

平成28年度  
卒業論文

# ラザフォード散乱

石飛由介  
岡田健  
桑野将大  
杉本太郎  
吉田登志輝

神戸大学理学部物理学科

# 目次

<b>1</b>	<b>理論</b>	<b>(担当：桑野将大)</b>
1.1	実験の目的・内容	3
1.2	古典論でのラザフォードの散乱公式の導出	3
1.2.1	1 粒子の散乱	3
1.2.2	多粒子の散乱	5
1.3	量子論でのラザフォードの散乱公式の導出	7
1.3.1	異なる 2 粒子のクーロン散乱	7
1.3.2	同種 2 粒子のクーロン散乱	10
1.4	核力による散乱	12
1.5	ターゲットの検証	13
1.6	最近接距離と原子半径	14
1.7	微分散乱断面積の角度分布	15
<b>2</b>	<b>検出器と予備実験</b>	<b>(担当：石飛由介)</b>
2.1	概要	18
2.2	PIN フォトダイオードの原理と回路図	18
2.3	PIN フォト用の固定台の開発	20
2.4	真空容器の開発と予備実験	20
2.5	ターゲットホルダーの作成	22
<b>3</b>	<b>実験装置と測定中の運用</b>	<b>(担当：岡田健)</b>
3.1	ビームテスト	24
3.2	加速器	24
3.2.1	イオン源	24
3.2.2	低エネルギー輸送部	25
3.2.3	加速器本体	26
3.2.4	高エネルギー輸送部と M30 ビームライン	27
3.3	実験用真空チェンバー	27
3.4	実験のセットアップ	28
3.4.1	検出器の角度の設定	29
3.4.2	試運転と測定成功判定	29
3.4.3	ビームストッパー	31

4	結果と解析	(担当：杉本太郎)
4.1	概要	33
4.2	検出器のキャリブレーション	33
4.2.1	PIN フォトダイオードのキャリブレーション	33
4.2.2	PIN のキャリブレーション	35
4.3	散乱断面積を求める	35
4.3.1	count 数の計測	36
4.3.2	電流値の計測	37
4.3.3	計測時間について	38
4.4	断面積の角度分布	38
4.4.1	結果のグラフ	38
5	議論と考察	(担当：吉田登志輝)
5.1	目的	41
5.2	微分散乱断面積	41
5.2.1	微分散乱断面積の考察	41
5.2.2	金の微分散乱断面積	41
5.2.3	アルミニウムの微分散乱断面積	42
5.3	エネルギー	44
5.3.1	エネルギーの考察	44
5.3.2	準安定状態	44
5.3.3	金のエネルギー角度分布	45
5.3.4	アルミニウムのエネルギー	46
5.3.5	ポリエチレンのエネルギー	47
5.4	まとめ	48

# 1 理論

(担当：桑野将大)

## 1.1 実験の目的・内容

本実験では加速させた陽子の微分散乱断面積を測定し、ラザフォードの散乱公式などを用いて算出した理論値と比較することを目的として、タンデム加速器を用いて、3 MeV に加速させた陽子をポリエチレン、アルミ箔、金箔に入射して散乱陽子の角度分布を本章ではこのビーム実験の理論について述べる。

## 1.2 古典論でのラザフォードの散乱公式の導出

加速された陽子がターゲットに入射して散乱する主要な原因としてクーロン力による散乱（ラザフォード散乱）が考えられる。本節ではラザフォード散乱がどのように表されるかを古典的に考える。

### 1.2.1 1 粒子の散乱

標的核  $j$  に座標原点をとり、極座標を用いると、入射粒子が原子核から受けるクーロン力の運動方程式は

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{L^2}{mr^3} = f(r) \quad (L = mr^2 \frac{d\varphi}{dt} = \text{一定}) \quad (1.1)$$

と表される。この運動方程式 (1.1) に  $\frac{dr}{dt}$  をかけて  $t$  で積分すると、力学的エネルギー保存の式

$$\frac{1}{2} m \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + W(r) = E \quad (1.2)$$

を得ることができる。ここで  $W(r)$  は有効ポテンシャルといい、

$$W(r) = V(r) + \frac{L^2}{2mr^2}, \quad V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

と書け、第1項はクーロンポテンシャル、第2項は遠心力ポテンシャルを示す。 $W(r)$  は正なので、エネルギーも正となる。

ここで、衝突径数について考える。衝突径数とはクーロン力がないときに入射粒子が最も標的核に近づく距離のことで、図 1.1 中の  $b$  で表される。クーロン力を無視できる入射粒子のエネルギーは  $E = \frac{1}{2}mv^2$  であり、運動量を  $p = mv$  とすると角運動量は  $L = mvb$  と表される。 $v$  を消去して衝突係数  $b$  は

$$b = \frac{L}{\sqrt{2mE}}$$



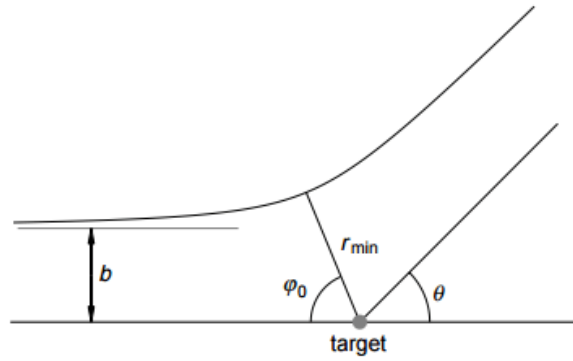


図 1.1  $b$ ...衝突径数  $\phi_0$ ...入射角  $\theta$ ...散乱角 [1]

とエネルギー  $E$  と角運動量  $L$  で表すことができる。

運動が許されるのは  $(\frac{dr}{dt})^2 \geq 0$  より  $E - W(r) \geq 0$  である。よって  $W(r_{\min}) = E$  より最近接距離  $r_{\min}$  を求めることができる。つまり、

$$r^2 - \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E} r - \frac{L^2}{2mE} = 0$$

を解くと、

$$b_0 = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 E}$$

と定義して、以下のようなになる。

$$r_{\min} = b_0 + \sqrt{b_0^2 + b^2} \quad (1.3)$$

散乱角はエネルギーと衝突径数によって一意に決まる。ゆえに、

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{d\varphi}{dt} \frac{dt}{dr}$$

を  $r$  で積分すれば散乱角を求められる。これを、 $L = mr^2 \frac{d\varphi}{dt}$  と (1.2) を用いて書き直すと、

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{L}{mr^2} \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - W(r))}} = \pm \frac{L}{\sqrt{2m}} \frac{1}{r^2(E - W(r))} \quad (1.4)$$

となり、 $\pm$  は  $\frac{dr}{dt}$  の符号に対応する。

はじめ入射粒子は偏角  $\varphi = 0$  で散乱後には  $\varphi = 2\varphi_0$  になるので、 $2\varphi_0$  は式 (1.4) を  $r$  について  $+\infty \rightarrow r_{\min} \rightarrow +\infty$  と、 $\frac{dr}{dt}$  の符号に注意して積分すればよいので、式 (1.3) の  $r_{\min}$  を用いて、

$$\begin{aligned}
2\varphi_0 &= \int_{\infty}^{r_{\min}} -\frac{L}{\sqrt{2m}} \frac{dr}{r^2 \sqrt{E - W(r)}} + \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{L}{\sqrt{2m}} \frac{dr}{r^2 \sqrt{E - W(r)}} \\
&= \frac{2L}{\sqrt{2m}} \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{E - W(r)}} \\
&= \pi - 2 \tan^{-1} \frac{b_0}{b}
\end{aligned} \tag{1.5}$$

となる。

散乱角  $\theta$  は図 1.1 から  $\theta = \pi - 2\varphi_0$  と表されるので、式 (1.5) より

$$\theta = 2 \tan^{-1} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 E b}$$

と表される。これは変形して

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 E} \frac{1}{\tan(\frac{\theta}{2})} \tag{1.6}$$

となるので、エネルギー  $E$  と散乱角  $\theta$  から衝突径数  $b$  が得られることがわかる。

### 1.2.2 多粒子の散乱

これまででは1つの粒子を考えてきたが、次からは一様な数密度の粒子を入射させた場合を考える。

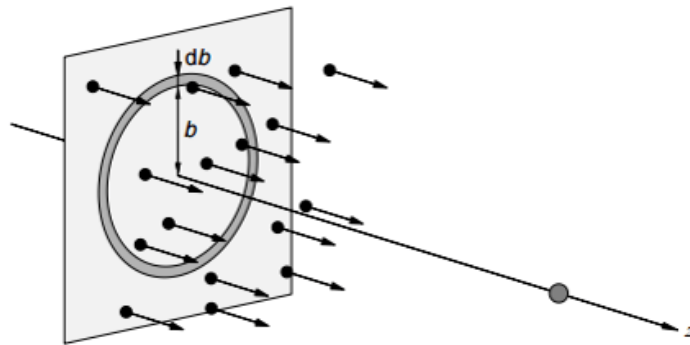


図 1.2 一様密度で同じ速度の入射粒子の様子 [1]

