の過程は同様な Bragg 曲線 に従うと考えられる。[図 4.13]、 [図 4.14]、[図 4.15] に得られたエネルギースペクトルを示す。距離が大きくなるにつれて、波高が小さくなっ ていく様子が見られる。この結果から正常に動作していると評価した。



図 4.12: 5.49 MeV の α 線に対する Bragg 曲線



4.2.2 2ch 同時計測回路の確認

2ch 同時計測回路の動作確認は、a 線の信号を並列回路を用いて2つに増やしそれぞれ PHADC に入力し て行なった。2つのチャンネルで得られたエネルギースペクトルと二次元ヒストグラムを [図 4.16] に示す二 次元ヒストグラムから、2つのチャンネルの値が等しくなっていることが分かる。この結果から 2ch 同時計 測回路が正常に動作していると判断した。



図 4.16: 2CH 同時計測回路の試験結果

4.2.3 トリガーレートの考慮

事前動作試験の結果、上手からも分かる通り²⁴¹Am のα線レートは 300Hz 程度であり、PHADC の測定 レートは 80Hz 程度であった。本実験ではトリガーレートが 100 を超える場合もあり、正確な散乱粒子数の データが必要な散乱断面積の測定には適さない。散乱断面積の値を求めるには散乱された粒子の数を正確に 求める必要があること、コインシデンスを取る必要がないことから、散乱断面積を求めるための計測には AMP TEK 社の MCA8000D (最大トリガーレート: 100 MHz)を使用した。

第5章

解析・考察(担当:川田)

5.1 目的

本研究でのデータ解析は、CERN(Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire:欧州原子核研究機関) が開発する解析フレームワーク ROOT を用いて行った。

実験で得られた各標的のエネルギースペクトルについて、標的中の散乱場所の違いによるエネルギー損失を 考慮した上で、理論値と比較してキャリブレーションを行った。

キャリブレーション後の実験値、計測時間、データ取得数を用いて散乱角度に対する微分散乱断面積を求 め、またリチウム標的については弾性散乱と Coulomb 力による散乱を比較することで、リチウム原子核の大 きさを推定した。微分散乱断面積については、ラザフォードの散乱公式から計算した理論値と実験値を比較す ることにより評価を行った。

ポリエチレン標的における p-p 散乱を観測した。p-p 散乱は、同時計測回路を用いて入射陽子と散乱された 水素原子核の二つのデータを取得することによって観測した。また、PIN フォトダイオードの高さを変えた 場合や、散乱を観測する角度を変えた場合の陽子-陽子散乱観測頻度の変化の原因を考察した。

5.2 エネルギー較正

5.2.1 エネルギースペクトルの分析

各角度、各標的でのエネルギースペクトルの分析を行った。エネルギースペクトル上に現れたピークと理論 値 (図 5.1) を比較することで、ピークが標的に散乱された入射陽子のものであるという同定を行った。

·金標的

標的が金原子核である場合のエネルギースペクトルでは、いずれの角度においても1つのピークが見られた。図 4.1 より、散乱された入射陽子のエネルギーは角度変化が小さい。得られたピークも同じ傾向であったため金に散乱された入射陽子のピークであると同定した。散乱角度 40°と 150°におけるエネルギースペクトルをそれぞれ図 5.2、図 5.3 に示す。



図 5.1: 散乱陽子のエネルギーの角度依存性 (角度は実験室系の値)





測定結果)

・ポリエチレン標的

ポリエチレンの組成式は (CH₂)_n であり、散乱角度が 90°以下の場合にはエネルギースペクトル上には炭 素と水素の 2 つのピークが現れる。しかし、エネルギー・運動量保存則により、水素原子核との散乱陽子と反 跳陽子は 90°より大きい散乱角度には散乱されない。したがって、散乱角度が 90°より大きい場合には炭素 のピークのみが現れると考えられる (本研究では実験時間の不足のため大角度でのデータが得られなかった)。 図 5.1 より、散乱角度 90°以下の場合、炭素原子核との散乱陽子は水素原子核との散乱陽子よりもエネルギー が高く、角度が大きくなるにつれてその差が大きくなっている。実際に得られた 30°と 60°のエネルギース ペクトルをそれぞれ図 5.4 と図 5.5 に示す。これらの図に見られる 2 つのピークを炭素と水素との散乱陽子で あると同定した。



