

令和元年度
卒業論文

ラザフォード散乱

加藤大志
窪田諒
寺村七都
前田剛志

神戸大学理学部物理学科

目次

| | | |
|-------|-------------------------|----|
| 1 | 理論 | 1 |
| 1.1 | 実験と目的の内容 | 1 |
| 1.2 | 古典論でのラザフォード散乱の導出 [1] | 1 |
| 1.2.1 | 1 粒子の散乱 | 1 |
| 1.2.2 | 多粒子の散乱 | 3 |
| 1.3 | 量子論でのラザフォードの散乱公式の導出 [2] | 5 |
| 1.3.1 | 異なる 2 粒子のクーロン散乱 | 5 |
| 1.3.2 | 同種 2 粒子のクーロン散乱 | 7 |
| 1.4 | 核力による散乱 | 7 |
| 1.5 | ターゲットの試料 | 8 |
| 1.6 | 最近接距離と原子半径 | 9 |
| 1.7 | 微分散乱断面積の角度分布 | 10 |
| 2 | 実験装置 | 13 |
| 2.1 | 加速器 | 13 |
| 2.1.1 | イオン源 | 14 |
| 2.1.2 | 加速器本体 | 15 |
| 2.2 | ラザフォード散乱の実現 | 15 |
| 2.2.1 | 真空チェンバー装置図 | 15 |
| 2.2.2 | ターゲットホルダーの角度 | 16 |
| 2.3 | 検出器 | 17 |
| 2.3.1 | PIN フォトダイオード | 17 |
| 2.3.2 | チャージアンプ回路 | 18 |
| 2.3.3 | 検出器全体 | 18 |
| 2.4 | ターゲットホルダー | 19 |
| 2.4.1 | ターゲットホルダー | 19 |
| 2.4.2 | ターゲットホルダーの配置 | 20 |
| 2.5 | ビームストッパー | 21 |
| 2.5.1 | ビームストッパー | 21 |
| 2.5.2 | ビームストッパーの効果 | 21 |
| 2.6 | まとめ | 22 |
| 3 | 結果と解析 | 23 |
| 3.1 | 概要 | 23 |
| 3.2 | PIN フォトダイオードのエネルギー校正 | 23 |
| 3.2.1 | エネルギー校正に用いる式とデータ | 23 |

| | | |
|-------|--------------------|----|
| 3.2.2 | エネルギー校正の方法 | 24 |
| 3.2.3 | エネルギー校正直線 | 25 |
| 3.3 | エネルギースペクトルの分析 | 26 |
| 3.3.1 | スペクトルの実験値と計算値の比較 | 26 |
| 3.3.2 | ポリエチレン | 27 |
| 3.3.3 | ホウ酸を塗布した銅箔 | 28 |
| 3.3.4 | アルミニウム箔 | 28 |
| 3.4 | 微分散乱断面積 | 30 |
| 3.4.1 | 微分散乱断面積の導出 | 30 |
| 3.4.2 | 誤差伝搬 | 31 |
| 3.4.3 | ラザフォード散乱 | 31 |
| 3.4.4 | 核力による散乱 | 32 |
| 3.4.5 | 各ターゲットの微分散乱断面積 | 32 |
| 4 | 議論と考察 | 34 |
| 4.1 | 目的 | 34 |
| 4.2 | 微分散乱断面積の評価 | 34 |
| 4.2.1 | 文献値との比較 | 34 |
| 4.2.2 | 30° と 140° 排除の理由 | 34 |
| 4.2.3 | ターゲットの厚さの測定 | 35 |
| 4.2.4 | 金、アルミニウム、銅の微分散乱断面積 | 36 |
| 4.2.5 | 測定値の角度補正 | 37 |
| 4.2.6 | 炭素の微分散乱断面積 | 38 |
| 4.2.7 | 原因の考慮 | 38 |
| 4.2.8 | 原子核半径の推定 | 40 |
| 4.3 | まとめ | 41 |

1 理論

(担当：窪田諒)

1.1 実験の目的と内容

本実験では加速させた陽子と原子が衝突したときの微分散乱断面積を測定し、ターゲット原子の原子核半径を求めることを目的とする。また、実験で得られたエネルギースペクトルから原子の種類を特定することも目的とする。海事科学部にあるタンデム静電加速器を用いて、運動エネルギーを 3MeV に加速させた陽子をポリエチレン、銅、アルミ箔、金箔に入射して散乱陽子の角度分布を測定する。本章ではビーム実験の理論について述べる。

1.2 古典論でのラザフォードの散乱公式の導出 [1]

加速された陽子がターゲットに入射して散乱する主要な原因としてクーロン力による散乱(ラザフォード散乱)が考えられる。本節ではラザフォード散乱がどのように表されるかを古典的に考える。

1.2.1 1 粒子の散乱

標的核に座標原点を取り極座標を用いると、入射粒子が原子核から受けるクーロン力の運動方程式は

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{L^2}{mr^3} = f(r) \quad (L = mr^2 \frac{d\varphi}{dt} = \text{一定}) \quad (1.1)$$

と表される。この運動方程式 (1.1) に $\frac{dr}{dt}$ をかけて t で積分すると、力学的エネルギー保存の式

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + W(r) = E \quad (1.2)$$

を得ることができる。ここで $W(r)$ は有効ポテンシャルといい、

$$W(r) = V(r) + \frac{L^2}{2mr^2}, \quad V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1.3)$$

と書ける。第一項はクーロンポテンシャル、第二項は遠心力ポテンシャルを示す。

ここで、衝突係数について考える。衝突係数とはクーロン力が働いていないときに入射粒子が最も標的核に近づく距離のことで、図 1.1 中の b で表される。クーロン力を無視できるとき、入射粒子の運動エネルギーは $E = \frac{1}{2}mv^2$ であり、運動量を $p = mv$ とすると角運動量は $L = mvb$ と表される。 v を消去して衝突係数 b は

$$b = \frac{L}{\sqrt{2mE}} \quad (1.4)$$

と書け、エネルギー E と角運動量 L で表すことができる。

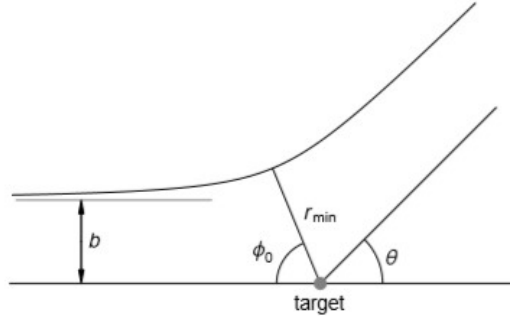


図 1.1 衝突係数 [1]

運動が許されるのは $\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \geq 0$ より $E - W(r) \geq 0$ である。よって $W(r_{min}) = E$ より最近接距離 r_{min} を求めることができる。つまり、

$$r^2 - \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E} r - \frac{L^2}{2mE} = 0$$

を解くと、

$$b_0 = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 E}$$

と定義して、以下のようになる。

$$r_{min} = b_0 + \sqrt{b_0^2 + b^2} \quad (1.5)$$

散乱角はエネルギーと衝突係数によって一意的に決まるので、

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{d\varphi}{dt} \frac{dt}{dr}$$

を r で積分すれば散乱角を求められる。これを $L = mr^2 \frac{d\varphi}{dt}$ と (1.2) を用いて書き直すと、

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{L}{mr^2} \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{m}(E-W(r))}} = \pm \frac{L}{\sqrt{2m}} \frac{1}{r^2(E-W(r))} \quad (1.6)$$

となり、 \pm は $\frac{dr}{dt}$ の符号に対応する。

はじめ入射粒子は偏角 $\varphi = 0$ で散乱後には $\varphi = 2\varphi_0$ になる。 $2\varphi_0$ は式 (1.6) を r について $+\infty \rightarrow r_{min} \rightarrow +\infty$ と、 $\frac{dr}{dt}$ の符号に注意して積分すればよい。式 (1.5) の r_{min} を用いて、

$$\begin{aligned} 2\varphi_0 &= \int_{+\infty}^{r_{min}} -\frac{L}{\sqrt{2m}} \frac{dr}{r^2 \sqrt{E-W(r)}} + \int_{r_{min}}^{+\infty} \frac{L}{\sqrt{2m}} \frac{dr}{r^2 \sqrt{E-W(r)}} \\ &= \frac{2L}{\sqrt{2m}} \int_{r_{min}}^{+\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{E-W(r)}} \\ &= \pi - 2 \tan^{-1} \frac{b_0}{b} \end{aligned} \quad (1.7)$$

となる。

散乱角 θ は図 1.1 から $\theta = \pi - 2\varphi_0$ と表されるので、式 (1.7) より、

$$\theta = 2 \tan^{-1} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 E b} \quad (1.8)$$

と表される。これを变形して、

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 E} \frac{1}{\tan(\frac{\theta}{2})} \quad (1.9)$$

となるので、エネルギー E と散乱角 θ から衝突係数 b が得られることがわかる。

1.2.2 多粒子の散乱

これまで 1 粒子の散乱を考えてきたが、次からは一様な数密度の粒子を入射させた場合を考える。座標原点に標的核があり、一様な数密度の多数の粒子が z 軸と平行に一定の速度で z 軸正の方向に入射してくる図 1.2 のような場合を考える。

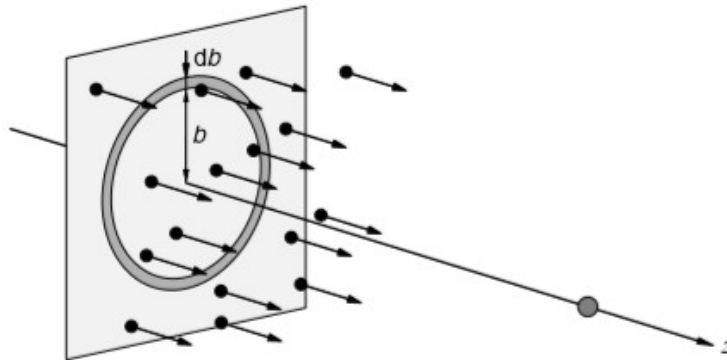


図 1.2 一様な密度で同じ速度を持つ入射粒子 [1]

入射方向に垂直な単位面積を単位時間当たりには通過する粒子の数を N とする。このとき図 1.2 の衝突係数が b と $b + db$ の円環を単位時間当たりに通る粒子の数は

$$dN = 2\pi b db N \quad (1.10)$$

である。粒子のエネルギーは一定なので、衝突係数が b と $b + db$ の間にある粒子の散乱角は式 (1.8) によって定められる θ と $\theta + d\theta$ の間にある。すなわち、単位時間当たりには散乱角 θ と $\theta + d\theta$ の間に散乱される粒子の数は

$$dN = 2\pi b \frac{db}{d\theta} d\theta N \quad (1.11)$$

となる。

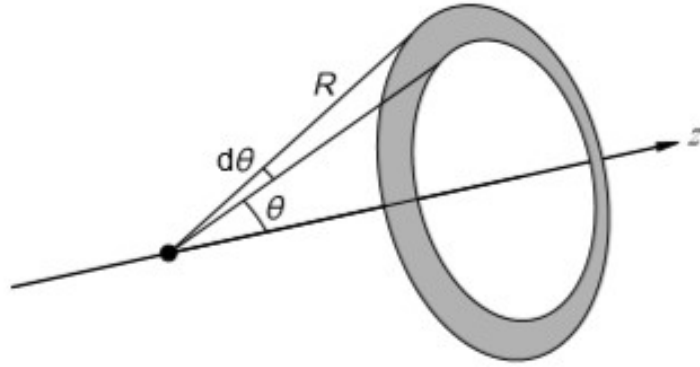


図 1.3 半径 R の球面の散乱角が θ と $\theta + d\theta$ の間の立体角

ここで立体角を導入する。まず粒子の衝突点を原点とする半径が R の球面を考える。図 1.3 に示すように散乱角が θ と $\theta + d\theta$ の間の立体角 $d\Omega$ は

$$d\Omega = \frac{2\pi \sin\theta R \times R d\theta}{R^2} = 2\pi \sin\theta d\theta \quad (1.12)$$

と表される。よって式 (1.11) と式 (1.12) を用いると

$$dN = \frac{b}{\sin\theta} \frac{db}{d\theta} d\Omega N$$

と書け、 N に対する dN の比を $d\sigma$ とすると、

$$d\sigma = \frac{dN}{N} = \frac{b}{\sin\theta} \frac{db}{d\theta} d\Omega$$

となる。ここで σ は面積の次元をもち、断面積と呼ばれる。また、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (1.13)$$

を微分散乱断面積という。

式 (1.9) と式 (1.13) から微分散乱断面積を求めると、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (1.14)$$

となり、この式 (1.14) をラザフォードの散乱公式という。

今回の実験では陽子を入射させるので、散乱公式は以下の式 (1.15) のように書ける。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Ze^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (1.15)$$

ただし、 Z はターゲットの原子番号、 E は入射粒子のエネルギー、 θ は散乱角である。

この式 (1.15) から散乱断面積はターゲットの原子番号と散乱角によって変化することがわかる。

1.3 量子論でのラザフォードの散乱公式の導出 [2]

次に、クーロン力による散乱の公式を量子論から導く。量子力学においても重心系で考える。中心力が働く場に対する入射粒子の相対運動を考え、入射粒子を平面波、散乱粒子を球状波で表し、図 1.4 のように座標を取る。