単位面積を単位時間当たりには通過する入射粒子数を  $N$  とする。このとき図 (1.2) の円環を単位時間当たりには通過する粒子数は  $dN$  は

$$dN = 2\pi b \frac{db}{d\theta} d\theta N \tag{1.7}$$

となる。

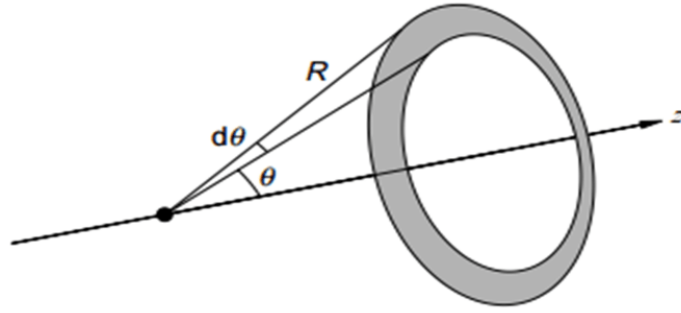


図 1.3 半径が  $R$  の球面の散乱角が  $\theta$  と  $\theta + d\theta$  の間の立体角 [1]

ここで立体角を導入する。粒子の衝突点を原点とする半径が  $R$  の球面を考える。散乱角が  $\theta$  と  $\theta + d\theta$  の間の立体角  $d\Omega$  は

$$d\Omega = \frac{2\pi \sin \theta R \times R d\theta}{R^2} = 2\pi \sin \theta d\theta \quad (1.8)$$

と表される。よって式 (1.7) と式 (1.8) を用いると

$$dN = \frac{b}{\sin \theta} \frac{db}{d\theta} d\Omega N$$

とかけ、 $N$  に対する  $dN$  の比を  $d\sigma$  とすると、

$$d\sigma = \frac{dN}{N} = \frac{b}{\sin \theta} \frac{db}{d\theta} d\Omega$$

となる。ここで  $\sigma$  は面積の次元を持ち、断面積と呼ばれる。また、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (1.9)$$

を微分散乱断面積という。

式 (1.6) と式 (1.9) から微分散乱断面積を求めると、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (1.10)$$

となり、この式 (1.10) をラザフォードの散乱公式という。

今回の実験では陽子を入射させるので、散乱公式は以下の式 (1.11) ようにかける。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Ze^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (1.11)$$

$\frac{d\sigma}{d\Omega}$  は微分散乱断面積、 $Z$  はターゲットの原子番号、 $E$  は入射粒子のエネルギー、 $\theta$  は散乱角である。

この式 (1.11) から散乱断面積はターゲットの原子番号と散乱角によって変化することがわかる。

### 1.3 量子論でのラザフォードの散乱公式の導出

次に、クーロン力による散乱がどのように表されるかを量子論で考えていく。古典論においては入射粒子と標的核が何かを考えていなかったが、量子力学においては入射粒子と標的核が同じか異なるかで散乱の式が異なってくる。

量子力学においても重心系で考える。そして、中心力が働いている場に対する入射粒子の相対運動を考え、入射粒子を平面波、散乱粒子を球状波で表し、図 1.4 のように座標を取る。

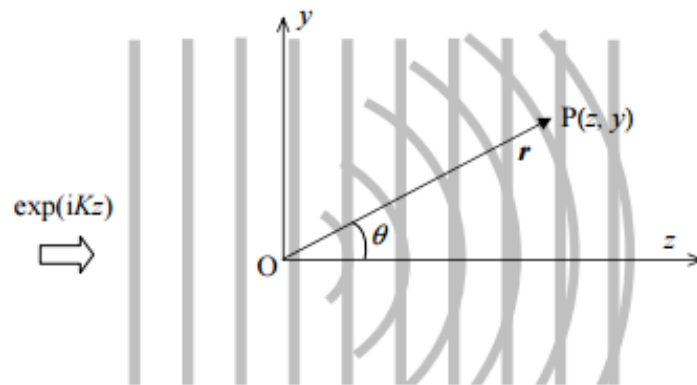


図 1.4 入射方向  $z$  入射方向に鉛直方向  $y$  散乱角  $\theta$  [2]

散乱は  $z$  軸に関して軸対称であるから、散乱波は方位角  $\psi$  に依存しない。入射波の波数ベクトル  $K$  は換算質量を用いて  $K = Mv/\hbar$  と書けるので、 $z$  方向への入射波は  $\exp(iKz)$  となる。散乱波は遠方では  $f(\theta) \exp(iKr)/r$  の形の球状波になる。ここで、 $f(\theta)$  は球状波の確率振幅の  $\theta$  依存性を表す項である。

#### 1.3.1 異なる 2 粒子のクーロン散乱

クーロン相互作用している 2 粒子系のシュレディンガー方程式は

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\right)\Psi = E\Psi \quad (1.12)$$

のように書ける。ここで  $E = \hbar^2 K^2 / 2M$  は重心系における運動エネルギーである。また、 $\Psi$  は  $r$  と  $\theta$  の関数であり、 $z$  軸に対して対称であるため、 $\psi$  には依存しない。

極座標から放物線座標への変換式

$$\xi = r - z = r(1 - \cos\theta),$$

$$\eta = r + z = r(1 + \cos\theta),$$

$$\psi = \psi$$

で式 (1.12) を変換すると、

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{4}{\xi + \eta} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \eta \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2\pi\epsilon_0(\xi + \eta)} \Psi = E\Psi \quad (1.13)$$

となる。

ここで  $\Psi$  を

$$\Psi = \exp(iKz)\chi(r, \theta) = \exp[-iK(/xi - \eta)/2]\chi(\xi, \eta) \quad (1.14)$$

とする。ここで、 $\Psi$  は遠方では外向きの球状波に漸近するべきなので、式 (1.14) より、 $\chi$  は遠方で  $\exp[iK(r - z)] = \exp(iK\xi)$  という項に比例するはずである。ところで、式 (1.13) より  $\Psi$  は  $\xi, \eta$  を交換しても不変なので、 $\chi$  が変数  $\eta$  を含むとすれば  $\chi$  は遠方では  $\exp(iK\eta) = \exp[iK(r + z)]$  という項に比例することになる。しかし、これは逆向きの入射波に相当するものであり、不適切である。よって、 $\chi$  は  $\eta$  を含まない。

式 (1.14) を式 (1.13) に代入し、 $\chi$  が  $xi$  のみの関数であることを考慮して、

$$\xi \frac{d^2 \chi}{d\xi^2} + (1 - iK\xi) \frac{d\chi}{d\xi} - \frac{\kappa K}{2} \chi = 0 \quad (1.15)$$

を得る。ここで

$$\kappa = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2\pi\epsilon_0 \hbar v}$$

であり、Bohr のクーロン散乱パラメータと呼ばれる無次元数である。

この解を求めるために合流型超幾何関数を考える。一般に  $A, B$  を定数として

$$X \frac{d^2 F}{dX^2} + (B - X) \frac{dF}{dX} - AF = 0 \quad (1.16)$$

の解  $F$  を合流型超幾何関数と呼ぶ。 $X = 0$  で正則なものの解は

$$\begin{aligned} F(A, B, X) &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(A+j)\Gamma(B)X^j}{\Gamma(A)\Gamma(B+j)\Gamma(1+j)} \\ &= 1 + \frac{A}{B!} X + \frac{A(A+1)}{B(B+1)2!} X^2 + \frac{A(A+1)(A+2)}{B(B+1)(B+2)3!} X^3 + \dots \end{aligned}$$

と表される。 $\Gamma$  は  $Re(z) > 0$  の時

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt$$

で定義される  $\Gamma$  関数である。

式 (1.15) を

$$iK\xi \frac{d^2 \chi}{d(iK\xi)^2} + (1 - iK/xi) \frac{d\chi}{d(iK\xi)} - \frac{-i\kappa}{2} \chi = 0$$

と変形し、(1.16)と比較すると、解  $\chi$  は

$$\chi = F\left(\frac{-i\kappa}{2}, 1, iK\xi\right)$$

となる。規格化した (1.12) の解は

$$\begin{aligned}\Psi &= \exp\left(-\frac{\pi\kappa}{4} + iKz\right)\Gamma\left(1 + \frac{i\kappa}{2}\right)F\left(\frac{-i\kappa}{2}, 1, iK\xi\right) \\ &= \exp\left(-\frac{\pi\kappa}{4} + iKr \cos\theta\right)\Gamma\left(1 + \frac{i\kappa}{2}\right)F\left(\frac{-i\kappa}{2}, 1, 2iKr \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)\end{aligned}$$