3000

較正直線 5.2.2

前節で行ったエネルギースペクトルの分析結果よりエネルギー較正を行う。PHADC の channel0 と cahnnel1、MCA のそれぞれについて、ピークをガウシアンでフィッティングし、Mean 値を理論値と対応さ せた。下表にエネルギー較正に用いたデータを示す。

標的原子核	散乱角度 [°]	Mean 値 [PHADCchannnel]	理論值 [MeV]
С	30	1791	2.93
Н	30	1439	2.25
\mathbf{C}	40	1791	2.89
Н	40	1048	1.76

表 5.1: PHADC の channel0 のエネルギー較正に用いたデータ

表 5.2: PHADC の channel1 のエネルギー較正に用いたデータ

標的原子核	散乱角度 [°]	Mean 値 [PHADCchannnel]	理論値 [MeV]
С	50	1875	2.83
Н	50	870	1.24
\mathbf{C}	60	1778	2.76
Н	60	530	0.75





原子核) _ (散乱角度))

標的原子核	散乱角度 [°]	Mean 値 [MCAchannnel]	理論値 [MeV]
С	50	4375	2.83
Н	50	1829	1.24
\mathbf{C}	60	4243	2.76
\mathbf{C}	60	4307	2.76
Η	60	1029	0.75
\mathbf{C}	70	4037	2.69
С	70	4106	2.69

表 5.3: MCA のエネルギー較正に用いたデータ



図 5.8: MCA での測定結果から得られた較正直線 (プロット名は (標的原子核) __ (散乱角度))

5.2.3 大角度での散乱におけるピークの広がり

アルミニウムのエネルギースペクトルにおいて、散乱角度が大きい場合にピークがガウス関数よりも広がっ た形になった (図 5.9, 図 5.12)。これは、入射陽子の標的との衝突点の違いによる経路差が原因であると考え られる。図 5.11 に示すように、入射陽子の経路は、散乱角度が 90°未満の場合は透過型、90°以上の場合は 反射型となる。それぞれの散乱の型における入射陽子の経路を比較すると、透過型は標的内を進む距離がほと んど同じであるが、反射型は経路により標的内を進む距離が大きく異なる。したがって、散乱角度が大きい場 合は入射陽子の標的内でのエネルギー損失が無視できないほど大きくなり、エネルギースペクトルのピークの 幅が、エネルギーが低い方へ広がったと推測される。



 5.9: アルミニウム標的の散乱角度 40
 ° におけるエネルギースペクトル (PHADC を用いた測定結果)



図 5.10: アルミニウム標的の散乱角度 150 。 におけるエネルギースペクトル (PHADC を用いた測定結果)



図 5.11: 散乱角度が 90°より小さい場合と大きい場合の経路差の違い

• ピークの広がり方の妥当性

アルミニウム標的における散乱角度が大きい場合のピークの幅を理論値と比較するために、金標的における エネルギースペクトルのピークの半値半幅を用いてアルミニウムのピークの、検出器のエネルギー分解能に よる広がりをカットした。散乱角度が 40°の金のピーク (図 5.13) より、3 σ の範囲は 0.278MeV である。散 乱角度が 150°のアルミニウムのピーク (図 5.12)の 3 σ の範囲は 2.2~2.85MeV であり、これから金のピー クの 3 $\sigma \times 2$ 分をカットするとエネルギーの変位は 0.372MeV となった。Bethe-Bloch による理論値の変位が 0.400MeV であるため、実験値の広がりは妥当であるといえる。



。におけるエネルギースペクトル (PHADC を用いた測定結果)



図 5.13: 金標的の散乱角度 40°におけるエ ネルギースペクトル (PHADC を用 いた測定結果)