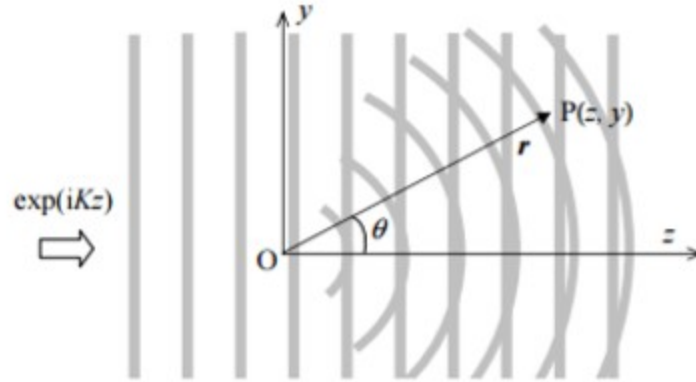


図 1.4 散乱角 θ 入射方向 z の散乱の様子 [2]

古典論においては入射粒子と標的核が何かを考えてなかったが、量子論では入射粒子と標的核が同一か異なるかで結果の違いが生じる。

1.3.1 異なる 2 粒子のクーロン散乱

クーロン相互作用している 2 粒子系のシュレディンガー方程式は

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = E\Psi \quad (1.16)$$

のように書くことができる。ここで、 $E = \hbar^2 K^2 / 2M$ は重心系における運動エネルギーである。極座標から放物線座標への変換式

$$\begin{aligned} \xi &= r - z = r(1 - \cos\theta) \\ \eta &= r + z = r(1 + \cos\theta) \\ \phi &= \phi \end{aligned}$$

で式 (1.16) を変換すると、

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{4}{\xi + \eta} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2\pi\epsilon_0 (\xi + \eta)} \Psi = E\Psi \quad (1.17)$$

となる。

ここで Ψ を

$$\Psi = \exp(iKz) \chi(r, \theta) = \exp[-iK(\xi - \eta)/2] \chi(\xi, \eta) \quad (1.18)$$

とする。

式 (1.18) を式 (1.17) に代入し、 χ が ξ のみの関数であることを考慮して、

$$\xi \frac{d^2\chi}{d\xi^2} + (1 - iKz) \frac{d\chi}{d\xi} - \frac{\kappa K}{2} \chi = 0 \quad (1.19)$$

を得る。式 (1.19) 中の κ は Bohr のクーロン散乱パラメータと呼ばれる無次元定数である。

この解を求めるために合流型超幾何関数を考える。一般に A, B を定数として

$$X \frac{d^2F}{dX^2} + (B - X) \frac{dF}{dX} - AF = 0 \quad (1.20)$$

の解 F を合流型超幾何関数と呼ぶ。 $X = 0$ で正則なもの解は

$$\begin{aligned} F(A, B, X) &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(A+j)\Gamma(B)X^j}{\Gamma(A)\Gamma(B+j)\Gamma(1+j)} \\ &= 1 + \frac{A}{B1!} X + \frac{A(A+1)}{B(B+1)2!} X^2 + \frac{A(A+1)(A+2)}{B(B+1)(B+2)3!} X^3 + \dots \end{aligned}$$

と表される。 Γ はガンマ関数である。

式 (1.19) を

$$iK\xi \frac{d^2\chi}{d(iK\xi)^2} + (1 - iK/\xi) \frac{d\chi}{d(iK\xi)} - \frac{-i\kappa}{2} = 0$$

と変形し、式 (1.20) と比較すると、解 χ は

$$\chi = F\left(\frac{-i\kappa}{2}, 1, iK\xi\right) \quad (1.21)$$

となる。規格化した式 (1.16) の解は

$$\begin{aligned} \Psi &= \exp\left(-\frac{\pi\kappa}{4} + iKz\right) \Gamma\left(1 + \frac{i\kappa}{2}\right) F\left(\frac{-i\kappa}{2}, 1, iK\xi\right) \\ &= \exp\left(-\frac{\pi\kappa}{4} + iKr \cos\theta\right) \Gamma\left(1 + \frac{i\kappa}{2}\right) F\left(\frac{-i\kappa}{2}, 1, 2iKr \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \\ &= \left(1 - \frac{i\kappa^2}{8Kr \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp\left(i\left[Kr \cos\theta + \frac{\kappa}{2} \ln(2Kr \sin^2 \frac{\theta}{2})\right]\right)\right) \\ &\quad + \frac{\kappa}{4Kr \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp\left(i\left[Kr - \frac{\kappa}{2} + \ln(2Kr \sin^2 \frac{\theta}{2}) + \pi + 2\eta_0\right]\right) \quad (1.22) \end{aligned}$$

となる。式 (1.22) の第一項は透過波、第二項は散乱波とみなせる。 $Kr \rightarrow \infty$ とすると、 $\Psi = \exp(iKr \cos\theta) = \exp(iKz)$ 、つまり第一項の入射波のみとなって、散乱波は無視されることに注意する。遠方では、 $Kr \gg \ln Kr$ なので式 (1.22) の漸近形は

$$\Psi \sim \exp(iKz) + f(\theta) \frac{\exp(iKr)}{r}$$

のようになる。

このとき、 κ と K を戻して係数を比較すると

$$f(\theta) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 M v^2} \exp\left(i\left[-\frac{\kappa}{2} \ln(2Kr \sin^2 \frac{\theta}{2}) + \pi + 2\eta_0\right]\right) \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (1.23)$$

となり、この式 (1.23) はクーロン散乱の散乱振幅と呼ばれる。

微分散乱断面積は散乱振幅の絶対値の 2 乗で表されるので、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 M v^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (1.24)$$

となる。ここで、

$$E = \frac{1}{2} M v^2$$

とすれば、古典論における微分散乱断面積の式 (1.14) と式 (1.24) が一致することがわかる。

1.3.2 同種 2 粒子のクーロン散乱

同種粒子 (入射陽子とターゲット水素) の場合、検出器が粒子を区別することができないため Mott 散乱を考え、微分散乱断面積を定義しなおす必要がある。

スピン 1/2 の粒子同士の衝突での微分散乱断面積は以下の式 [3] で与えられる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha}{m}\right) \frac{1}{4v^2} \left(\frac{4}{\sin^4 \theta} - \frac{3}{\sin^3 \theta}\right) \quad (1.25)$$

ただし、 α は微細構造定数、 m は陽子の質量 (eV/c^2)、 v は陽子の速度を表す。

1.4 核力による散乱

加速された陽子をターゲット試料に入射させたときに散乱する原因として核力による散乱も考えられる。陽子とターゲットの衝突を剛体球による散乱と近似し、剛体球による散乱断面積を考える。

図 1.5 において、

$$\alpha = \frac{\pi - \theta}{2}$$

$$b = R \sin \alpha$$

なので b と α の関係は

$$b = R \cos \frac{\theta}{2}$$

となる。式 (1.13) より微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}$$

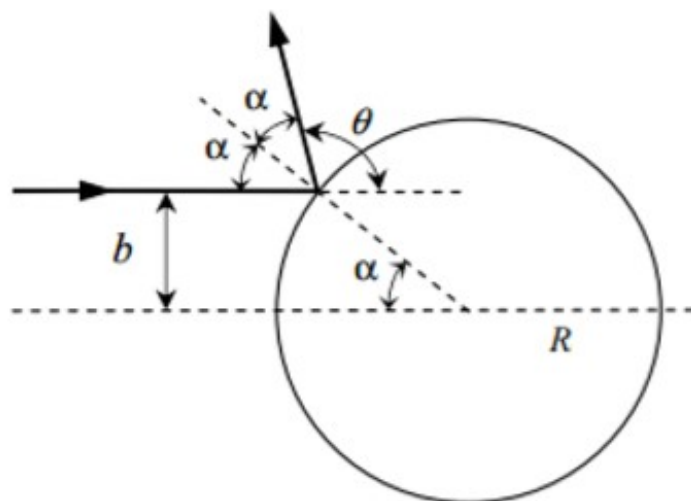


図 1.5 剛体球の散乱の様子 [2]

1.5 ターゲット試料

ラザフォードの散乱公式より、散乱断面積はターゲットの原子番号に依存することがわかる。今回の実験ではホウ酸、ポリエチレン、アルミニウム、銅、金の5種類のターゲットを使用した。

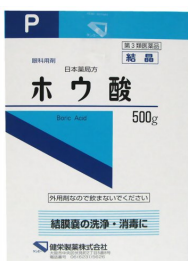


図 1.6 ホウ酸



図 1.7 ポリエチレン

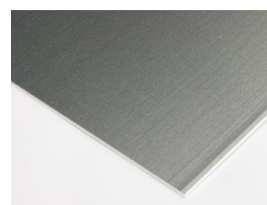


図 1.8 アルミニウム

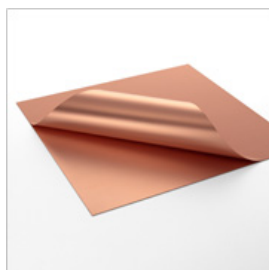


図 1.9 銅



図 1.10 金

ターゲットの厚さを求めるために Bethe-Bloch の式 [4]

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = 0.3071 \times \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left(\ln \left[\frac{1.022 \times \beta^2}{I(1 - \beta^2)} \right] - \beta^2 \right) \quad (1.26)$$

を利用する。 ρ はターゲットの密度 (g/cm^3)、 Z はターゲットの原子番号、 A はターゲットの質量数、 I は平均イオン化ポテンシャル $\approx 16 \times Z^{0.9} \times 10^{-6} (MeV)$ である。3 MeV の陽子をしようするとき、 $\beta = 0.08$ であり、陽子ビームのエネルギー損失が 5% 未満となるターゲットの厚さを求めた。表 1.1 は計算で求めた薄さ (理論値) と、実験で実際に使用したターゲットの薄さである。

| | 理論値 | 実際の厚さ |
|--------|------------|-------------|
| ポリエチレン | $16\mu m$ | $7.0\mu m$ |
| 銅 | $2.5\mu m$ | $0.50\mu m$ |
| アルミニウム | $6.4\mu m$ | $0.50\mu m$ |
| 金 | $1.9\mu m$ | $0.10\mu m$ |

表 1.1 ターゲットの厚さ

1.6 最近接距離と原子半径

3 MeV に加速された陽子がターゲットの原子核の中心までどれだけ近づけるか考える。式 (1.27) にターゲットの原子番号 Z 、入射陽子のエネルギー $E = 3MeV = 4.8 \times 10^{-13} J$ を代入することで最近接半径を求められる。

$$r_{min} = 2b_0 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E} \quad (1.27)$$

次にターゲットの原子核半径を求める。原子核半径は質量数の $1/3$ 乗に比例することが分かっており、以下の式 (1.28) で表される。ただし、水素の原子核半径は陽子半径と等しいとみなせるので、式 (1.28) には従わない。

$$R = 1.3 \times A^{\frac{1}{3}} \quad (1.28)$$

表 1.2 に各ターゲットごとに計算された最近接距離と原子核半径を示す。

| | Au | Cu | Al | O | C | B | H |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|
| 最近接距離 (fm) | 38.7 | 14.2 | 6.38 | 3.92 | 2.94 | 2.45 | 0.49 |
| 原子核半径 (fm) | 7.56 | 5.17 | 3.90 | 3.27 | 2.97 | 2.89 | 0.87 |