と表される。

$$\begin{aligned}\Psi &= \left(1 - \frac{i\kappa^2}{8Kr \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp\left(i\left[Kr \cos\theta + \frac{\kappa}{2} \ln(2Kr \sin^2 \frac{\theta}{2})\right]\right)\right) \\ &\quad + \frac{\kappa}{4Kr \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp\left(i\left[Kr - \frac{\kappa}{2} + \ln(2Kr \sin^2 \frac{\theta}{2}) + \pi + 2\eta_0\right]\right)\end{aligned}\quad (1.17)$$

となる。ただし、 $\exp(2i\eta_0) = \Gamma(1 + i\kappa/2)/\Gamma(1 - i\kappa/2)$  である。

式 (1.17) の第 1 項は透過波、第 2 項は散乱波とみなせる。 $Kr \rightarrow \infty$  とすると、 $\Psi = \exp(iKr \cos\theta) = \exp(iKz)$ 、つまり第 1 項の入射波のみとなって、散乱波は無視されてしまうことに注意。遠方では、 $Kr \gg \ln Kr$  なので式 (1.17) の漸近形は

$$\Psi \sim \exp(iKz) + f(\theta) \frac{\exp(iKr)}{r}\quad (1.18)$$

のようになる。このとき、 $\kappa$  と  $K$  を戻して係数比較すれば、

$$f(\theta) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 Mv^2} \exp\left(i\left[-\frac{\kappa}{2} \ln(2Kr \sin^2 \frac{\theta}{2}) + \pi + 2\eta_0\right]\right) \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}}\quad (1.19)$$

となり、この式 (1.19) はクーロン散乱の散乱振幅と呼ばれる。

微分散乱断面積は散乱振幅の絶対値の 2 乗で表されるので、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 Mv^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}\quad (1.20)$$

となる。ここで

$$E = \frac{1}{2} Mv^2$$

とすれば、古典論における微分散乱断面積の式 (1.10) と式 (1.20) が一致することがわかる。

### 1.3.2 同種2粒子のクーロン散乱

同種粒子の場合、2粒子が異なる場合と比べて、

1... 検出器は粒子1と粒子2を区別できないため、断面積  $\sigma$  を定義しなおす必要がある。

2... 波動関数を定義しなおす必要がある。

の2点を修正する必要がある。

1つ目については量子力学固有のものではない。粒子1の散乱断面積を  $\sigma^{(1)}$ 、粒子2の散乱断面積を  $\sigma^{(2)}$  とすると、検出器における散乱断面積はそれらの和でかけるため、

$$\sigma = \sigma^{(1)} + \sigma^{(2)}$$

と定義できる。

ここで  $\sigma^{(1)}$  は散乱振幅  $f(\theta)$  を使って、

$$\sigma^{(1)} = |f(\theta)|^2$$

と表されるとすると、粒子2のほうは重心系で考えているため、

$$\sigma^{(2)} = |f(\pi - \theta)|^2$$

と表される。

2つ目については量子力学固有のものである。以下の議論で「対称化する」とは、ボゾンなら完全対称に、フェルミオンなら反対称にすることである。修正前の波動関数の漸近形は式(1.18)の形で与えられたが、第1項を  $\Psi_i$ 、第2項を  $\Psi_d$  とすると、対称化した波動関数  $\Psi'$  は

$$\Psi' = \Psi_i \pm \Psi'_i + \Psi_d \pm \Psi'_d$$

と表せる。±は+がボゾン、-がフェルミオンである。ただし、

$$\Psi'_i(\theta) \sim \Psi_i(\pi - \theta)$$

$$\Psi'_d(\theta) \sim \Psi_d(\pi - \theta)$$

である。よって、 $\Psi'$  は以下のように表すことができる。

$$\Psi' \sim \exp(iKz) \pm \exp(-iKz) + f'(\theta) \frac{\exp(iKr)}{r} \quad (1.21)$$

ただし、

$$f'(\theta) = f(\theta) + f(\pi - \theta)$$

であり、対称化振幅と呼ばれる。これで2つの修正ができたことになる。よって微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f'(\theta)|^2 = |f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2$$

となる。

しかし、今回考えるアルファ粒子はスピン  $\frac{1}{2}$  をもつのでそのことも考慮しなくてははいけない。そのため、まず一般的にスピンの同種 2 粒子の散乱を考える。2 粒子の合成スピンの状態の波は全部で  $(2s+1)^2$  個あり、1 重項状態が 1 個、3 重項状態が 3 個、 $\dots$ 、 $(4s+1)$  重項状態が  $(4s+1)$  個となっている。 $(4t+1)$  重項状態に対応する散乱振幅を  $f_{4t+1}(\theta)$  で表す ( $t = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots, s$ )。  $t$  が整数の時  $(4t+1)$  重項に対応する微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{4t+1}} = |f_{4t+1}(\theta) + f_{4t+1}(\pi - \theta)|^2$$

であり、 $t$  が半整数の時  $(4t+1)$  重項に対応する微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{4t+1}} = |f_{4t+1}(\theta) - f_{4t+1}(\pi - \theta)|^2$$

と表される。

偏りのない粒子同士の衝突において、入射粒子と標的粒子のスピンの方向は偶然に決められるので、微分散乱断面積の計算は状態の重みをつけて考える。だから、

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{(2s+1)^2} [|f_1(\theta) + f_1(\pi - \theta)|^2 + 3|f_3(\theta) - f_3(\pi - \theta)|^2 \\ &\quad + \dots + (4s+1)|f_{4s+1}(\theta) + (-1)^{2s}f_{4s+1}(\pi - \theta)|^2] \end{aligned} \quad (1.22)$$

今、クーロン散乱のみを考えているため、散乱振幅にスピンは無関係で、

$$f_{4t+1}(\theta) = f(\theta) \quad (t = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots, s) \quad (1.23)$$

とできる。よって、式 (1.22) と式 (1.23) より、

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{(2s+1)^2} [|f_1(\theta) + f_1(\pi - \theta)|^2 + 3|f_3(\theta) - f_3(\pi - \theta)|^2 \\ &\quad + \dots + (4s+1)|f_{4s+1}(\theta) + (-1)^{2s}f_{4s+1}(\pi - \theta)|^2] \\ &= |f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2 \\ &\quad + \frac{1}{(2s+1)^2} [1 - 3 + 5 - \dots + (-1)^{2s}(4s+1)][f(\theta)f^*(\pi - \theta) + f^*(\theta)f(\pi - \theta)] \\ &= |f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2 \\ &\quad + \frac{1}{(2s+1)^2} 2(-1)^{2s}(2s+1)[f(\theta)f^*(\pi - \theta) + f^*(\theta)f(\pi - \theta)] \\ &= |f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2 \\ &\quad + (-1)^{2s} \frac{2}{2s+1} [f(\theta)f^*(\pi - \theta) + f^*(\theta)f(\pi - \theta)] \end{aligned} \quad (1.24)$$



これに  $f(\theta)$  の値の式 (1.19) を代入すると、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \left[ \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} + \frac{1}{\cos^4 \frac{\theta}{2}} + (-1)^{2s} \frac{2}{2s+1} \frac{\cos\left[\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \ln\left(\tan^2 \frac{\theta}{2}\right)\right]}{\sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}} \right] \quad (1.25)$$

となる。

今回は陽子同士の散乱なので、スピン  $s = \frac{1}{2}$  を (1.25) に代入すると、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \left[ \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} + \frac{1}{\cos^4 \frac{\theta}{2}} + -\frac{\cos\left[\frac{e^2}{\hbar v} \ln\left(\tan^2 \frac{\theta}{2}\right)\right]}{\sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}} \right]$$

となる。

## 1.4 核力による散乱

加速された陽子をターゲットに入射させた時に散乱する原因として核力による散乱も考えられる。陽子が原子核に近づく際の核力ポテンシャルの概形は縦軸をエネルギー  $E$ 、横軸を距離  $r$  として、図 1.5 のようになることが分かる。

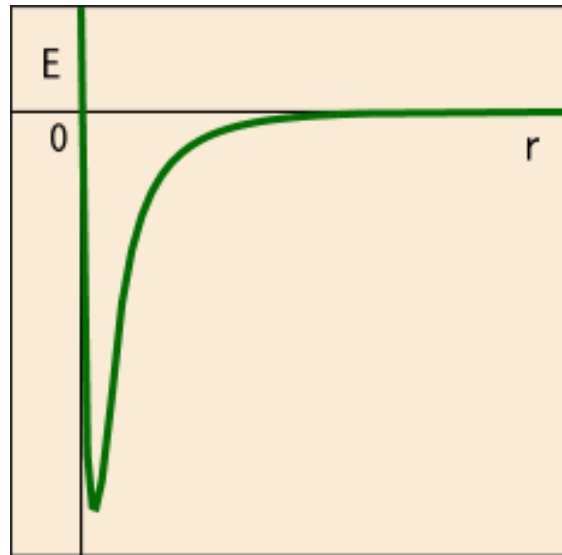


図 1.5 核力ポテンシャルの概形 [6]

核力ポテンシャルは井戸型ポテンシャルであると近似できるので、原子核から出て行く粒子は角度によらないことが分かる。これを剛体球による散乱と近似し、剛体球による散乱断面積を考えた。(図 1.6)