5.3 微分散乱断面積

理論の章での議論 (2.7 節) において得られた微分散乱断面積を求める式と、実験での取得データから得られ たパラメータとを用いて、各標的の散乱角度毎の微分散乱断面積を算出し、その結果を検討する。

5.3.1 各パラメータの決定と補正

(5.1) 式は、理論の章の 2.7 節で導入された微分散乱断面積の理論式である。この式中の、実験の取得デー タより決定したパラメータを述べる。また、各パラメータについて、誤差の決定方法についても述べる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4l^2 \times N \times e \times A}{r^2 \times I \times T \times d \times t \times N_A}$$
(5.1)

 $d\Omega$: 微小立体角 [sr] n: ターゲット原子核の面密度 [/cm²] $N: d\Omega$ に散乱された粒子数 $N_{all}: 全粒子数$ d: ターゲットの密度 [g/cm³] <math>t: ターゲットの厚み [cm] $N_{all}: アボガドロ数 [/mol] <math>r:$ 二次電子捕集管の穴の半径 [cm] l:散乱点から検出器までの距離 [cm]I:陽子ビームの電流値 [A] T:計測時間 [s] e: 素電荷 [C]A: ターゲット原子の質量数 [g/mol]

実験の取得データから決定したパラメータは以下の通りである。

実験で得られたエネルギースペクトルのピークを積分することで求めた。ピークをガウス関数でフィットした際の Mean 値から ±3 σ の範囲を積分した。ガウス関数の ±3 σ の範囲内には、理論的に 99.7% のイベントが含まれる。また、誤差については $\sigma_{\rm N} = \sqrt{\rm N}$ とした。

● 電流値 I

ビームの強度が依存する値である電流値 I は、ビームストッパーと導通している二次電子捕集管に流れ る電流値である。その計測には T&D 社のデータロガーを用いた。計測は 5 秒毎に行い、データを取得 している時間中の電流値を平均することで決定した。誤差 *σ*I については、平均値を最確値とした標準 誤差を使用した。

● 計測時間 T

MCA での計測において、Live time を計測時間 T とし、本研究では T=60 sec で計測を行った。誤差 $\sigma_{\rm T}$ については、MCA での計測における Machine time と Live time を比較することで決定した。 • ターゲットの厚み t

散乱角度が 90°前後 (70°~110°)の測定を行う際、標的が陽子ビームに対して垂直の状態ではター ゲットホルダーに入射陽子が遮られてしまう。そのため、ターゲットホルダーを 45°回転させた状態 で 90°前後の散乱の測定を行った。このとき、ビームの進行方向に対するターゲットの厚み t' は t' = t(cos45°)⁻¹ = $\sqrt{2t}$ となる。微分散乱断面積の計算の際はこれを考慮した。

5.3.2 誤差計算

微分散乱断面積を求める式 (5.1) の誤差を算出するために、誤差伝播の法則を導入した。式 (5.1) 中におけ る誤差を含むパラメータを N、I、T とし、それぞれの誤差を伝播させて下式 (5.2) で誤差を算出した。

$$\sigma_g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial N}\sigma_N\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial I}\sigma_I\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\sigma_T\right)^2} \tag{5.2}$$

ここで、 $g = \frac{d\sigma}{d\Omega}$ である。

5.3.3 結果と文献値との比較

本研究では金とリチウムを標的として取得したデータを用いて微分散乱断面積を求めた。理論 2.2.1 節、 2.3.2 節で議論したように、標的が金の場合は Coulomb 力による散乱のみ考慮すればよいが、標的がリチウム の場合、散乱角度が 80°より大きくなると核力による散乱が支配的になる (図 2.5)。したがって、金標的につ いては微分散乱断面積の文献値との比較に Rutherford 散乱公式 (2.23)を用いる。リチウム標的については、 Coulomb 力による散乱と核力による散乱を足しあげた文献値を用いる (図 2.5 の青色線)。