表 1.2 最近接距離と原子核半径

表 1.2 から、炭素と水素についてはクーロン力による散乱だけでなく、核力による散乱を考慮する必要があると分かる。

1.7 微分散乱断面積の角度分布

以上の議論をもとに散乱角を重心系で定義したクーロン力による微分散乱断面積の角度分布を図 1.11 に示す。

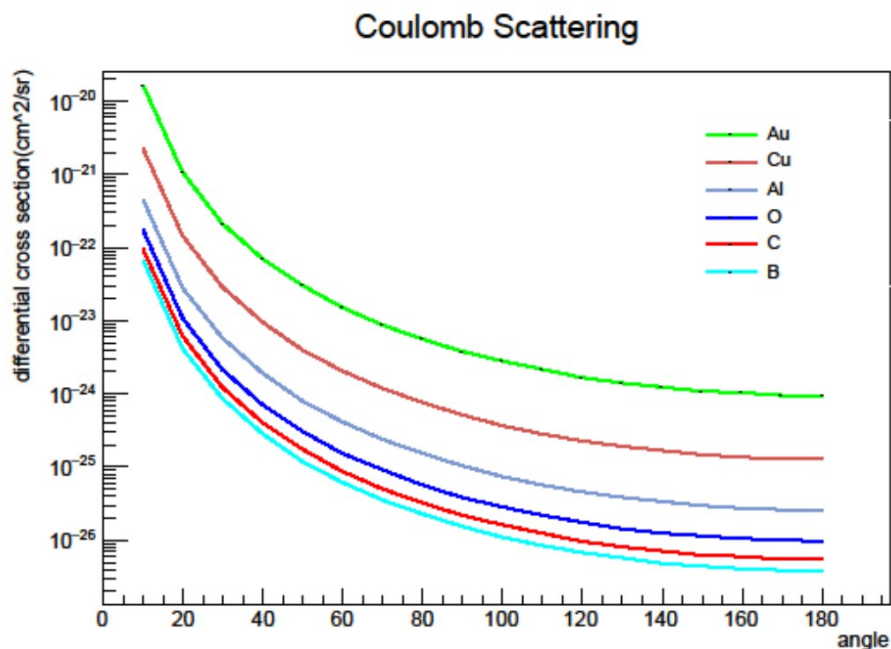


図 1.11 微分散乱断面積の角度分布

図 1.11 より、ターゲットの原子番号が大きいものほど散乱断面積が大きくなり、散乱角 θ が大きくなるにつれて散乱断面積は小さくなっていくことが分かる。

炭素について、クーロン力による微分散乱断面積と核力による微分散乱断面積の比較を図 1.12 に示す。

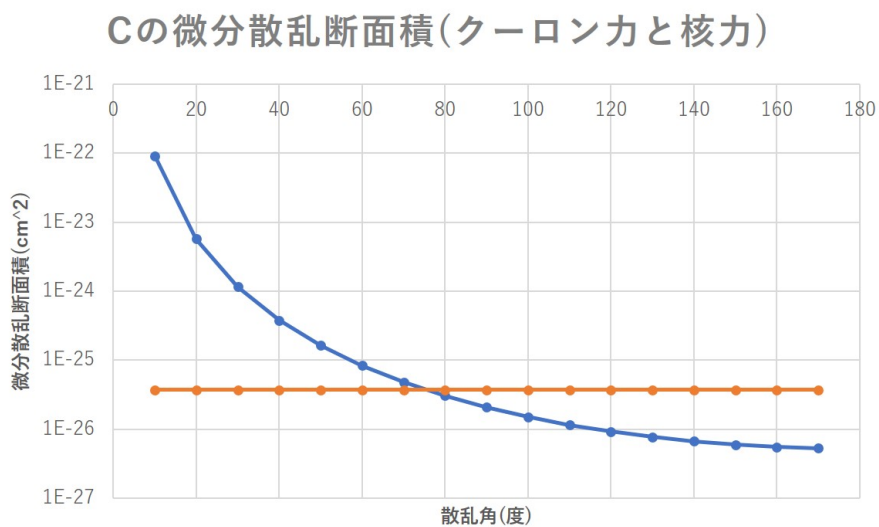


図 1.12 炭素の微分散乱断面積

図 1.12 から、散乱角 80°付近から核力による影響がクーロン力による影響より大きくなり、より大角度では、核力による影響が支配的になると言える。

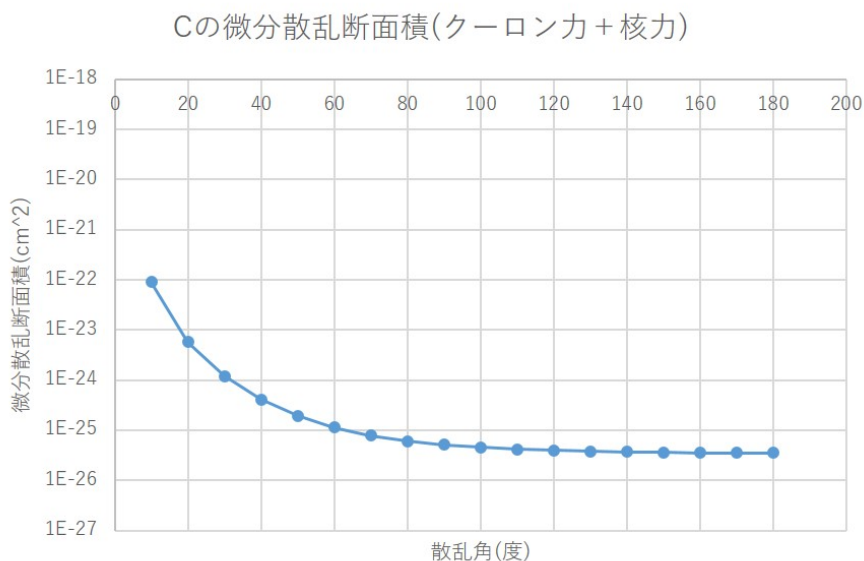


図 1.13 炭素の微分散乱断面積 (クーロン力+核力)

図 1.13 はクーロン力と核力を合わせたグラフである。

水素において Mott 散乱による微分散乱断面積を図 1.14 に示す。

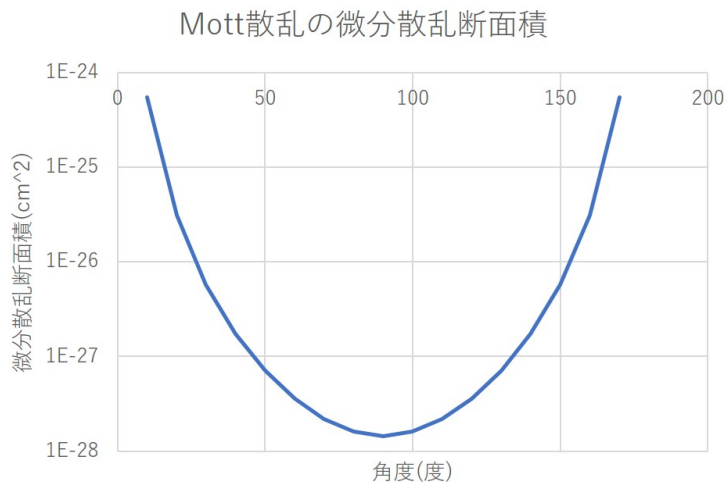


図 1.14 Mott 散乱の微分散乱断面積

図 1.14 より、散乱角 90°を境に対称的な形をとることが分かる。

本実験の考察では以上の微分散乱断面積を散乱角を重心系から実験室系に変換して使用する。

参考文献

- [1] K.Muto 「第二章 Rutherford 散乱」(2002)
- [2] 工藤博 「イオンビーム工学入門：論文を読むための基礎知識」(2015)
- [3] 岡村勇介 「荷電粒子の物質中でのエネルギー損失と飛程」(2009)
- [4] Itzykson Zuber 「QUANTUM FIELD THEORY」

2 実験装置

(担当：前田剛志)

2.1 加速器

今回の実験は、神戸大学深江キャンパス敷地内にあるタンデム静電加速器を用いて行った。ビームタイムは、2020年1月6日～2020年1月12日である。この加速器では様々なイオンを加速することが出来るが、今回用いたのは水素イオン、すなわち陽子のみである。陽子の場合、最大エネルギーは3MeV、最大電流値は1 μ Aまで加速することが出来る(今回の実験で使用した範囲は0.1～100nA)[3]。表2.1に加速器の仕様を、図2.1に加速器の写真を、図2.2に加速器の構成図を、図2.3にイオン源及び加速器本体の模式図を示す。

表 2.1: 加速器の仕様 [1]

| | |
|--------|---|
| 型式 | タンデム・ペレトロン 5SDH-2 (米National Electrostatics Corporation製) |
| イオン源 | RF放電-電荷交換負イオン源 |
| | セシウムスパッタ負イオン源 |
| 加速可能元素 | ほとんど全ての安定同位元素 |
| 加速電圧 | 170万ボルト |
| エネルギー | 陽子 3.4 MeV ~ 弗素 9.6 MeV, 定常ビーム |
| 加速粒子数 | 100兆個/sec (等価電流16mA) |
| ビームライン | 6本 |
| P45 | 600mmfターゲット容器, 荷電粒子測定器四系統 |
| | イオン注入・照射装置 (デュオプラズマトロン: 30keV-1mA) |
| P15 | マイクロビームレンズ, |
| | 280mmf超高真空ターゲット容器 |
| | 低エネルギーイオン発生器(μ 波放電型; 50eV-0.05mA) |
| 0 | 重金属用 |
| M15 | 学生実験/イオンビーム照射用 |
| | 海洋安全システム科学実験, 荷電粒子ビーム実験 |
| M30 | 600mmfターゲット容器, 荷電粒子測定器2系統 |
| M45 | 300mmfターゲット容器/WDX-PIXEターゲット容器 |



図 2.1: 加速器の写真

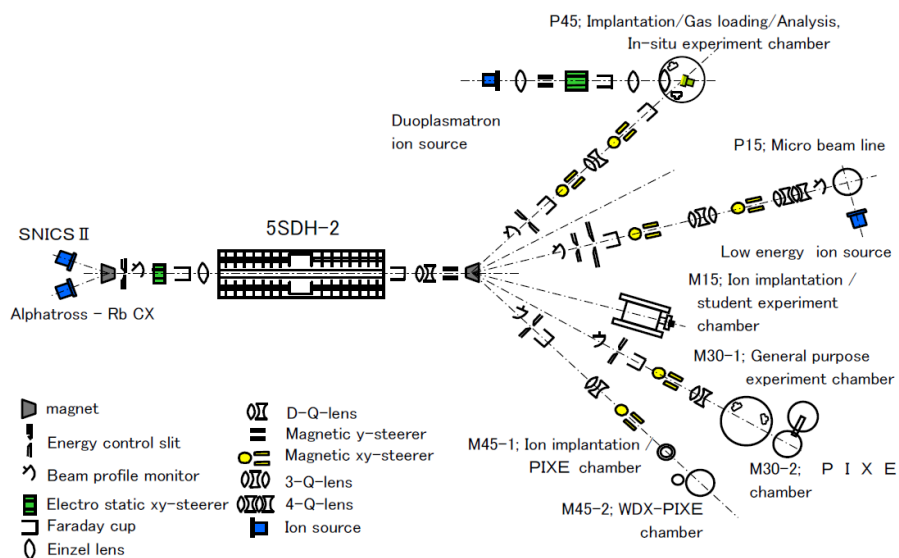


図 2.2: 加速器の構成図 [2]

2.1.1 イオン源

今回使用したタンデム静電加速器は、RF 放電-電荷交換負イオン源 (Alphasross-Rb CX)、セシウムスパッタ負イオン源 (SNICS-2) の 2 種類のイオン源を有するが、実際に使用したのは後者であるので、それについてのみ説明を行う。セシウムスパッタ負イオン源では、希ガス以外のほとんど全ての安定原子核の負イオンを生成することが出来る。まず、生成したい元素を含む物質 (陽子の場合は水素配合 Ti) を陰極に、タンタルフィラメントを陽極とした電極間にセシウムガスを流し、セシウムをイオン化する。次に、イオン化したセシウム正イオンが陰極と衝突し、スパッタリングにより生成したい粒子の負イオンが放出される。これを加速・収束し、加速器本体に送られる [3]。

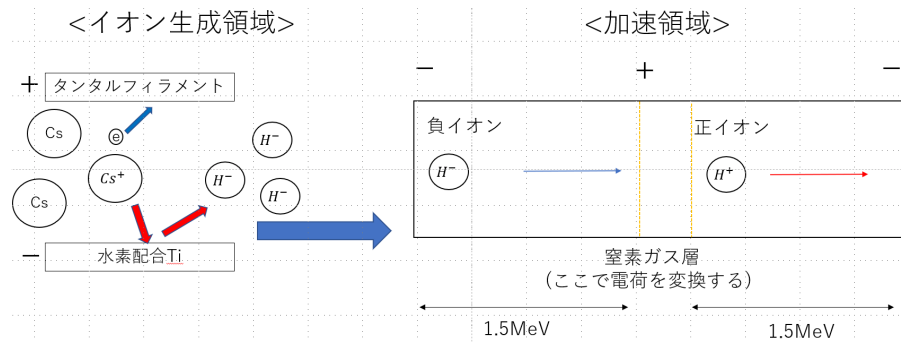


図 2.3: イオン源及び加速器本体の模式図

2.1.2 加速器本体

加速器本体は、直径 1.07m、長さ 3.94m の円柱型になっており、中心に高電圧ターミナルが設置されている。イオン源から生成された負イオンは、まず加速器本体の左側分だけ加速される (陽子なら 1.5MeV)。中心付近に到達すると、窒素ガスによる電荷変換反応により正イオンに変換される。その後加速器本体の右側で加速されて、陽子ならば合計 3MeV 分加速されることになる。加速されたビームは、二連四重極磁石により収束された後、分析・振分電磁石により各ビームラインに偏向される [3]。

2.2 ラザフォード散乱の実現

2.2.1 真空チェンバー・装置図

加速器から送られてきたビームは、真空チェンバー内に入射し、ターゲット (前章で述べた、陽子を散乱させるための様々な材質) に衝突する。真空チェンバーの写真を図 2.4 に、真空チェンバー周りの装置図を図 2.5 に示す。ターゲットは、アルミ板 (ターゲットホルダー) に挟まれて設置されてある。真ん中にある円柱管は、2 次電子抑制管である。これは、ビームがターゲットに衝突した際に発生しうる 2 次電子を抑制するものである。2 次電子抑制管には 10°ごとに直径 4mm のねじ穴が開けられているため、そこに検出器を設置すると、10°ごとの陽子散乱を検出することが出来る。検出器は、2.3 節で述べる PIN フォトダイオードを用いて自分たちで作成したものと、現地で借りたものの合計 2 台設置されている。前者は主に小角度測定で、後者は主に大角度測定で用いた。ターゲット、2 次電子抑制管、ビームストッパー (詳細は後述) は導通しているので、これらに流れた電流値は共通して、まとめて測定することが出来る。また、真空チェンバー内は 10^{-5} Pa に保たれている。