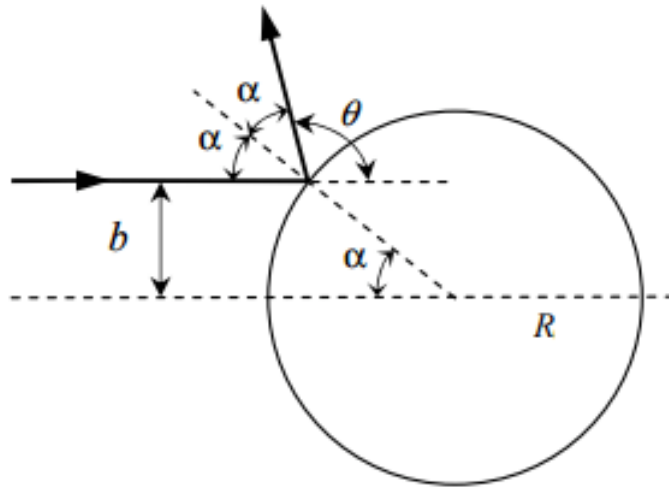


図 1.6 剛体球散乱の様子 [2]

図 1.6 において、

$$\alpha = \frac{\pi - \theta}{2}$$

$$b = R \sin \alpha$$

なので  $b$  と  $\alpha$  の関係は

$$b = R \cos \frac{\theta}{2}$$

となる。したがって、

$$2\pi b db = -\frac{\pi R^2}{2} \sin \theta d\theta = -\frac{R^2}{4} d\Omega$$

であり、これと (1.9) より微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}$$

となる。つまり、散乱角によらず全方向に均一に散乱することが分かる。

以上のことから核力による散乱は剛体球による散乱の場合と近似することができる。よって核力による散乱の散乱断面積は以下のように表される。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}$$

## 1.5 ターゲットの検証

ラザフォードの散乱公式によると、散乱断面積はターゲットの原子番号によって変化することがわかった。そのため、今回の実験では図 1.7 のポリエチレン ( $[-CH_2-]$ )、図 1.8 のアルミニウム (Al)、図 1.9 の金 (Au) の 3 種類のターゲットを用意した。

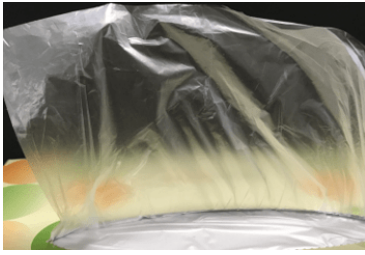


図 1.7 ポリエチレン (7  $\mu\text{m}$ )



図 1.8 アルミニウム (0.8  $\mu\text{m}$ )



図 1.9 金 (0.1  $\mu\text{m}$ )

ターゲットの厚さを求めるために Bethe-Bloch の式 [3]

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = 0.3071 \times \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left( \ln \left[ \frac{1.022 \times \beta^2}{I(1 - \beta^2)} \right] - \beta^2 \right) \quad (\text{MeVcm}^2/\text{g})$$

を利用する。この式において、 $\rho$  はターゲットの密度 ( $\text{g/cm}^3$ )、 $Z$  はターゲットの原子番号、 $A$  はターゲットの質量数、 $I$  は平均イオン化ポテンシャル  $\approx 16 \times Z^{0.9} \times 10^{-6} (\text{MeV})$  である。3 MeV の陽子は  $\beta = 0.08$  であり、ビームのエネルギー損失が 5 % 未満となるのはポリエチレン、アルミニウム、金のそれぞれの厚さが 17.6  $\mu\text{m}$ 、6.5  $\mu\text{m}$ 、1.9  $\mu\text{m}$  よりも薄ければよい。今実験ではそれぞれ市販の 7  $\mu\text{m}$ 、0.8  $\mu\text{m}$ 、0.1  $\mu\text{m}$  のものを用意した。

## 1.6 最近接距離と原子半径

3 MeV にまで加速された陽子が炭素、アルミニウム、金の原子核の中心までどのくらい近づけるかを考える。

上の最近接距離を求める式で、 $b = 0$  として、

$$r_{\min} = 2b_0 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E}$$

にそれぞれターゲットの原子番号  $Z$ 、陽子のエネルギー  $E = 3 \text{ MeV} = 4.8 \times 10^{-13} \text{ J}$  を代入するとそれぞれ、2.9 fm、6.2 fm、38 fm となる。

次にそれぞれの原子核半径を求める。原子核の半径は質量数の  $\frac{1}{3}$  乗に比例することが分かっており、以下の式で表される。

$$R = 1.3 \times A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}$$

よって、炭素、アルミニウム、金の原子核の半径はそれぞれ 3.0 fm、3.9 fm、7.6 fm となる。

表 1.1 に各ターゲットごとに計算された最近接距離と原子核半径を示す。

表 1.1 最近接距離と原子半径のまとめ

	C	Al	Au
最近接距離 (fm)	2.9	6.2	38
原子核半径 (fm)	3.0	3.9	7.6

このことから、最近接距離と原子核半径の近い炭素の場合はクーロン力による散乱だけでなく、核力による散乱のことも考慮しなくてはならないことが分かる。

## 1.7 微分散乱断面積の角度分布

以上の議論を基に散乱角を重心系で定義した微分散乱断面積の角度分布を図 1.10、図 ref 角度分布に示す。核力を考慮しないで描いたものが図 1.10、核力を考慮したものが図 1.11 である。