金の微分散乱断面積

図 5.14 は、微分散乱断面積の測定値とそのフィット線、文献値である。



図 5.14: 金標的の場合の微分散乱断面積の角度変化

• リチウムの微分散乱断面積

図 5.15 は、微分散乱断面積の測定値とそのフィット線、文献値である。



図 5.15: リチウム標的の場合の微分散乱断面積の角度変化

5.3.4 リチウムの原子核半径の推定

前節 (5.3.3) のリチウム標的の微分散乱断面積のグラフ (図 5.15) より、理論 2.2.3 節で導入した式 (2.45) を 用いてリチウムの原子核半径を求めた。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\left(R+r\right)^2}{4} \tag{5.3}$$

グラフ (図 5.15) より、

$$\frac{(R+r)^2}{4} = (2.49 \pm 0.00529) \times 10^{-25} \text{cm}^2 \text{sr}^{-1}$$
(5.4)

$$r(\mbox{B}3) = 0.87 \mbox{fm}$$
 (5.5)

よって $R = 4.12 \pm 0.00530$ fm となり、文献値 R = 2.44fm[9] と比較すると誤差範囲内に収まっていなかった。

文献値との違いが生じた原因として、微分散乱断面積を算出する際に用いたデータのうちの散乱数 N があ げられる。図 5.15 の各プロットの取得イベント数は 100~200 イベントと他のターゲットの場合とと比較す るとイベントレートが低く、核力が支配的である大角度においても算出した値が一定になっていない。リチウ ムに照射するビームエネルギーが他の実験より低くイベントレートが低くなることを考慮し、計測時間を増や して取得イベント数を増やすことが解決方法としてあげられる。

5.4 p-p 散乱の観測

理論 (2.4.1 節) での議論より、p-p 散乱の入射陽子と散乱陽子の散乱角度の合計は 90° である。したがって、2 つの PIN フォトダイオードを、それらの間の角度が 90° になるように設置して実験を行った (図 5.16)。

それぞれの検出器から出力された信号を、PHADC の2つのチャンネルを用いて取得し、それぞれのチャン ネルを軸にとった二次元ヒストグラムを作成した。



図 5.16: p-p 散乱の検出角度の模式図 (装置を上から見た図)

5.4.1 観測結果

下図 5.26 は、p-p 散乱観測実験において得られたデータから、各検出器でのエネルギースペクトルを相関 図として表したものである。横軸が PHADC の ch0、縦軸が PHADC の ch1 で取得したエネルギースペクト ルであり、それぞれの軸の赤色帯が炭素によって散乱されたイベント、青色帯が水素によって散乱されたピー クである。本研究の目的である p-p 散乱は、各軸の青色帯が重なっている部分のイベントとなる。実験におい て、1 回の観測あたりの総取得イベント数を 10000 に設定し、p-p 散乱のイベント数は 989 イベントであっ た。この二次元ヒストグラム上には、p-p 散乱以外の場所にもイベントの集中している部分 (ピーク) があるた め、これらのピークの内訳を説明する。

- 右下のピークは、横軸が炭素のピークのイベントであり、縦軸は0[MeV]付近のペデスタルである。このピークのイベント数は804イベントであった。
- 左上のピークは、縦軸が炭素のピークのイベント、横軸がペデスタルである。ピークのイベント数は 2017 イベントであった。
- 左下のピークは、縦軸が水素のピークのイベント、横軸がペデスタルである。ピークのイベント数は 6009 イベントであった。

ここで、横軸が水素のピークのイベント、縦軸がペデスタルとなるイベントが見られないが、これは信号の 取得頻度の違いによるものであると考えられる。本研究で使用した二次電子捕集管は、図 5.18 のように穴の 大きさが異なっており(3.2.5 節)、p-p 散乱において大きい穴に設置した PIN フォトダイオードの方が取得イ ベント数が多くなると考えられる。その結果、ch0(図 5.26 横軸) で陽子が観測されたときは必ず ch1(図 5.26 縦軸) でも陽子が観測されているため、このイベントが見られないと考えられる。



図 5.17: 得られたエネルギースペクトルの相関図 (横軸が散乱角度 40°、縦軸が散乱角度 50°)