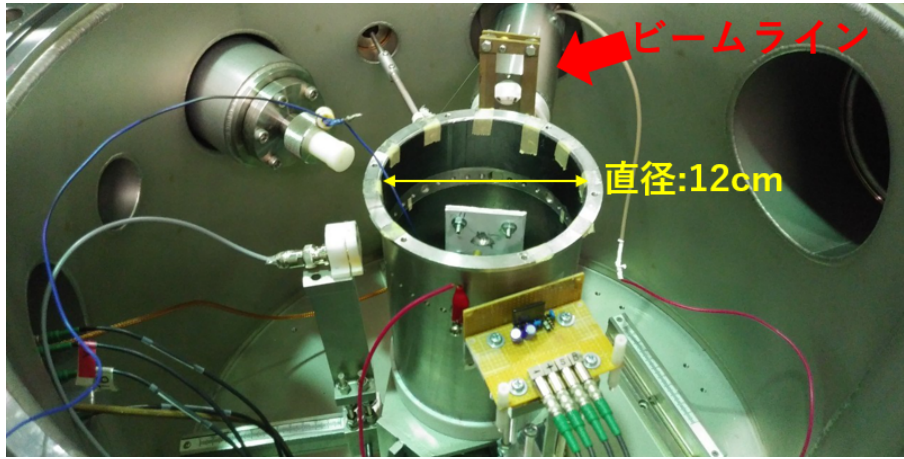


図 2.4: 真空チェンバーの写真

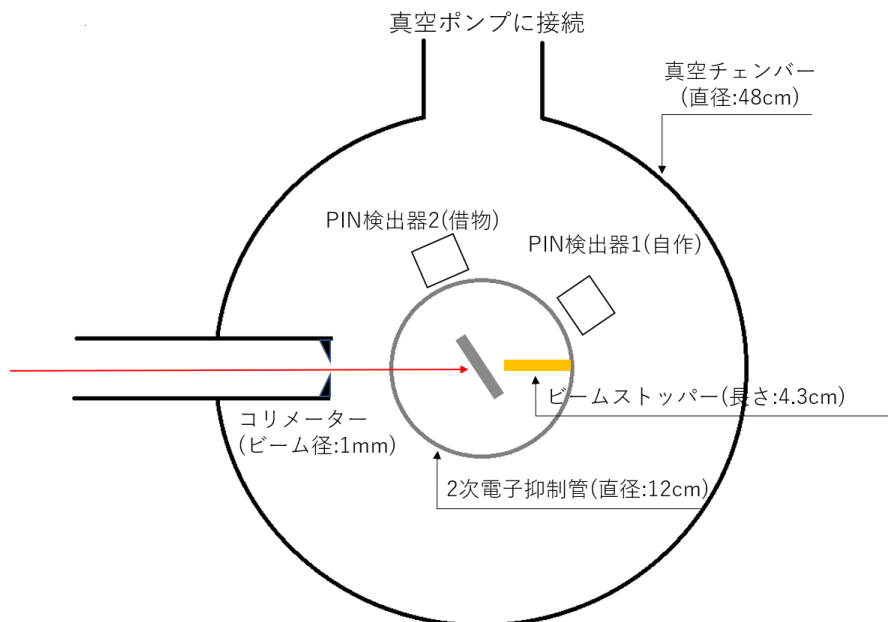


図 2.5: 真空チェンバー周りの装置図 [5]

2.2.2 ターゲットホルダーの角度

今回の実験では散乱角 $30^\circ \sim 160^\circ$ の陽子散乱を検出したのだが、ターゲット (厚さ 1μ オーダーの薄膜) をアルミ板で挟んで設置しているという構造上、固定した状態で全ての散乱角における陽子散乱を検出することは出来ない。そこで図 2.6 のように、散乱角 $\theta=30^\circ$ から 100° の測定を小角度散乱、散乱角 $\theta=80^\circ$ から 160° の測定を大角度散乱と定めて、2種類の測定においてターゲットホルダーの角度を変えることにより、全散乱角での測定を可能にした。小角度散乱では陽子はターゲットを透過して散乱するのに対し、大角度散乱ではターゲットに反射して散乱するため、両者の散乱はそれぞれ、透過型の散乱、反射型の散乱であるという違いがある。

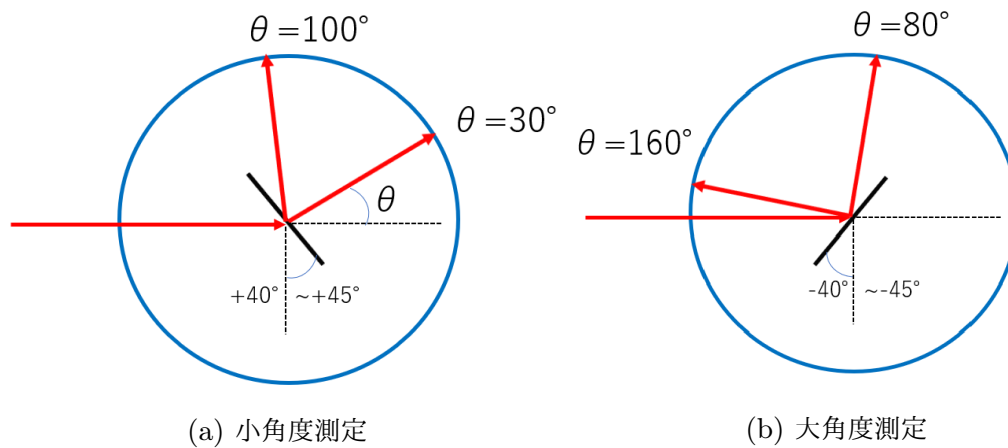


図 2.6: ターゲットホルダーの角度調整

2.3 検出器

2.3.1 PIN フォトダイオード

一般的にフォトダイオードというのは、半導体のPN接合部に光を照射すると、電流や電圧を発生する受光素子である。検出から電気信号への変換効率が良いため、エネルギー分解能が良いという利点がある。PIN フォトダイオードは、PN接合部の間にI型半導体を挟んだ検出器である。外部からの逆バイアス電圧が必要だが、空乏層が広がるため、陽子のエネルギーを確実に落としきれるという利点がある [4]。

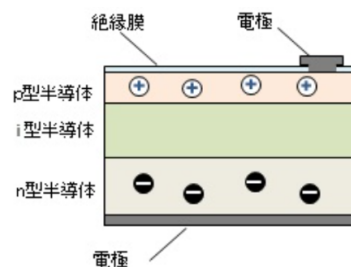


図 2.7: PIN フォトダイオードの模式図 [4]

逆バイアス電圧がかけられたPINフォトダイオードに、散乱陽子が入射すると、そのエネルギーによりI型半導体内でたくさんの電離が生じる。Siの場合、電子-ホール対を1組作成するには300Kで3.62eV必要であるため [5]、例えば今回の実験のように3MeV程度の散乱陽子なら、およそ 10^6 組の対を生成することになる。この過程で、価電子帯の電子が伝導帯に移る。そこに外部電圧をかけることにより、電流が流れる。入射陽子のエネルギーの大きさと、測定される電荷量は対応しているので、電荷量測定により、エネルギーの大きさを推定することが出来る。前述より、測定される電荷量は、素電荷の値に生成される電子-ホール対の数をかけて、およそ0.16pCになる。

今回の実験で用いたPINフォトダイオードは、浜松ホトニクス製のS3590-09である。

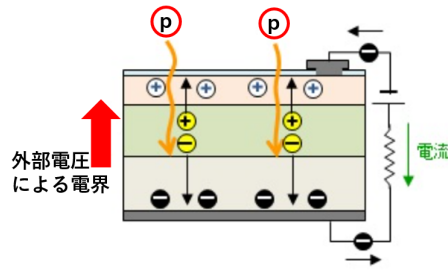


図 2.8: PIN フォトダイオードによるエネルギー測定 [4]

2.3.2 チャージアンプ回路

PIN フォトダイオードから流れた信号は、自作のチャージアンプにより増大される。その回路図を図 2.10 に、写真を図 2.11 に示す。回路中に含まれているオペアンプは、クリアパルス製 (CS-515) である。また、チャージアンプ回路単体でチェンバー内に置くことは困難であるため、3 年前の先輩方が使用していた固定台を改良して使わせて頂いた [5]。写真は図 2.12 に示してある。

2.3.3 検出器全体

チャージアンプ回路から出力される信号は Shaper でさらに増幅された後 (チャージアンプと Shaper 双方によるチャージゲインは、 $2\text{V}/1\text{pC}$)、MCA で記録し、PC でデータ収集する。Shaper は豊伸電子製 N012 を、MCA は AMPTEK 製 MCA8000D を、BIAS は電源はクリアパルス製 E6625 を用いた。

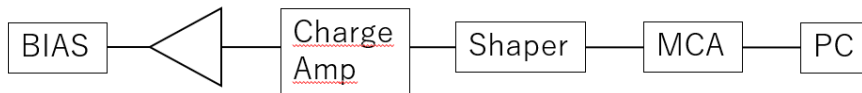


図 2.9: 検出器全体の回路図

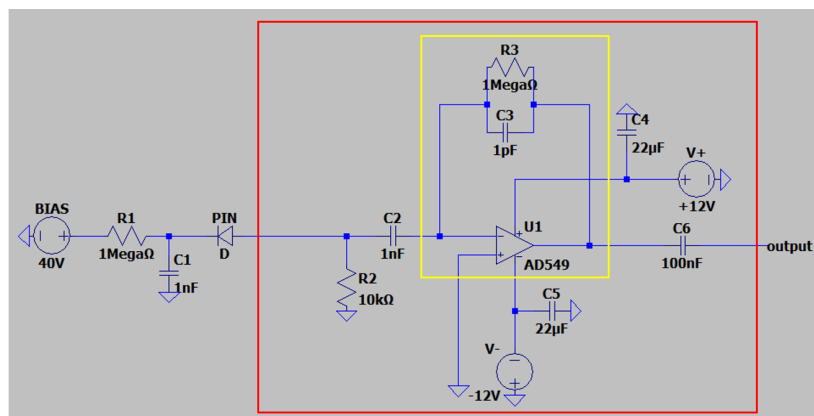


図 2.10: チャージアンプ回路図

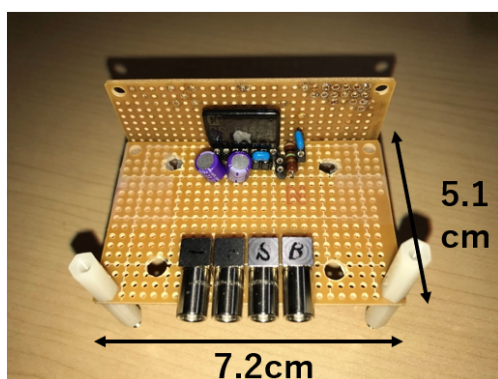


図 2.11: チャージアンプ回路写真

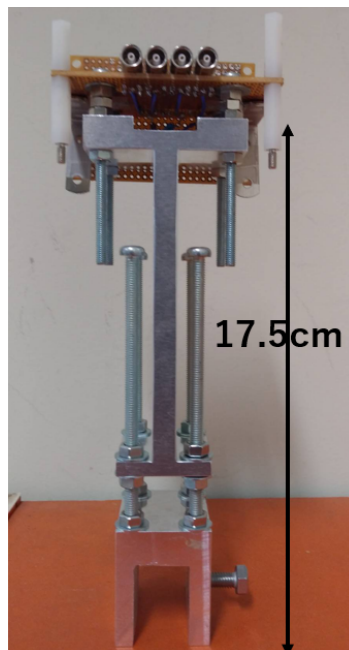


図 2.12: 固定台

2.4 ターゲットホルダー

2.4.1 ターゲットホルダー

今回用いたターゲットは全て $1\mu\text{m}$ オーダーの薄膜になっており、単体でチェンバー内に置くことは不可能であるため、図 2.13 のようなターゲットホルダーに挟んで配置することにした。ターゲットホルダーは、2枚のアルミ板でターゲットを挟み、それをねじで固定するという構造になっている。これも、チャージアンプ回路固定台同様、3年前の先輩方が使用していたものを使わせて頂いた [5]。このターゲットホルダーは、ターゲットが露出している中心部分が図 2.14 のように削られてあるため、散乱陽子がホルダーに邪魔されずに散乱することが出来るという特徴がある。

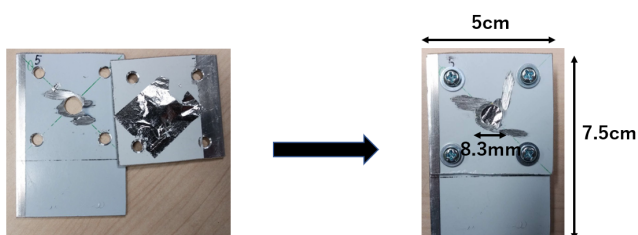


図 2.13: ターゲットホルダー

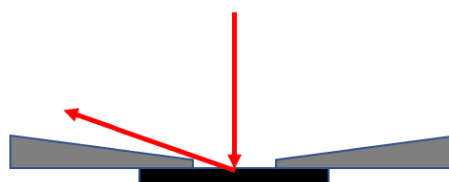


図 2.14: ターゲットホルダーの特徴

2.4.2 ターゲットホルダーの配置

ターゲットをポリエチレンにして一定時間ビームを照射すると、図 2.15 に示しているような焦げが出来る。この焦げを参考にすれば、他のどんなターゲットで測定する際にも、ビームが当たる正確な位置、すなわちターゲットホルダーを置くべき正確な配置が分かる。左右の位置に関してはターゲットホルダーを固定する下のホルダーに罫書いておくことにより、上下の位置に関しては高さを控えておくことによりそろえることが出来る。