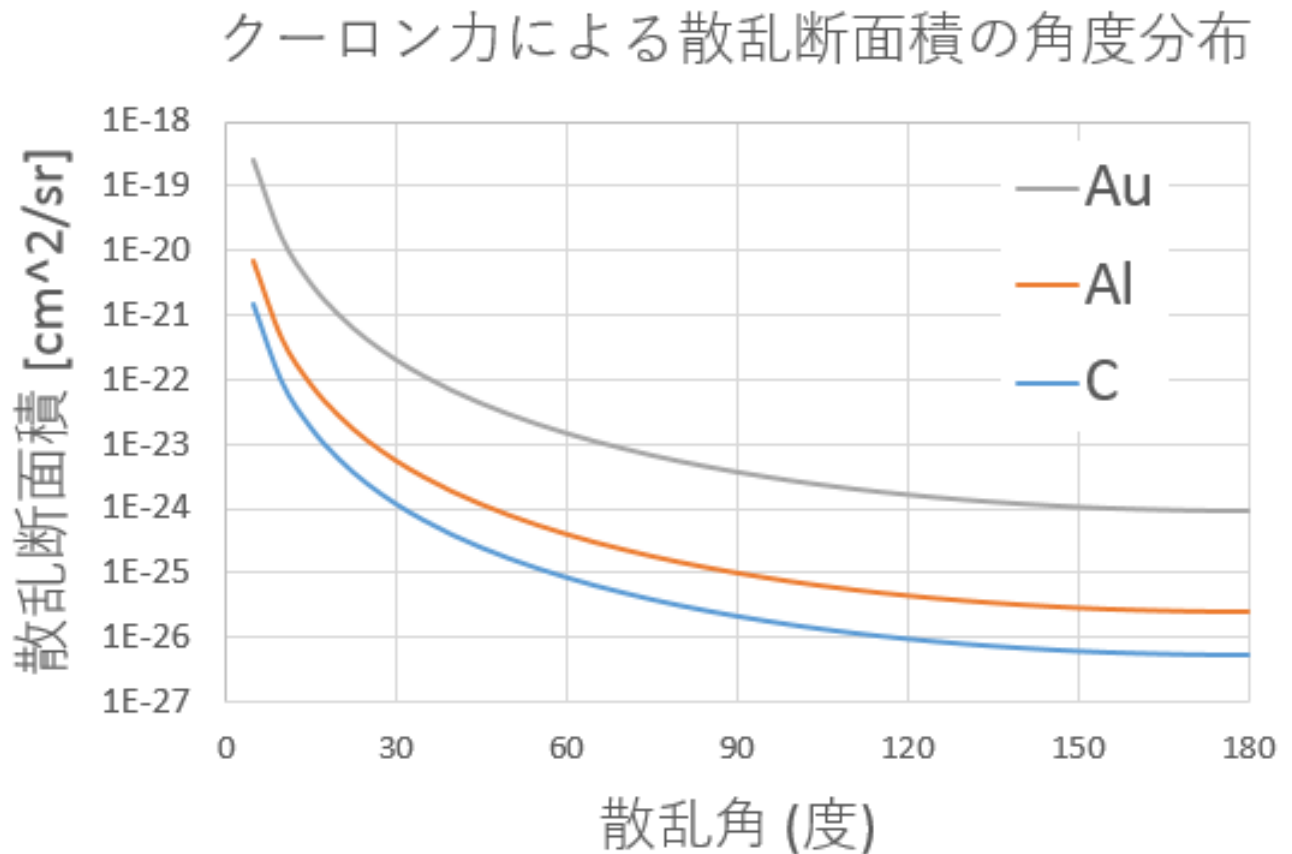


図 1.10 クーロン力だけによる角度分布

## 散乱断面積の角度分布

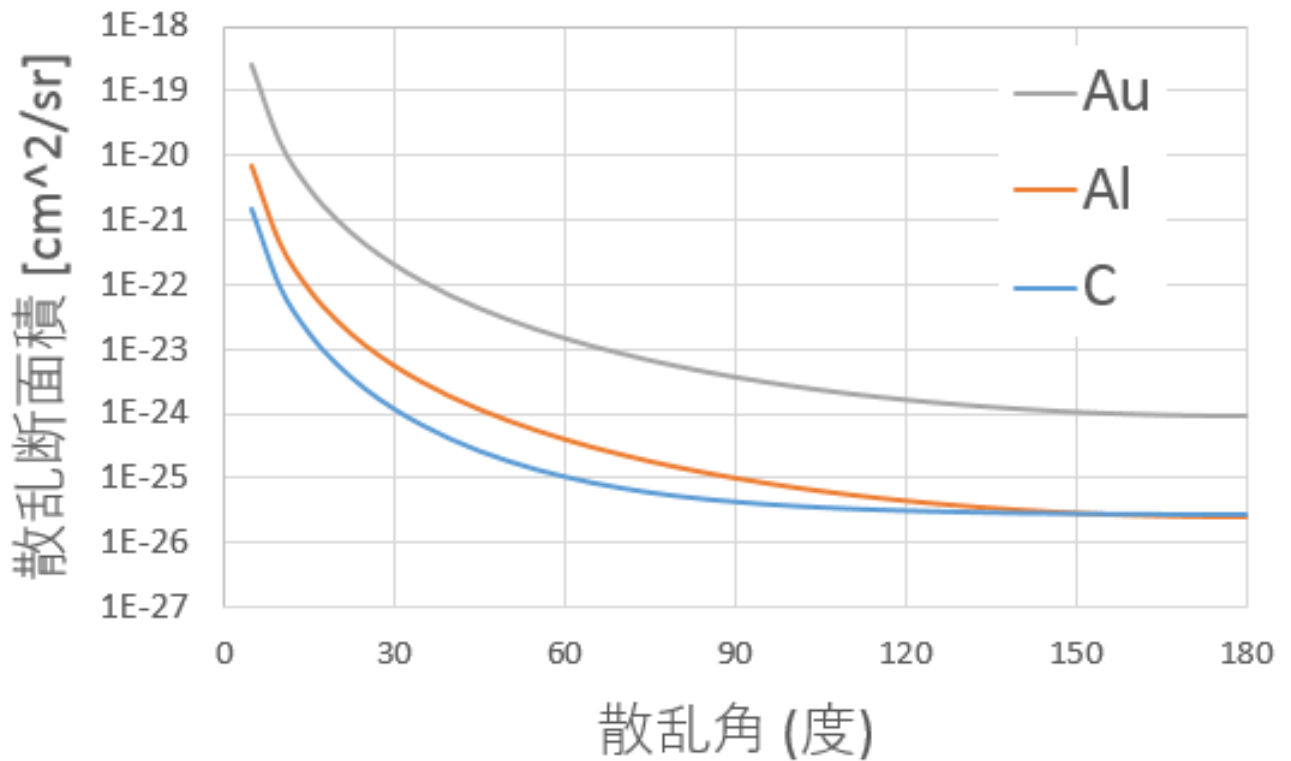


図 1.11 クーロン力に核力を足した場合の角度分布

図 1.10、図 ref 角度分布をみてわかるように、標的核の原子番号が大きいものほど散乱断面積が大きくなり、散乱角  $\theta$  が大きくなるにつれ散乱断面積は小さくなっていくことがわかる。

また、炭素の核力による影響を図 1.12 に示す。

## 炭素のクーロン力と核力による違い

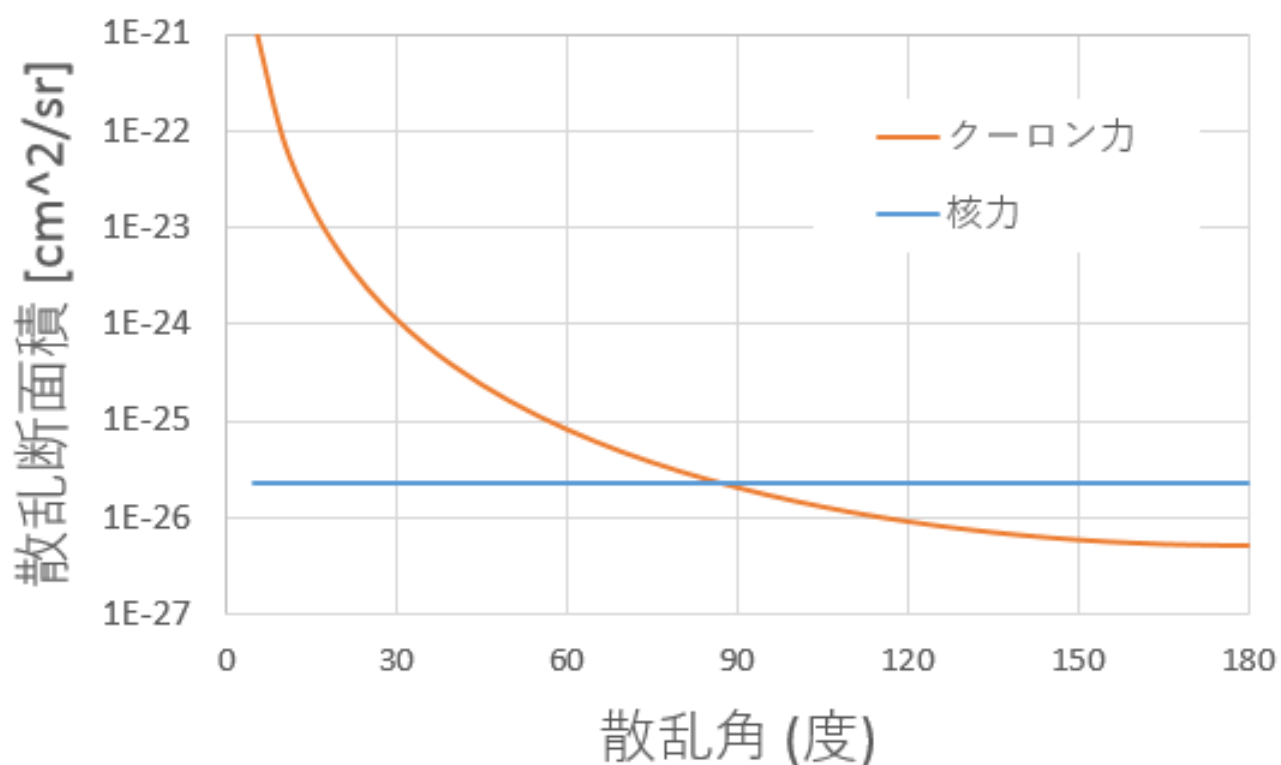


図 1.12 炭素の角度分布

この図 1.12 から、炭素の原子核半径 3.0 fm に対しては、散乱角が小さいときはクーロン力による影響が支配的であるが、散乱角が約 87 度付近から核力による影響がクーロン力の影響に対して大きくなり、それ以降は核力による影響が支配的であることがわかる。

## 2 検出器と予備実験

(担当：石飛由介)

この章では今回の実験で用いた検出器と予備実験について述べる。

### 2.1 概要

今回の実験で用いた検出器は PIN フォトダイオードである。その検出器が真空中で正常に動作する必要があるためそれを確かめるための予備実験も行った。今回用いた検出器はクリアパルス製の 579/CsI 型 CsI(Tl) 検出器内蔵前置増幅器を取り付けた Si PIN フォトダイオードである。

### 2.2 PIN フォトダイオードの原理と回路図

フォトダイオードは光検出器として働く半導体のダイオードであり、今回使用した PIN 型は PN 接合の間に I 型半導体を組み込んだ構造になっている。PN 型と比べて高速で高感度である。PIN 型の簡単な検出原理を図 2.1 に、回路図を図 2.2 に示す。