図 5.26 のように、今回の実験において p-p 散乱以外の期待していなかったイベント (コインシデンスにペ デスタルと陽子を取ってしまっているイベント) を多く取得してしまった。この期待していなかったイベント を減らすためには、実験装置 (図 4.4) において discriminater の Threshold を上げてペデスタル信号をカット すればよいと考えられる。

5.4.2 片方の検出器の高さの変化による観測結果の変化

本研究では、去年の p-p 散乱が観測されない原因の考察から二次電子捕集管を新たに作成し、p-p 散乱で使 用する二つの検出器 (PIN フォトダイオード)の片方の高さを上下できるようにした (3.2.5 節)。検出器の設 置角度を 30°と 60°の組み合わせで固定し、検出器の高さのみ変化させて p-p 散乱の観測を試みた。結果は 図 5.19、5.20、5.21、5.22、5.23 のようになった。高さのパラメータ [mm] は真空槽に取り付けられている目盛 の値であり、検出器の高さに対応している。また、時間のパラメータ [sec] は 10,000 イベント取得するのにか かった時間である。

結果を比較すると、イベントレートにはほとんど変化がない。しかし、p-p 散乱のイベント数は 100~500 程度の変化があり、このイベント数の変化と検出器の高さの変化に相関があるかどうかは、p-p 散乱のイベン ト数が取得イベント数 (10000) に比べて少ないことから判別し難い。前節 5.4.1 で議論した、ペデスタルとの コインシデンスを取っているイベントを減らし、p-p 散乱のイベント数を増やすことが今後の課題である。



図 5.18: 二次電子捕集管の穴の大きさの違い (それぞれの PIN フォトダイオードの出力信号は PHADC の ch1 と ch2 を用いて取得した)

5.4.3 散乱角度の変化による観測結果の変化

p-p 散乱の観測において、入射陽子と散乱陽子の散乱角度の合計が 90°になることから、各検出器の検出角 度の組み合わせとして 20°と 70°、30°と 60°、40°と 50°のそれぞれについて観測を行った。結果は図 5.24、5.25、5.26のようになった。20°と 70°の組み合わせでは p-p 散乱のピークがはっきりと見えていな いが、これは 70°の散乱角度での水素標的における散乱陽子 (または入射陽子)のエネルギーが 0.35MeV(理 論値) とペデスタルに近い値であり、区別できないからであると考えられる。解決方法としては、ペデスタル のイベントを減らすことや、エネルギー分解能の高い検出器を使用することが挙げられる。



また、70°の散乱陽子が PIN フォトダイオードの位置に来ていないという可能性も考えられる。実験装置 中のターゲットの位置が二次電子捕集管の中心ではない場合、図 5.27 のように散乱角度が大きくなるにつれ て、二次電子捕集管の穴の位置とのずれが大きくなる。これを解決するためには、ターゲットホルダーの位置 を動かせるようにして大角度 (70°前後) で散乱陽子が観測できるか確かめればよいと考えた。



図 5.23: 検出器の高さ-8mm の場合の同時計測 (測定時間 160sec、p-p 散乱のイベント数は 103)



図 5.24: 20°(横軸)と 70°(縦軸)の組み 合わせの場合の同時計測(測定時間 161sec、p-p 散乱のイベント数は 0)

ch1_Energy[MeV]

3.5

3

2.5

2

1.5

0.5

0



図 5.25: 30°(横軸)と 60°(縦軸)の組み 合わせの場合の同時計測(測定時 間 161sec、p-p 散乱のイベント数は 335)



図 5.26: 40° (横軸) と 50° (縦軸) の組み合わせの場合の同時計測 (測定時間 161sec、p-p 散乱のイベント数は 989)



図 5.27: ターゲットが二次電子捕集管の中心からずれていた場合の散乱角度の変化による検出場所 の変化の大きさの違い (図中の破線円はターゲットが中心となる二次電子捕集管の位置、黄 色線は散乱角度 40°50°の組み合わせ、赤線は散乱角度 20°70°の組み合わせ)