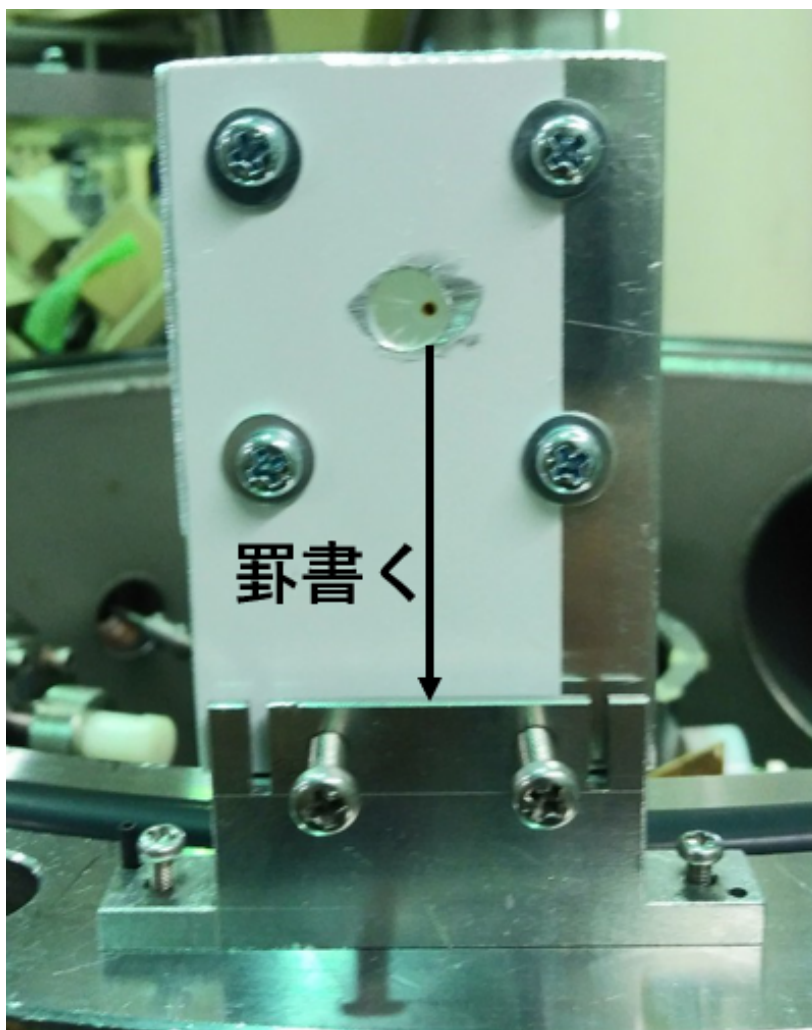


図 2.15: 焦げが出来たポリエチレンターゲット

2.5 ビームストッパー

2.5.1 ビームストッパー

ラザフォード散乱の微分断面積は、小角度になるにつれて急速に増大する。そのため、特に散乱角 $\theta=30^\circ$ 未満の小角度散乱が、もし 2 次電子抑制管で再び散乱してしまうと、大角度散乱測定の際に大きなバックグラウンドとなってしまふ。これを防ぐのがビームストッパーである。

ビームストッパーは、市販の真鍮パイプを切断して作成したものである。設計図及び 2 次電子抑制管に設置された写真をそれぞれ図 2.16、図 2.17 に示す。ビームストッパーは真鍮製で、かつ厚さが 1mm あるため、図 2.18(a) のように十分止めることができる。もし図 2.18(b) のようにねじで反射したとしても、パイプから出てくるビームの反射角はせいぜい約 3° であるため、今回の測定範囲に関しては影響はない。

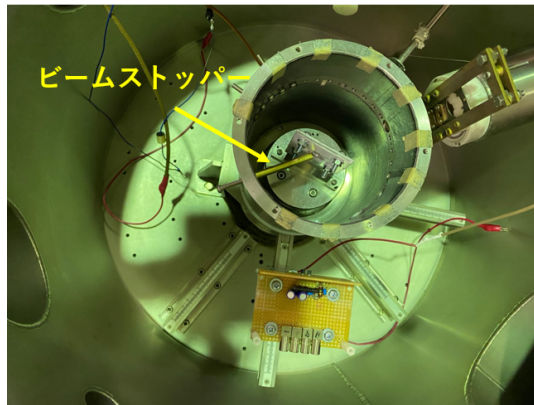
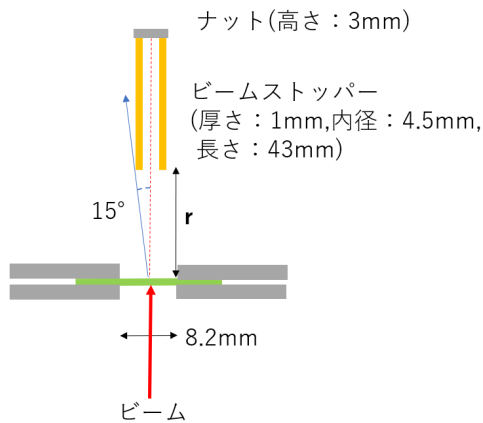


図 2.17: 2 次電子抑制管に設置された
図 2.16: ビームストッパーの設計図 [5] ビームストッパー



図 2.18: ビームストッパーのイメージ

2.5.2 ビームストッパーの効果

図 2.19 はどちらも、ターゲットをポリエチレンにした状態で 3MeV の陽子を照射し、散乱角 120° の散乱陽子を MCA で検出した際のグラフである。縦軸はイベント数、横軸は検出器で測定されたエネルギー値である。(a)、(b) はそれぞれ、ビームストッパーを設置する前と後のグラフになっている。ターゲットがポリエチレンの場合、散乱角 120° で

の散乱陽子のエネルギー理論値は、約 2.33MeV である。赤く塗りつぶされたピークのエネルギー値はどちらもあまりずれていないが、ビームストッパー設置前のグラフは、低エネルギー領域においてかなりのバックグラウンドがみられる。一方設置後のグラフはほとんどその影響がみられない。これより、ビームストッパーの効果は明白である。

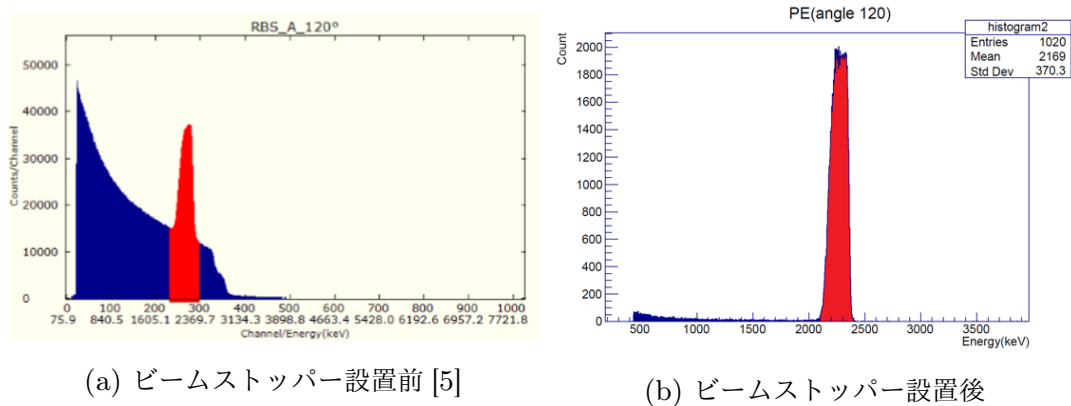


図 2.19: ビームストッパーの効果

2.6 まとめ

今回の実験において、精度良い陽子エネルギースペクトラムを得るために行なったことをまとめると、主に次の3つが挙げられる。

- 1, エネルギー分解能の良い PIN フォトダイオードを用いたこと
- 2, ポリエチレンの焦げをもとにターゲットの配置を正確に定めたこと
- 3, ビームストッパーの設置によりバックグラウンドを防いだこと

これにより、申し分なく解析・考察が可能なエネルギースペクトラムを得ることが出来た。

参考文献

- [1] <http://www.research.kobe-u.ac.jp/fmsc-pbe/www/5sdh2/5sdh2.html>
- [2] <http://www2.kobe-u.ac.jp/taniikea/particlebeam.pdf>
- [3] 神戸商船大学紀要. 第二類, 商船・理工学篇 第 46 号 (神戸商船大学出版、1998 年 7 月出版)
- [4] <https://www.fiberlabs.co.jp/tech-explan/about-pd/>
- [5] http://ppwww.phys.sci.kobe-u.ac.jp/seminar/pdf/Rutherford_2016.pdf

3 結果と解析

(担当:寺村七都)

3.1 概要

本章では、タンデム静電加速器を用いたラザフォード散乱実験により得られた各ターゲットの角度毎のエネルギースペクトルデータを解析ツールである ROOT を用いて、解析した結果について述べていく。

3.2 節では、ピークのエネルギーを求めるため、エネルギーの較正を行なった。較正には、厚さによるエネルギー損失が少なく、広範囲のエネルギー領域のデータを用い、計算値と対応させることにより、較正曲線を導いた。

3.3 節では、エネルギー較正された軸をもとに、各ターゲットのスペクトルについて考察を行なった。各ターゲットに含まれている原子に起因するスペクトルが観測でき、Alからは、準安定状態のスペクトルや、核反応によるスペクトルも観測できた。

3.4 節では、各ターゲットの角度毎の微分散乱断面積を算出を行なった。導出方法や誤差評価などについて述べていく。

3.2 PIN フォトダイオードのエネルギー較正

3.2.1 エネルギー較正に用いる式とデータ

| 検出器 | ターゲット (散乱角 (°)) |
|------|------------------------------|
| PIN1 | Au(40),Al(40),C(40),H(40) |
| PIN2 | Au(40),Al(40),Al(130),C(130) |