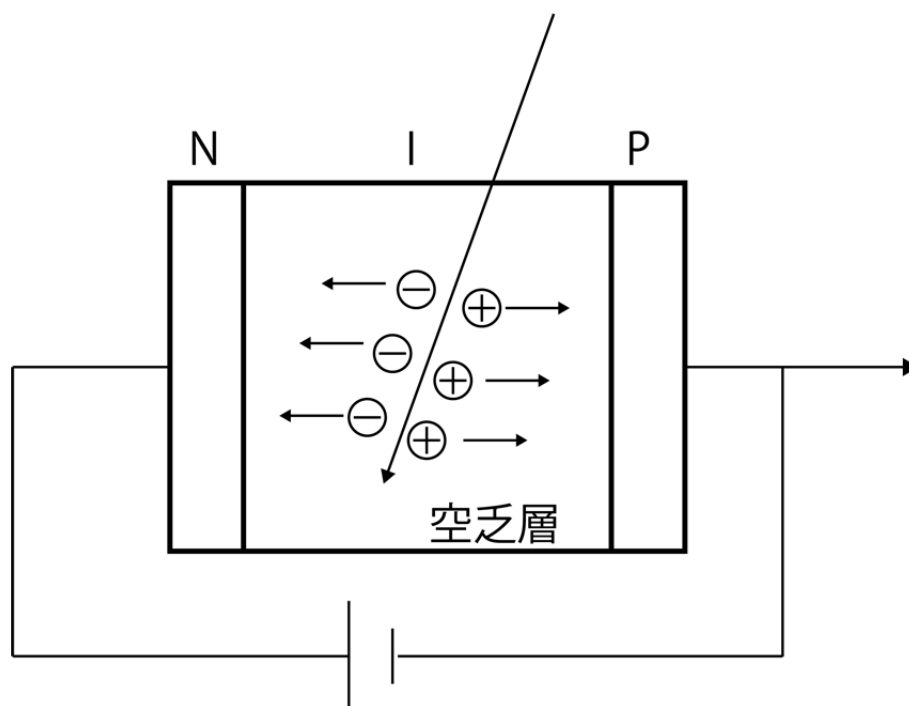


図 2.1 PIN フォトダイオードの原理図

フォトダイオードは逆バイアス電圧をかけると正孔が P 側へ、電子が N 側へ移動して電

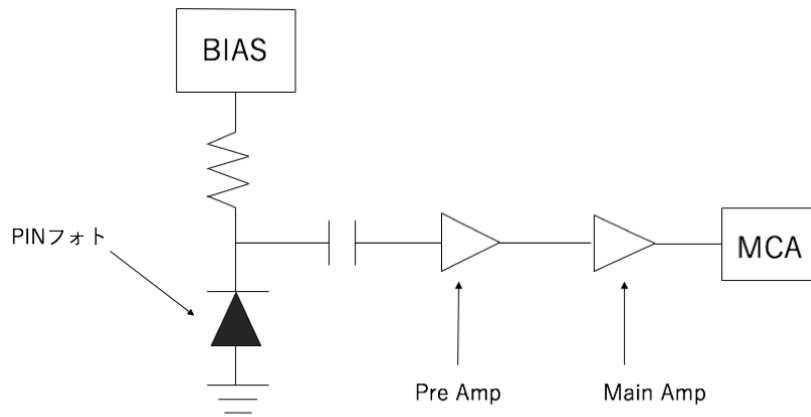


図 2.2 PIN フォトダイオードの回路図

流がほとんど流れなくなる。そこにバンドギャップエネルギーを超えるエネルギーを持つ粒子が入ってくると価電子帯の電子が伝導帯に移り、価電子帯に正孔を残す。粒子が検出器内に入ってきた際に生成される電子-正孔対が逆バイアスによって引き離されて電流が流れる。その電荷量を測定することで入射粒子のエネルギーを推定できる。今回の実験で用いた Si のバンドギャップエネルギーは常温で 1.12eV で電子-正孔対を 1 組作るのに必要なエネルギーは 300K で 3.62eV である。荷電粒子は物質に入射すると原子を電離させたり励起させてエネルギーを失っていく。単位厚さあたりに失うエネルギーを表した式を Bethe-Bloch の式と呼ばれる。

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \cdot \frac{Z}{A} \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \left\{ \log \left( \frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 \right\} [MeV/cm]$$

ここで

$m_e$ :電子質量

$N_a$ :アボガドロ数

$r_e$ :電子半径

$Z$ :吸収体の原子番号

$A$ :吸収体の原子量

$\rho$ :吸収体の密度 ( $g/cm^3$ )

$z$ :入射粒子の素電荷比での電荷

$\beta$ :入射粒子の  $v/c$

$\gamma$ :入射粒子の  $1/\sqrt{1-\beta^2}$

$W_{max}$ :入射粒子が電子に正面衝突した時に電子が受け取るエネルギー

入射粒子の質量を  $M$  として  $m_e \ll M$  の場合は  $W_{max} \sim 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$  で近似される。



$I$ :平均励起ポテンシャル

$$\frac{I}{Z} = \begin{cases} 12 + 7/Z[\text{eV}] & (Z < 13) \\ 9.76 + 58.8Z^{-1.19}[\text{eV}] & (Z \geq 13) \end{cases}$$

## 2.3 PIN フォト用の固定台の開発

タンデム加速器の視察に行き、ラザフォード散乱用のチェンバーがあったので測量を行った。また、その測量に基づいてPIN フォトダイオードを本実験でも使えるようにするための固定台を開発した。開発した固定台の写真を図(2.3)に、図面を図2.4に示す。

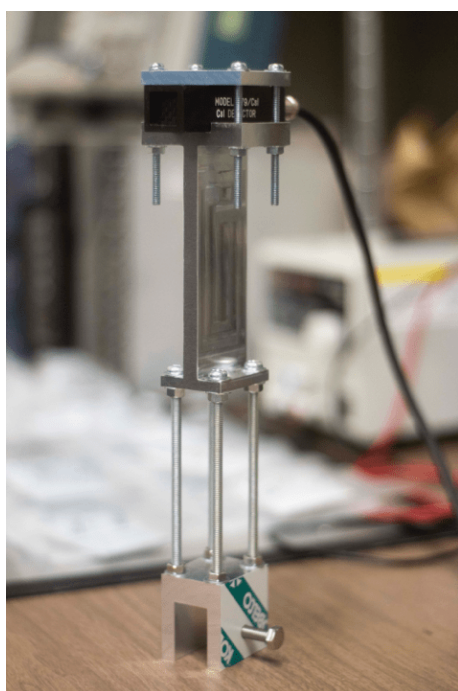


図 2.3 開発した固定台

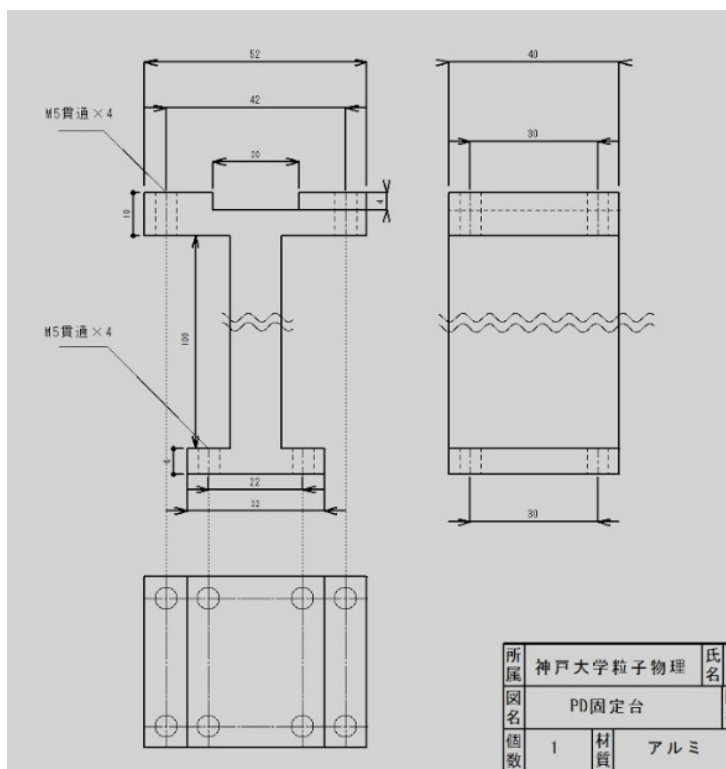


図 2.4 固定台の図面

## 2.4 真空容器の開発と予備実験

PIN フォトダイオードが真空中で正常に動作するか確かめるために真空容器の開発を行い、それを用いて予備実験を行った。真空容器の図面を図2.5に、真空容器に線源と検出器をセットした写真を図2.6に示す。