第6章

結論

本研究では、神戸大学海事科学部にあるタンデム加速器を用いて、標的に数 MeV の陽子を照射する実験を 行い、同種粒子の散乱の観測、微分散乱弾の角度依存性から、原子核半径の推定を行うことを目的とした。

リチウム標的の微分散乱断面積を算出し、その値から原子核半径を推定することについては、実験でのリチ ウム標的における散乱陽子の取得イベント数が少なく、各角度でイベント数に幅があったため原子核半径が文 献値と誤差範囲内で一致しなかった。

p-p 散乱の観測については、ペデスタルとほとんど同じエネルギーで見分けがつかなかった散乱角度 70°の 組み合わせを除いて観測することができた。90°付近の散乱を観測するために、二次電子捕集管の中心にター ゲットが設置されているかどうかを確認する必要がある。また、p-p 散乱取得したイベントの約 9 割がペデス タルとのコインシデンスであったため、ペデスタルのイベントを取得しないようにすることが今後の課題で ある。

参考文献

- [1] 工藤博. 『イオンビーム工学入門:論文を読むための基礎知識』. 2018年.
- [2] 石飛由介, 岡田健, 桑野将大, 杉本太郎, 吉田登志輝. 『平成 28 年度卒業論文ラザフォード散乱』. 2017 年.
- [3] 加須屋春樹, 坂口雄一, 鈴木一輝, 中脇稔貴, 藤井涼平. 『2015 年前期課題演習 a5 報告書』. 2015 年.
- [4] Alessandro Bettini. Introduction to Elementary Particle Physics. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2012.
- [5] フォトダイオード (pd)の構造や原理とは. https://www.fiberlabs.co.jp/tech-explan/about-pd/.
- [6] 北野亮輔, 大谷萌, 金崎奎, 木村将. ポリエチレン標的を用いた陽子散乱実験. https://ppwww.phys.sci. kobe-u.ac.jp/seminar/pdf/Rutherford_2020.pdf, 2021年.
- [7] Sitcp vme-master module mode2 bbt-002-2 取扱説明書. https://www.bbtech.co.jp/ download-files/vmegbe/SiTCP-VME-Master(Rev26).pdf.
- [8] Bragg peak wikipedia. https://ja.m.wikipedia.org/wiki/ブラッグ曲線.
- [9] Walsh R. An alternating quark sequence subnucleonic structure of stable light nuclei h-1 through li-7. chemrxiv. https://www.researchgate.net/publication/342429540_An_Alternating_Quark_ Sequence_Subnucleonic_Structure_of_Stable_Light_Nuclei_H-1_Through_Li-7.

謝辞

本論文は私たちが四年次後期に行った卒業研究の成果をまとめたものです。多くの方にご協力を頂けたから こそ、このような形に纏めることができたことに心から感謝を申し上げます。特に担当教員の越智敦彦准教授 には理論、計画、施設の利用や本論文の執筆などにおいて多大なるご協力を頂きました。卒業研究として同題 材にて先行研究を行われたグループがあったからこそこの研究が成立しており、特に我々の実験の前年に実験 したグループの一員である金崎奎氏には、同氏らの実験についての見解を教授頂いたり、慣れない装置と格闘 して得た操作についての知見を惜しげもなく提供して頂きました。また同研究室の身内賢太朗准教授や、当時 博士課程卒業を控えて多忙であった石浦宏尚氏、水越彗太氏には、実験用の機材を機材を貸していただいた り、使い方を教えていただくなど多くのご助力を頂きました。藏重久弥教授や濱田悠斗氏には、私たちが用意 できなかった Shaper についての理論・基盤自体の提供を頂きました。シーアイ工業様には二次電子捕集管の 作成にあたって、こちらの不慣れな発注に柔軟な対応をしていただき、実験直前1週間を切ったタイミングで こちらの設計ミスが見つかったときには迅速に修正を行って頂きました。研究室の先輩方やスタッフの皆様に も温かく見守っていただきました。全て書き出せば本文より長くなってしまいそうなので、皆様に感謝の意を 示して本論文の謝辞とさせていただきます。