表 1: 検出器のエネルギー較正に使用したデータ

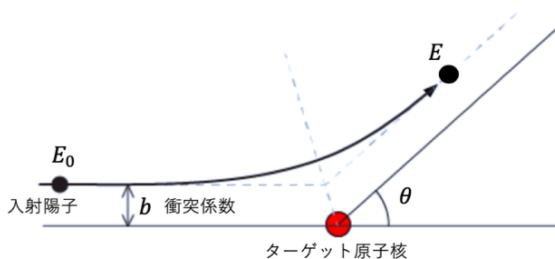


図 1: 陽子と原子核の散乱の様子

計算から得られるエネルギー値と実験データのピーク値を対応させることによって、エネルギー較正を行う必要がある。

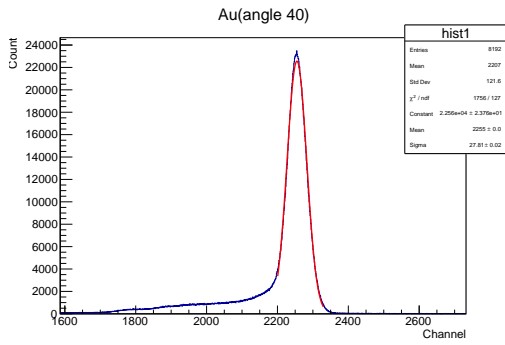


図 2: Au の散乱角 40° におけるエネルギースペクトル

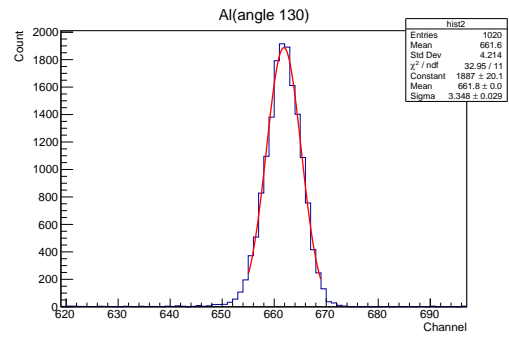


図 3: Al の散乱角 130° におけるエネルギースペクトル

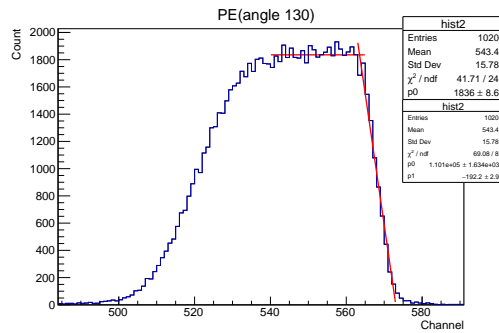


図 4: C の散乱角 130° におけるエネルギースペクトル

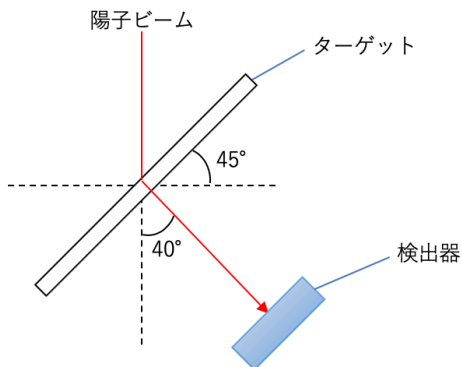


図 5: 散乱角 40° における陽子散乱の様子

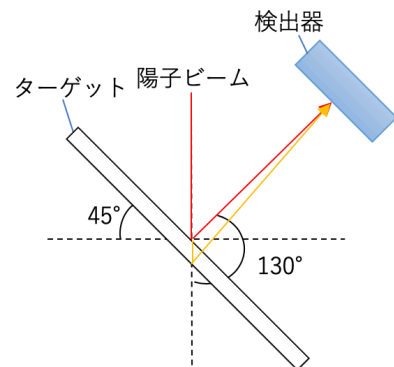


図 6: 散乱角 130° における陽子散乱の様子

3.2.3 エネルギー較正直線

図 7、図 8 に実際に求めたエネルギー較正直線を示す。この直線にしたがってエネルギー値を求めていくこととする。

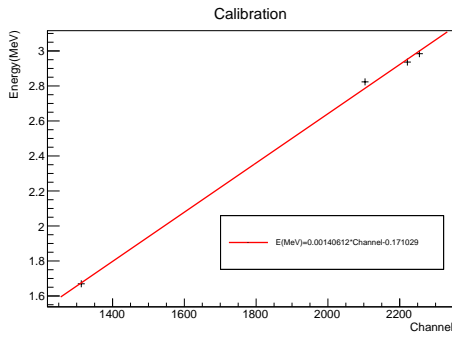


図 7: PIN1 のエネルギー較正直線

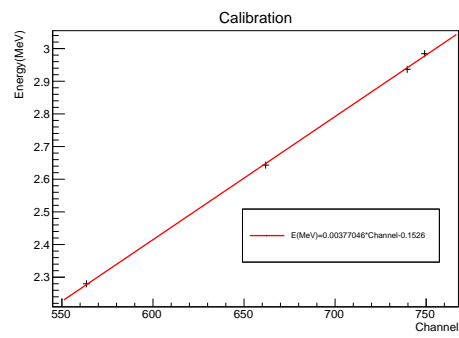


図 8: PIN2 のエネルギー較正直線

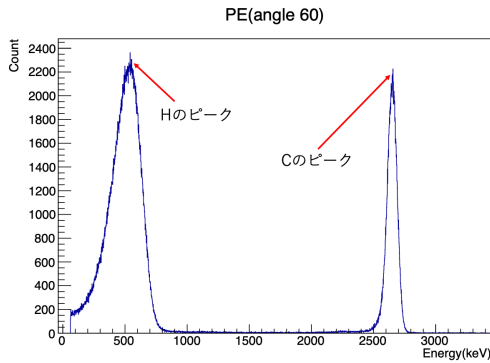


図 9: ポリエチレンの散乱角 60° におけるエネルギースペクトル

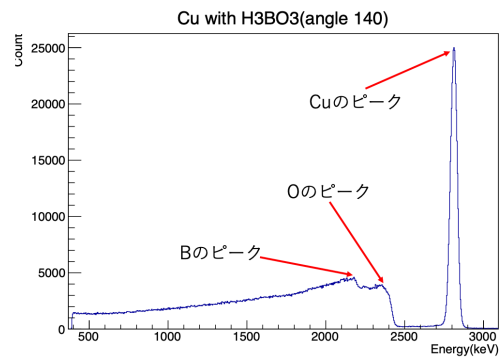


図 10: ホウ酸を塗布した銅箔の散乱角 140° におけるエネルギースペクトル

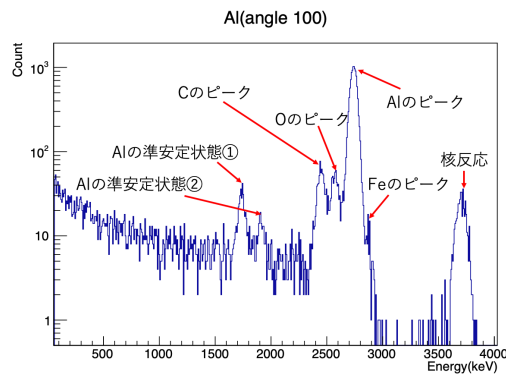


図 11: アルミニウム箔の散乱角 100° におけるエネルギースペクトル

3.3 エネルギースペクトルの分析

3.3.1 スペクトルの実験値と計算値の比較

較正直線をもとに、各ターゲットにおけるエネルギースペクトルについて考察を行う。図 9~11 は、それぞれポリエチレン、ホウ酸を塗布した銅箔、アルミニウム箔のエネルギースペクトルである。最初に、それぞれのピークの実験値が、計算値と一致しているかの検証を行う。表 2~4 が、ピークの実験値と計算値の比較の結果である。左から、対応する原子(反応)、計算値 ((1) 式)、計算値 ((2) 式)、計算値を記している。計算値 ((1) 式) は、(1)

| 対応する 原子 | 実験値 (keV) | 計算値 ((1) 式) (keV) | 計算値 ((2) 式) (keV/厚さ) | 計算値 (keV) |
|------------|--------------|----------------------|-------------------------|--------------|
| C | 2723.3 ± 0.3 | 2826.4 | 62.7 | 2763.7 |
| H | 1118.5 ± 0.3 | 1239.5 | 119.0 | 1120.5 |

表 2: 図 9 における実験値と計算値の比較

| 対応する 原子 | 実験値 (keV) | 計算値 ((1) 式) (keV) | 計算値 ((2) 式) (keV/厚さ) | 計算値 (keV) |
|------------|----------------|----------------------|-------------------------|-----------------|
| Cu | 2811.17 ± 0.04 | 2836.4 | 31.3 | 2805.1 |
| O | 2339.9 ± 0.9 | 2405.0 | 省略 | 省略 ¹ |
| B | 2162.3 ± 2.9 | 2174.0 | 省略 | 省略 ¹ |

¹ 塗布されたホウ酸の厚みが不均一なため計算値を省略している

表 3: 図 10 における実験値と計算値の比較

| 対応する 原子 (反応) | 実験値 (keV) | 計算値 ((1) 式) (keV) | 計算値 ((2) 式) (keV/厚さ) | 計算値 (keV) |
|-----------------|--------------|----------------------|-------------------------|-----------------|
| Al | 2739.9 ± 0.4 | 2750.1 | 21.8 | 2728.3 |
| Fe | 2867.7 ± 4.3 | 2876.8 | 21.0 | 2855.8 |
| O | 2571.3 ± 3.1 | 2590.1 | 22.7 | 2567.4 |
| C | 2448.1 ± 1.9 | 2465.8 | 23.5 | 2442.3 |
| 準安定状態① | 1905.8 ± 4.1 | 1942.2 ² | 27.9 | 1914.3 |
| 準安定状態② | 1737.4 ± 2.2 | 1778.8 ² | 29.7 | 1749.1 |
| 核反応 | 3702.0 ± 3.6 | 省略 | 省略 | 省略 ³ |

² 準安定状態における計算値は、(3) 式を用いている

³ 核反応については、計算方法が異なるので省略している

表 4: 図 11 における実験値と計算値の比較

式における散乱角度に対応する計算値、計算値 ((2) 式) は、(2) 式を用いて、陽子がターゲットを通る平均の厚さあたりのエネルギー損失を示している。そして、最後の計算値には、前者の計算値と後者の計算値の差を示している。よって、この計算値と、実験値が一致しているかの検証を行えば良い。それぞれの値を比較していくと、数 keV~40keV の範囲で良い一致が見られた。ここからは、各ターゲットに関して詳しく考察を行っていく。

3.3.2 ポリエチレン

図 9 のスペクトルについて考察を行う。H と C のピークをガウシアンでフィットした時の σ の値を比較すると、 $\sigma_H = 91.9 \pm 0.4$ 、 $\sigma_C = 40.5 \pm 0.2$ となり、H の方がガウシアンの幅が大きいことがわかる。これは、陽子のエネルギーが低い方が (2) 式の影響が大

きくなるためであると考えられる。

また、それぞれのカウント数を比較すると、 $N_H : N_C = 647079.4 : 239692.1 \approx 2 : 1$ となり、カウント数は、微分散乱断面積や、質量数などに依存するので、近似的な議論になるが、組成比と関連していることがわかる。

3.3.3 ホウ酸を塗布した銅箔

図 10 のスペクトルについて考察を行う。Cu、B、O のピークを観察することには成功したが、B と O のピークは、低エネルギー側に約 1500keV にわたり尾を引いた形で観察された。この原因としては、ホウ酸が数 10 μm の厚さで粒状に塗布された影響が考えられる。数 10 μm の厚さで塗布されてしまうと、表面で散乱した陽子と、奥で散乱した陽子とのエネルギー差が大きくなる。参考として、3000keV の陽子がホウ酸 50 μm を通過することを考えると、(2) 式より、759.0keV のエネルギー損失があることがわかった。

3.3.4 アルミニウム箔

図 11 のスペクトルについて考察を行う。アルミニウム箔に関しては、考察が多いので、さらに分類して記述していくこととする。

- アルミニウム箔に含まれる物質

アルミニウム箔からは、含まれる原子のピークとして、Al、Fe、O、C のピークが観察できた。Fe は、アルミニウムの不純物として含まれていたことが考えられる。O に関しては、箔の表面が酸化していたことが考えられる。また、C に関しては、箔の加工段階で使用される油が付着していたことが考えられる。

- アルミニウムの準安定状態

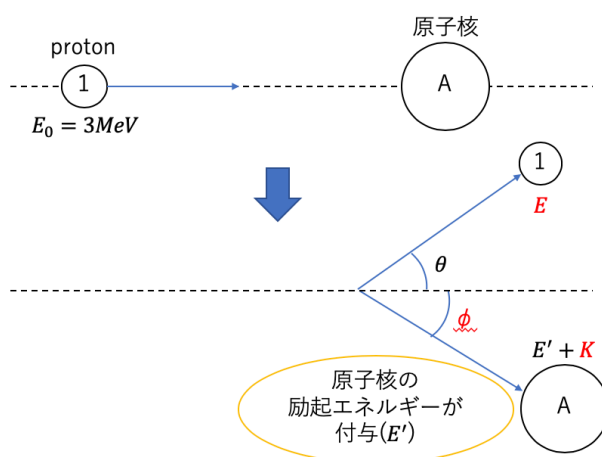


図 12: アルミニウムの準安定状態に伴う陽子と原子核の非弾性散乱の様子

アルミニウムには、3000keV 以下のエネルギー領域において、843.8keV と 1014.5keV の準安定状態のエネルギー準位が存在する。従って、一定の割合で、アルミニウム原子核が陽子のエネルギーを受け取り、励起され、非弾性散乱を起こす

ことがある。この時、散乱陽子のエネルギーの角度分布の式 ((1) 式) が変化する。これについて図 12 をもとにして考えると、以下の式が得られる。

$$E = \left(\frac{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta + A^2 - 1 - A(A+1)\frac{E'}{E_0}}}{A+1} \right)^2 E_0 \quad (3)$$

E : 散乱陽子のエネルギー [eV] θ : 実験室系の散乱角度 [°]
 E_0 : 入射陽子のエネルギー [eV] A : ターゲット原子の質量数
 E' : 準安定状態の励起エネルギー [eV]

表 4 の準安定状態の計算に関しては、(3) 式を用いて算出を行った。

● アルミニウム原子核の核反応

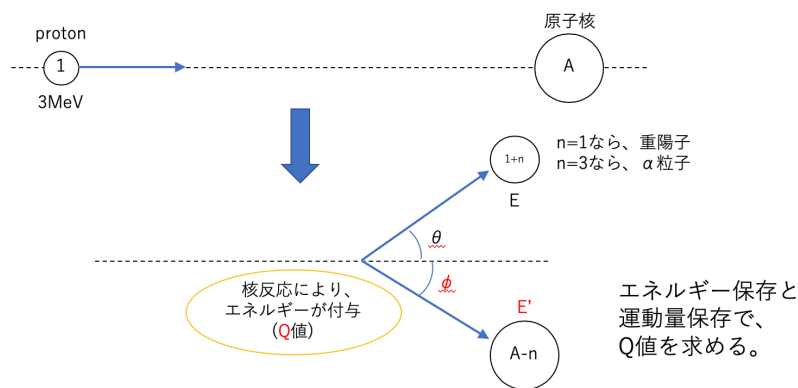


図 13: アルミニウム原子核と陽子の核反応の様子

各角度のアルミニウム箔のエネルギースペクトルにおいて入射陽子のエネルギー、3MeV を超える位置にスペクトルピークが観察された。この反応は、原子核の核反応に起因すると考えられる。図 13 に予想される核反応の様子を示す。陽子が原子核と衝突したときに核反応によるエネルギー (Q 値) が生じ、そのエネルギーの一部が散乱陽子のエネルギーに付与される。このような状況を考えてとき、エネルギーと運動量の保存を考えると、Q 値は、以下の式によって導かれる。

$$Q = E - E_0 + \frac{(1+n)E + E_0 - 2\sqrt{(1+n)EE_0} \cos \theta}{A-n} \quad (4)$$

Q : 核反応により生じるエネルギー [eV] θ : 実験室系の散乱角度 [°]
 E : 散乱陽子のエネルギー [eV] n : 原子核から陽子に移動した核子数
 E_0 : 入射陽子のエネルギー [eV] A : ターゲット原子の質量数

(13) 式から、未知数は、 Q と n なので、連立方程式を解けば Q と n の値が求まる。 A をアルミニウムの質量数として、実験から得られた $(\theta, E) = (40^\circ, 4197.6\text{keV}), (140^\circ, 3427.8\text{keV})$ の値を用いて、式を解くと、 $Q \doteq 1615.2\text{keV}$ 、 $n \doteq 3.34$ という結果が得られた。 n は、整数しか取らないので、 $n=3$ であると考

えられる。よって、アルミニウム原子核と陽子の核反応、 $^{27}\text{Al}(p, \alpha)^{24}\text{Mg}$ が起きているということが予想できる。