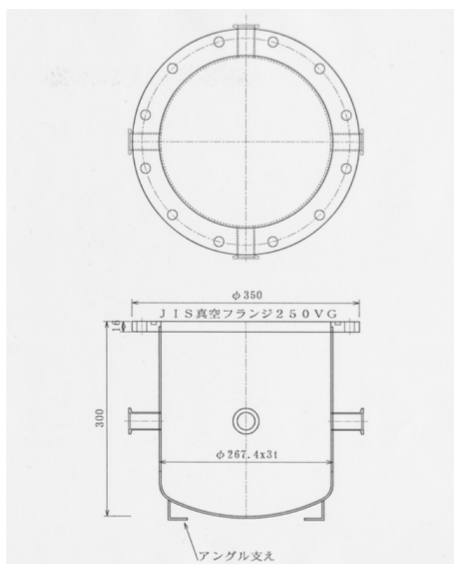


図 2.5 開発した真空容器の図面

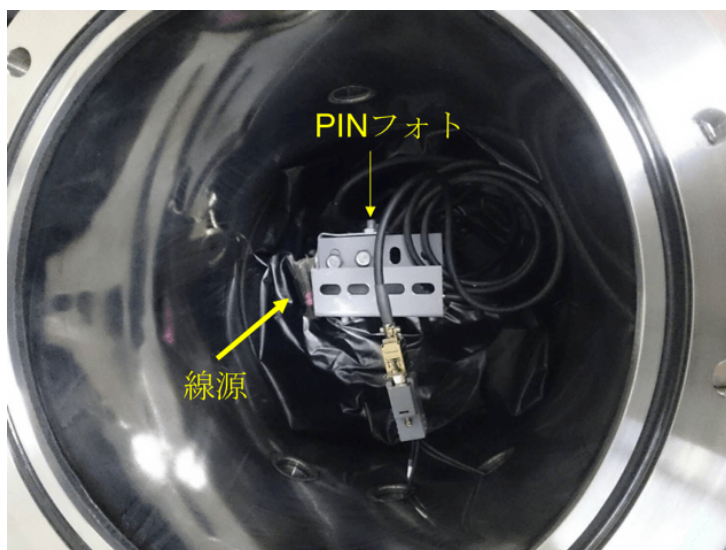


図 2.6 真空容器にセットした線源と検出器

上図のように真空容器に Am(241) と PIN フォトダイオードをセットし、 $\alpha$  線のスペクトル測定を空気中と真空中の両方で行った。今回はフォトダイオードと線源を離さずに測定した。PIN フォトダイオードの端から受光面までは 16mm である。測定結果を図 2.7 と図 2.8 に示す。

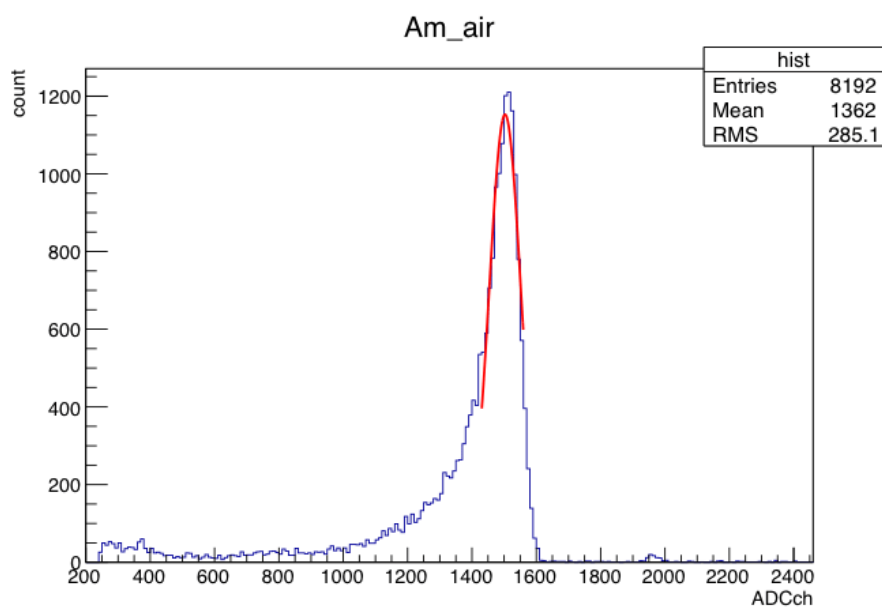


図 2.7 空気中での  $\alpha$  線のスペクトル

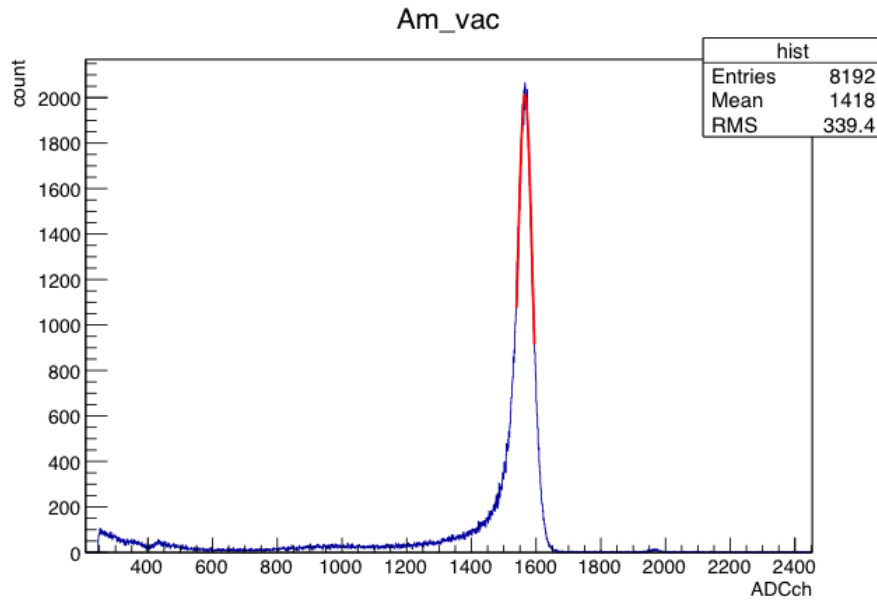


図 2.8 真空中での  $\alpha$  線のスペクトル

予備実験では Am から出る  $\alpha$  線を si 検出器で測定したので、真空中でのスペクトルのピークを 5.4MeV として空気中で失ったエネルギーは 0.21MeV となる。

0.21MeV のエネルギーを失うのに必要な空気の厚さは Bethe-Bloch の式より計算すると空気中を 17mm 飛んだ場合のエネルギー損失に相当し、PIN フォトダイオードの端から受光面までの距離 16mm とほぼ一致する。エネルギー分解能が空気中で 3.5%、真空中で 2.6% となっており、ピークは空気中の方が低い位置に現れているので真空中でも正常に動作していることが確認された。

## 2.5 ターゲットホルダーの作成

本実験で使用するターゲットを固定するためのターゲットホルダーを作成した。2mm 厚のアルミ板を用いて、Au4 つ、Al4 つ、ポリエチレン 3 つの計 11 個のターゲットホルダーを作成した。

アルミ板に 8mm 径の穴を開け、2 枚のアルミ板の間にターゲットを挟み、陽子ビームがターゲットに当たることを目的とした。

製作途中のターゲットホルダーの写真を図 2.9、完成したターゲットホルダーを図 2.10、ラザフォード散乱用のチェンバーにセットしたホルダーの写真を図 2.11 に示す。



図 2.9 製作途中のターゲットホルダー

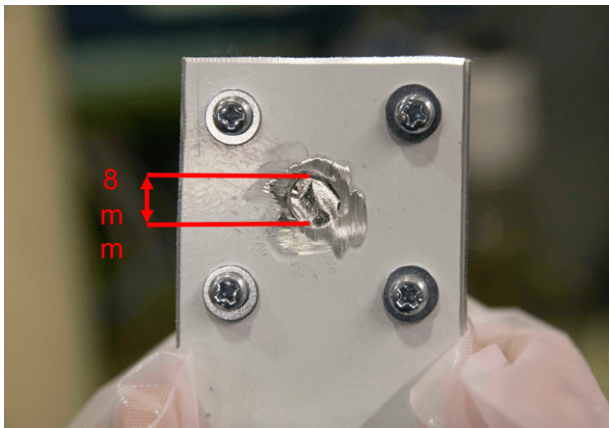


図 2.10 作成したターゲットホルダー

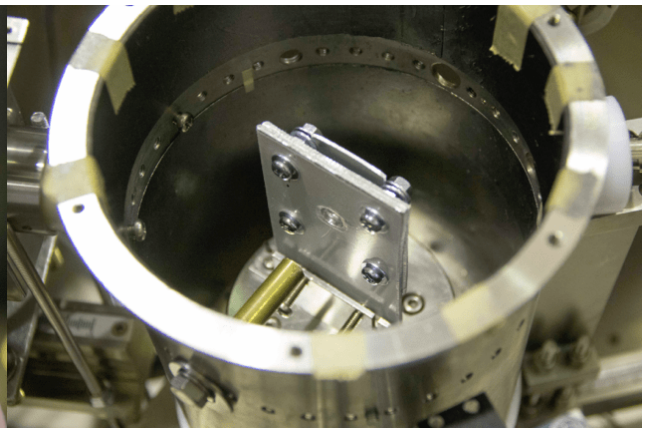


図 2.11 チェンバーにセットしたホルダー

### 3 実験装置と測定中の運用

(担当：岡田健)

#### 3.1 ビームテスト

本章では海事科学部でのビームテスト中に使用したタンデム加速器とその運用について述べる。

#### 3.2 加速器

今回の実験では神戸大学海事科学部の設備であるタンデム加速器を用いた。その仕様と加速器設備全体構成図を表 3.1 図 3.2 に示す。今回は  $3\text{MeV}$   $1\sim 1000\text{nA}$  陽子 ( $H^+$ ) 定常ビームを用いる。使用チェンバーは M30 ビームラインにあるものを使用する。