ここからは、 $^{27}\text{Al}(p, \alpha)^{24}\text{Mg}$ の反応が起きているとして、より正確に Q 値を求めていくこととする。まず、(2) 式を用いて、ターゲットを通過する時のエネルギー損失を考える。この時、陽子は、通過の途中で、 α 粒子に変化するので、ターゲットを半分通過したときに、核反応が起きたと仮定して計算を行うこととした。そのような仮定をすると、箔の厚さあたりに、23.5keV のエネルギー損失がある。より正確性を上げるために、エネルギー損失が小さい、散乱角が 40° の時のデータ $((\theta, E) = (40 \pm 1.3^\circ, 4197.6 \pm 1.9\text{keV}))$ を用いると、Q 値は、 $Q=1612.0 \pm 8.4\text{keV}$ と得られた。誤差に関しては、 E と θ の誤差伝播を考慮した。

文献値 [2] を調べると、 $Q=1598.4 \pm 1.0\text{keV}$ であったので、 2σ 未満の範囲で、良い一致をしていると言える。

3.4 微分散乱断面積

3.4.1 微分散乱断面積の導出

実験から、微分散乱断面積を求める方法を述べていく。陽子ビームをターゲット粒子(面密度を n とする)に衝突させ、微小立体角 $d\Omega$ で、散乱陽子を観測する場合を考える。

入射陽子数を N_{all} 、観測された陽子数を N とすると、角度 θ に放出される確率は、 N/N_{all} で与えられる。一方、角度 θ の単位立体角あたりに陽子が放出される確率は、微分散乱断面積と面密度の積で与えられるから、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \times n \times d\Omega = \frac{N}{N_{all}} \quad (5)$$

となる。実験において、それぞれの値は、以下のように求める。

$$n = \frac{dtN_A}{A} \quad (6)$$

$$d\Omega = \frac{\pi r^2}{l^2} \quad (7)$$

$$N = \frac{IT}{e} \quad (8)$$

従って、実験における微分散乱断面積は、以下ようになる。 [3]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{l^2 \times N \times e \times A}{\pi r^2 \times I \times T \times d \times t \times N_A} \quad (9)$$

N : 散乱陽子数

I : ターゲットから検出器までの距離 [cm]

e : 素電荷 [C]

T : 計測時間 [s]

A : ターゲット粒子の質量数 [g/mol]

d : ターゲットの密度 [g/cm³]

l : 入射陽子の電流値 [A]

t : ターゲットの厚さ [cm]

r : 散乱陽子を検出する部分の半径 [cm]

N_A : アボガドロ定数 [/mol]

(9) 式を用いて、実験値を算出する。

実験の中で計測するのは、 N 、 I 、 T である。 N は、スペクトルピークをガウシアンでフィットし、その積分値とした。また、ピークがガウシアンでフィットできない場合は、ピークと考えられる部分の積分値とした。 I は、データロガーを用い、測定中の陽子ビームの電流を 5 秒毎に計測し、その平均値を採用している。 T は、ピークのカウント数が 10000 以上になるように、100 秒もしくは、300 秒に固定し、計測を行った。

3.4.2 誤差伝播

N 個の物理量 x_i がそれぞれ独立かつランダムな誤差 e_{x_i} を持つ時、関数 $f(x_i)$ の誤差 e_f は、以下のように得られる。[3]

$$e_f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} e_{x_i} \right)^2} \quad (10)$$

(9) 式において、実験値である N と I に誤差があると考え、それぞれの誤差を e_N 、 e_I とすると、(9) 式 (g と定義する) の誤差 e は、以下で得ることができる。

$$e = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial N} \right)^2 e_N^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial I} \right)^2 e_I^2} \quad (11)$$

今回の実験では、 $e_N = \sqrt{N}$ 、 $e_I = 2nA$ として誤差を算出した。

3.4.3 ラザフォード散乱

微分散乱断面積は、ラザフォード散乱の公式から以下のように表される。[4]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Ze^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (12)$$

Z : ターゲットの原子番号

E : 入射陽子のエネルギー [eV]

e : 素電荷 [C]

θ : 散乱角度 (重心系) [°]

ϵ_0 : 真空の誘電率 [$m^{-3}kg^{-1}s^4A^2$]

(12) 式は、重心系における微分散乱断面積である。ターゲット原子が重い場合は、実験室系に近似できるが、Cなどの軽い原子の場合は、実験室系に変換する必要がある。重心系と実験室系の角度の変換式は、以下である。

$$\tan \theta_{lab} = \frac{\sin \theta_g}{M_1/M_2 + \cos \theta_g} \quad (13)$$

θ_{lab} : 実験室系における散乱角度 [°]

M_1 : 入射粒子の質量数

θ_g : 重心系における散乱角度 [°]

M_2 : ターゲットの質量数

(13) 式をもとに、(12) 式を変換すると、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{\left(\cos \theta + \sqrt{1 - (M_1/M_2)^2 \sin^2 \theta} \right)^2}{\sin^4 \theta \sqrt{1 - (M_1/M_2)^2 \sin^2 \theta}} \quad (14)$$

が得られる。 θ は、実験室系における散乱角度で、Cの微分散乱断面積においては、(14) 式を用いた。

3.4.4 核力による散乱

Cなどの陽子ビームが原子核にまで及ぶ軽い原子に関しては、核力による散乱も考える必要がある。核力による散乱は、剛体球による散乱に近似することができる。従って、この近似のもと、微分散乱断面積を求めると、以下の式になる。[4]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R_0^2}{4} \quad (15)$$

R_0 は、相互作用半径で、ターゲット原子核の半径と入射粒子の半径の和である。

3.4.5 各ターゲットの微分散乱断面積

図14~17に、それぞれ、Au、Cu、Al、Cの40° ~160° における微分散乱断面積を示す。黒い点で示されているのが、(9) 式をもとに計算された微分散乱断面積の10° 毎の角度分布である。赤い線で示されているのは、(12) 式をもとにした計算値である。また、Cにおいては、(12) 式ではなく、(14) 式と(15) 式をもとに計算を行なっている。

図からわかるように、Au、Cu、Alにおいてはおよそ2 σ 以内の範囲において良い一致をしていると言える。しかし、Cについては、あまり良い一致を示しているとは言えない結果となった。

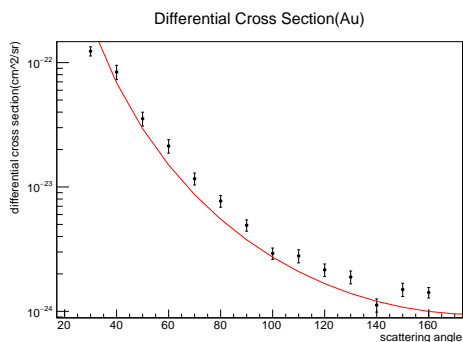


図 14: Au の 40° ~160° における微分散乱断面積

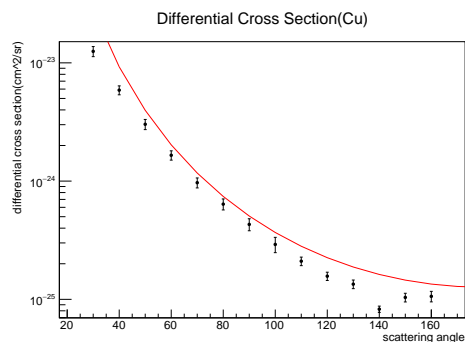


図 15: Cu の 40° ~160° における微分散乱断面積

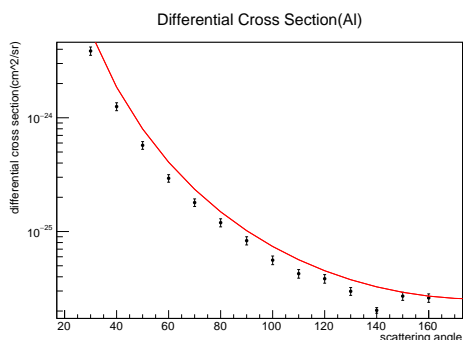


図 16: Al の 40° ~160° における微分散乱断面積

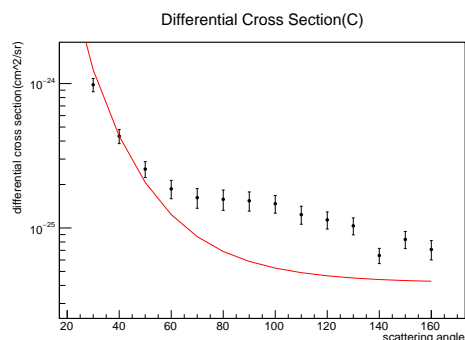


図 17: C の 40° ~160° における微分散乱断面積

参考文献

- [1] 『平成 24 年度前期物理科学課題演習 A5 レポート 同種粒子散乱の微分散断面積による粒子スピンの測定』 京都大学理学部
<http://suganuma-hideo.o.oo7.jp/hideo/index.files/sub.files/A5-2012-1st.pdf>
- [2] 『Q values of inverse reactions involving alpha particles』
 C.P.Browne、W.E.Dorenbusch、F.H.O'Donnell
- [3] 『2015 年前期課題演習 A5 報告書』 京都大学理学部
<http://suganuma-hideo.o.oo7.jp/hideo/index.files/sub.files/A5-2015-1st-Report.pdf>
- [4] 『イオンビーム工学入門：論文を読むための基礎知識』 工藤博
<http://hdl.handle.net/2241/102317>

4 議論と考察

(担当：加藤大志)

4.1 目的

本章ではこれまでの解析から得られた微分散乱断面積の評価を行っていく。また、炭素に関しては大角度の微分散乱断面積から原子核半径の導出を試みる。

4.2 微分散乱断面積の評価

4.2.1 文献値との比較

本実験では、金、アルミニウム、銅、ポリエチレンの4つのターゲットの微分散乱断面積を導出した。微分散乱断面積の文献値は、Rutherford の公式より

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (4.1)$$

で記述される。しかしこの文献値はクーロン力のみを考慮しており、そのためこの式では、金、アルミニウム、銅のみ考察を行う。その際に、測定値に fit 線を引くことでより円滑に文献値との比較を進める。具体的には

$$(fit) = [p0] \times \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (4.2)$$

という式を fit に用いる。この式は文献値 (4.1) に定数 p0 をかけており、この定数をパラメーターとして動かし、測定値に最小二乗法を用いて fit させる。この線を引くことで、fit 線に測定値は乗っているかどうかを評価する。また p0 が 1 に近いほど文献値と一致していると言えるので、その点も評価対象とする。ただし、この fit を行うにあたって、測定角度の 30° と 140° の測定値を省いている。これについては以降に詳しく記述する。

4.2.2 30° と 140° 排除の理由

図 1 は 30° と 140° 以外の測定点で式 (2) を用いて fit している。fit した後に 30° と 140° の測定点をプロットしたところ、図 1 のようにこの 2 点は fit 線よりも大幅に下にずれている。この現象は金だけでなくすべてのターゲットで起きており、統計的な誤差ではなく測定時の不備があると考えた。

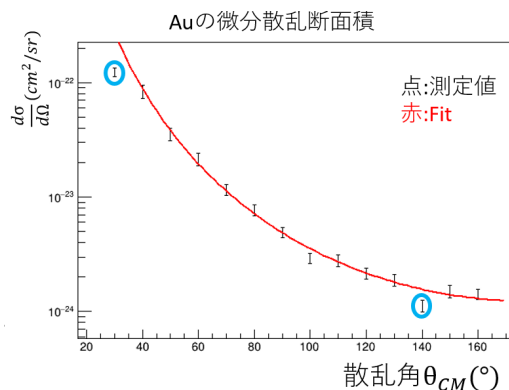


図1 金の微分散乱断面積

微分散乱断面積は以下の式で導出する。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{count} \times e \times A}{d\Omega \times I \times T \times d \times t \times N_A} \quad (4.3)$$

式(4.3)は微分散乱断面積導出に用いる公式で、立体角 $d\Omega$ にも依存している。30°の場合、ビームストッパーが少し散乱粒子の経路と重なっており、それによって $d\Omega$ が変化したと考えられる。また、140°の場合は、この角度の二次電子抑制管の測定穴が大きく、検出器の検出部分がこの穴を全て覆いきれていなかったと考えられる。どちらの角度においても、この立体角が定まらず、正確な微分散乱断面積が導出できないため、今回の評価では省いた。

4.2.3 ターゲットの厚さの測定

アルミニウム、銅などの厚みのカタログ値が $0.3 \sim 0.5 \mu\text{m}$ と曖昧であったため、それらの不確定な値を確定させるため、この測定を行った。ターゲットの面積 (cm^2)、密度 ($\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) が分かった状態で箔の重さを測定し、厚さを確定させた。

| 箔の種類 | カタログ値 (μm) | 測定した厚さ (μm) |
|--------|-------------------------|--------------------------|
| 金 | 0.1 | 0.14 |
| アルミニウム | 0.3~0.5 | 0.34 |
| 銅 | 0.3~0.5 | 0.43 |
| ポリエチレン | 7 | 7 |

図2 ターゲットごとの厚さ



図3 アズワン電子天秤 3-6553-01

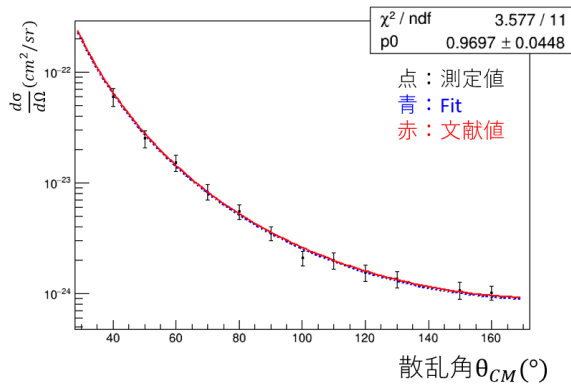


図4 金の微分散乱断面積

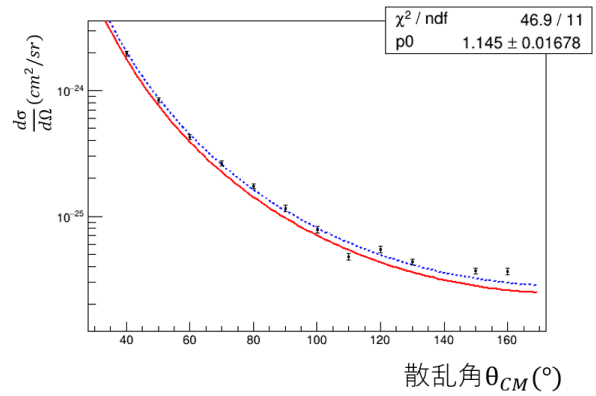


図5 アルミニウムの微分散乱断面積

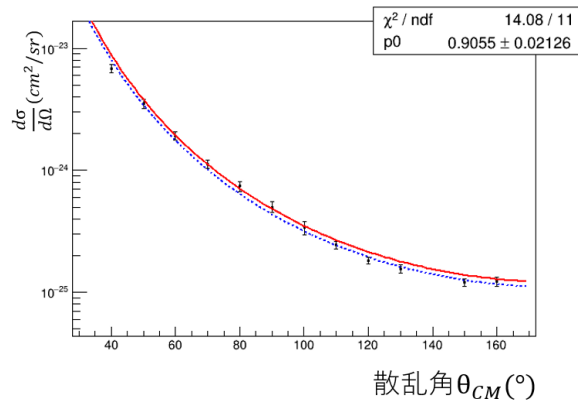


図6 銅の微分散乱断面積

4.2.4 金、アルミニウム、銅の微分散乱断面積

まずは核力の影響しないターゲットである金、アルミニウム、銅の3つの微分散乱断面積から考察していく。各データの微分散乱断面積の測定値は、図2で確定させた厚みを採用し、導出し直している。図4～図6にそれぞれの微分散乱断面積の測定値、文献値、fit線を書いている。パラメータ p_0 はほとんど1に近く、測定点はfit線によく乗っている。このことから前章では、文献値からの測定点の全体的なずれが目立っていたが、補正後はかなりの精度で文献値と一致している。今回の実験では、ビームストッパーが上手く二次電子の散乱を防いでいたため、本来バックグラウンドの多い大角度のデータも安定して得られた。

4.2.5 測定値の角度補正

式 (4.1) のように文献値の角度 θ はその導出過程から重心系が用いられている。一方我々が測定した時の測定角 θ は実験室系である。この2つの角度を以下ではそれぞれ、 θ_{CM} 、 θ_{lab} と呼ぶ。文献値と測定値の比較を行うためには、実験室系のデータを重心系に補正する必要がある。2つの角度の間には関係式が立てられ、

$$\theta_{CM} = \arctan \left(\frac{\sin \theta_{lab}}{\cos \theta_{lab} - \frac{1}{A}} \right) \quad (4.4)$$

ここで、 A は原子核の質量数である。質量数が十分に大きいと $\theta_{lab} \simeq \theta_{CM}$ が成り立つ。よって質量数の大きい金、アルミニウム、銅は補正の必要が無い。炭素のみこの式で最大 5° ほど角度が変化する。このことから、炭素の微分散乱断面積の評価のみ、この角度補正を行う。

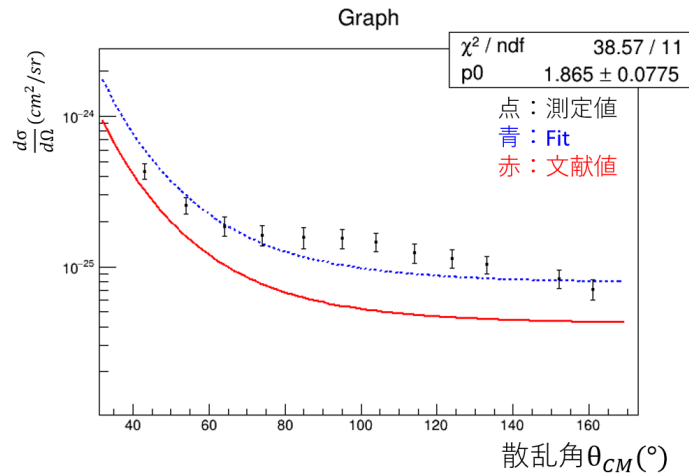


図 7 炭素の微分散乱断面積

4.2.6 炭素の微分散乱断面積

炭素の微分散乱断面積の導出にはポリエチレンをターゲットとして用いている。水素の微分散乱断面積は見積もることができなかったため今回は炭素の微分散乱断面積のみを導出し、評価した。また炭素の場合は、 $3MeV$ の陽子が原子核に達することがあるので、クーロン力だけではなく核力を考慮する必要がある。このとき文献値が

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} + \frac{R^2}{4} \quad (4.5)$$

に変化する。よって炭素の fit はこの式で行う。

図 7 に炭素の微分散乱断面積の角度補正後の測定値、文献値、fit 線を先ほど同様にプロットした。全体的に測定値が上にずれており、 $p0$ の値も 1.8 倍とかなり大きい。文献値に対して、測定点ランダムに上下しているのではなく、すべて上に出ていることから、式 (4.3) の内の何らかのパラメータが変化した可能性が高いと考えた。

4.2.7 原因の考察

第 2 章にも記述されているが、ポリエチレンは陽子ビームを照射し続けると、焦げる性質があることが分かっている。この焦げた部分の密度 $d(\frac{g}{cm^3})$ や厚さ $t(cm)$ が変化していた場合、微分散乱断面積の値が文献値とずれることになる。よって $d \times t$ の面積質量が焦げの部分でどの様に変化したかを調べ、求めた値をパラメータに用いて微分散乱断面積を導出し直すことにする。

面積質量の導出には、第 1 章で使われていた Bethe-Bloch の式と反射測定法から得られた炭素のエネルギースペクトルを用いる。図のように反射法では経路の違いによって、散乱された陽子の物質中でのエネルギー損失量が異なる。そのエネルギー損失の差がエネルギースペクトルに現れていると考えられる。90° のエネルギースペクトルにおいて、炭素のピークの幅は約 $260keV$ である。これを緑の経路で損失したエネルギーであると考え、

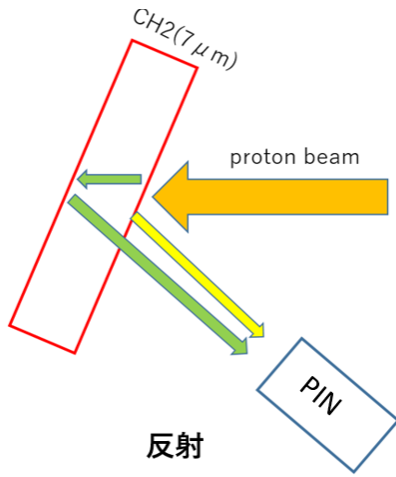


図 8 反射測定法

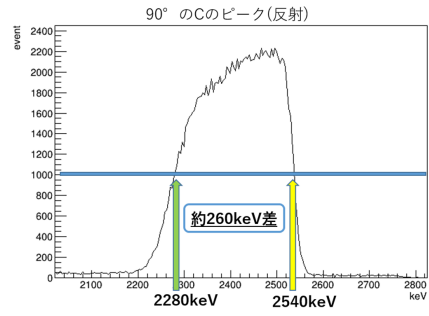


図 9 90° のエネルギースペクトル

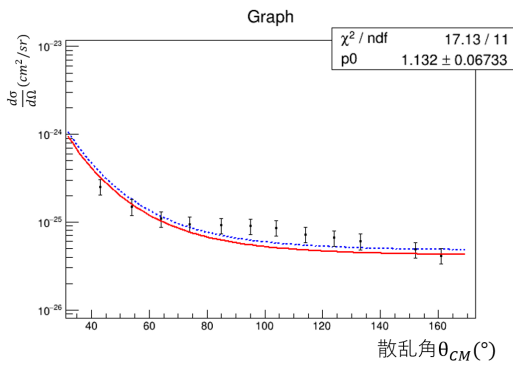


図 10 炭素の微分散乱断面積 (修正版)

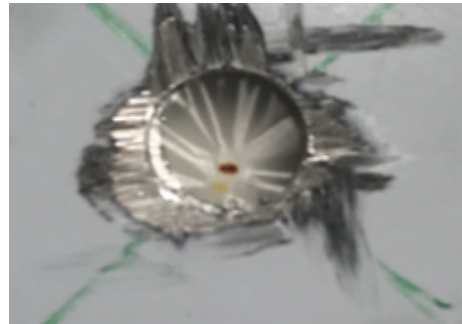


図 11 ビーム照射後のポリエチレン

Bethe-Bloch の式の式を用いて面積質量を求めた。

その結果以下の値が得られた。

$$d \times t = (9.8 \pm 1.9) \times 10^{-4} \text{ (g/cm}^2\text{)}$$

$d \times t$ をこの値に修正し、再度文献値との比較を試みたところ、図 10 のようになった。p0 を比較すると先ほどのプロットよりも文献値に近づいたことが分かる。

しかし、これは元の面積質量から約 2 倍程度ずれている。実際には密度と厚みにどのような変化が起きていたのかを調べたところ、炭化という可能性が生じた。ポリエチレンは無酸素状態で熱することで炭化するそうで、炭化した場合の密度は $d = 2 \text{ (g/cm}^3\text{)}$ でポリエチレンの 2 倍以上ある。図 11 はビーム照射後のポリエチレンで、中心の焦げに引っ張られたような跡が確認できる。熱された部分にポリエチレンが引き寄せられ、炭化しているとすると、面積質量が大きくなっていることの説明ができる。ビームを照射した部分が黒く焦げていることも考慮すると、照射部分にポリエチレンが凝縮して炭化した可能性は高いと考えられる。

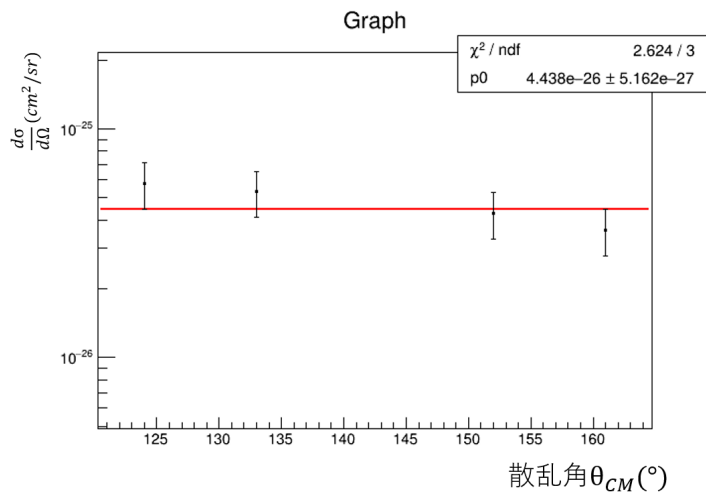


図 12 大角度での微分散乱断面積

4.2.8 原子核半径の推定

炭素の原子核半径の導出は、図 6 の修正版を用いる。図 11 は測定角 $120^\circ \sim 160^\circ$ の測定値からクーロン力による微分散乱断面積を引いてプロットしている。つまり、この 4 点の平均が炭素原子核の核力によるおおよその微分散乱断面積と言える。平均を取ったところ、以下のような値になった。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{nuclear}} = (4.4 \pm 0.5) \times 10^{-27} \text{ (cm}^2/\text{sr)}$$

また

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{nuclear}} = \frac{R^2}{4} \tag{4.6}$$

であるのでこの関係から炭素の原子核半径を導出する。ただし $R = R_p + R_C$ であり、陽子の半径を引くことで求める。よって炭素の原子核半径 (R_C) は

$$R_C = 3.2 \pm 0.2 \text{ (fm)}$$

と推定することができた。文献値 3 fm に近い値が測定できた。

4.3 まとめ

本実験では、ラザフォード散乱による陽子のエネルギースペクトルを解析し、ターゲット元素の種類の特定、一部元素の原子核半径の推定を行った。アルミニウムのエネルギースペクトルに、陽子ビームのエネルギー 3MeV よりも高いエネルギーピークを発見した。これを調べた結果、アルミニウム原子核と陽子が核反応し、 α 線を出していることが分かった。またホウ素の原子核半径の推測はできなかったが、炭素の原子核半径は文献値 (3fm) に近い値 ($3.2\pm 0.2\text{fm}$) を出すことができた。

参考文献

- [1] 工藤博、イオンビーム工学入門：論文を読むための基礎知識
- [2] 藤沢健、プラスチックの $300\text{ }^\circ\text{C}$ における炭化過程に関する研究

5 謝辞

本研究を行うにあたって、越智准教授には終始ご指導、ご助言を戴きました。ここに感謝の意を表します。また卒業発表スライド作成の際には粒子物理学研究室の方々にも多くのご意見を賜りましたこと、重ねてお礼申し上げます。