図 3.1 加速器の仕様 [7]

型式	タンデム・ベトロロン 5SDH-2 (米National Electrostatics Corporation製)
イオン源	RF放電-電荷交換負イオン源 セシウムスパッタ負イオン源
加速可能元素	ほとんど全ての安定同位元素
加速電圧	170万ボルト
エネルギー	陽子 3.4 MeV ~ 弗素 9.6 MeV, 定常ビーム
加速粒子数	100兆個/sec (等価電流16mA)
ビームライン	6本
P45	600mmfターゲット容器, 荷電粒子測定器四系統 イオン注入・照射装置(デュオプラズマトロン:30keV-1mA)
P15	マイクロビームレンズ, 280mmf超高真空ターゲット容器 低エネルギーイオン発生器( $\mu$ 波放電型;50eV-0.05mA)
0	重金属用
M15	学生実験/イオンビーム照射用 海洋安全システム科学実験, 荷電粒子ビーム実験
M30	600mmfターゲット容器, 荷電粒子測定器2系統
M45	300mmfターゲット容器/WDX-PIXEターゲット容器

##### 3.2.1 イオン源

今回使用したタンデム正電加速器は SNICS-2 及び Alphasross - Rb CX と呼ばれる二種類のイオン源を有する。本節では実際に使用した SNICS-2 セシウムスパッタ負イオン源について述べる。セシウムスパッタ負イオン源 (SNICS-2) は希ガス以外のほとんど全ての安定原子核の負イオン生成が可能である。本実験に用いた陽子ビームを生成する場合、セシウ



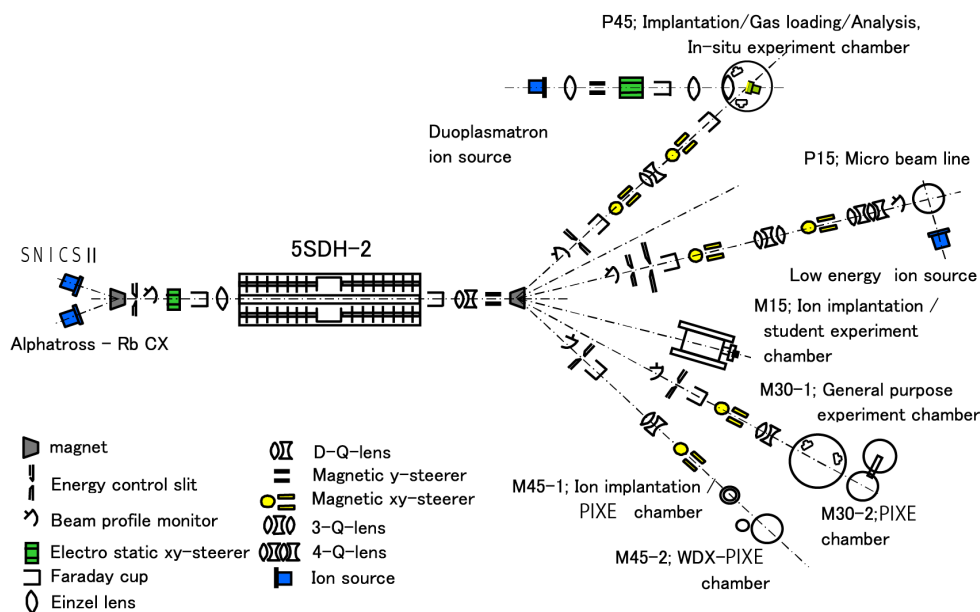


図 3.2 加速器設備全体構成図 [8]

ム蒸気中で水素を吸着させたチタンを陰極に、タンタルフィラメントを陽極として表面電離によりセシウム正イオンを生成する。セシウム正イオンが陰極を衝撃することでスパッタリングにより正イオン (今回は陽子 ( $H^+$ )) が陰極から放出される。5keV 程度で放出されたイオンはダブルギャップレンズにより 30keV 程度に加速及び収束される。

### 3.2.2 低エネルギー輸送部

イオン源では様々な負イオンが生成されるため、偏向電磁石 (Injection magnet) を用い質量選別を行うことで目的の原子の負イオンのみのビームを手に入れる。その後ビームモニター用のファラデーカップ、ビーム調整のためのアインツェルレンズ、静電 XY スティアラを経て加速器へと入射される。以下 図 3.3 及び 図 3.4 にファラデーカップとアインツェルレンズの原理について示す。

図 3.3 に示すファラデーカップはビームラインに正電圧をかけた電極を挿入しビームを一時的に止めることでその地点でのビームの電流値を読み取る装置である、本設備では加速前後及びチェンバー入射直前の三か所設置されている。図 3.4 に示すアインツェルレンズは筒状の三つの円筒状の電極を用意し中心の電極に電圧を加えることで図に示すような力を受ける。中央電極付近では収束の力を受けるが、ここを減速された状態で通過するため収束の力を受ける時間の方が長い。尚このレンズでは加速減速の力を受ける時間が等しい為入射前後で進行方向への速度は変化しない。この図では正イオンを用いているが本実験の場合負イオンであるので電極の電圧の符号も反転させる。

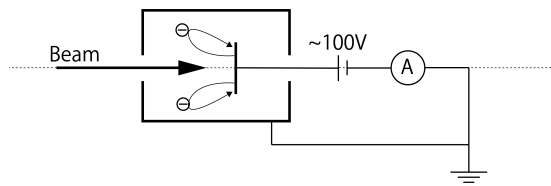


図 3.3 ファラデーカップ

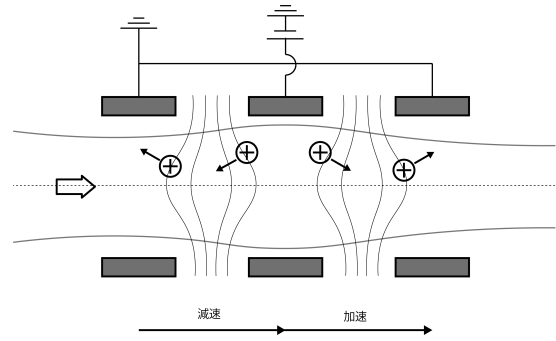


図 3.4 アイソレルレンズ (断面図)

### 3.2.3 加速器本体

加速器とその前後の断面図を以下に示す。負イオン源から低エネルギー輸送部を経た粒子

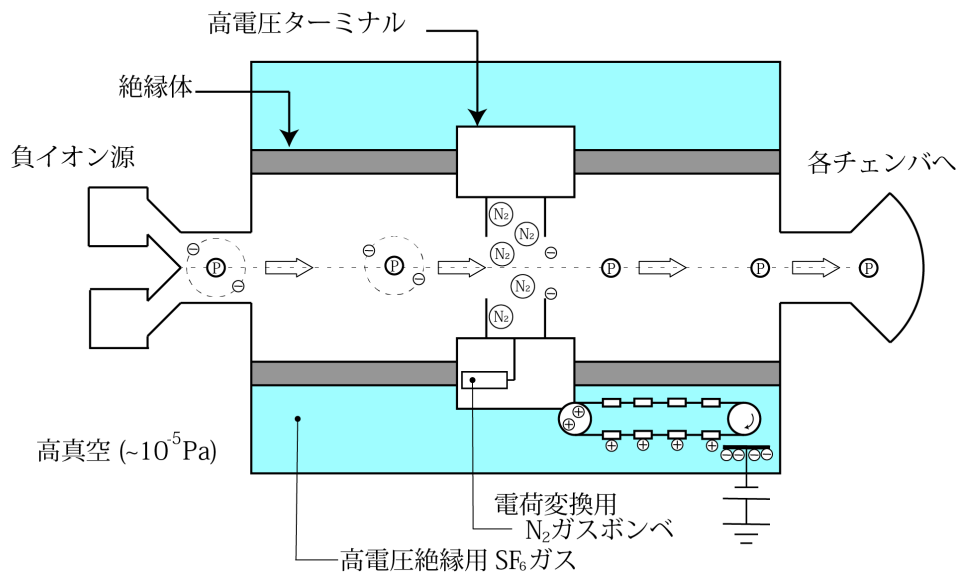


図 3.5 加速器 (断面図)

は、直径 1.07m 長さ 3.94m、 $10^{-5} Pa$  程度に排気された加速器に入射される。 $30 keV$  の負イオンは加速器両端の大地電位に対し  $1.5 MV$  の高電圧ターミナルに向けて加速され  $1.5 MeV$  のエネルギーを得る。その後負イオンは高電圧ターミナル内で窒素ガスとの荷電ストリッピング反応により電子を奪われ水素正イオンとなる。正イオンは一転高電圧ターミナルから大地電圧へ向けて進行方向にさらに加速され最終的に  $3 MeV$  のエネルギーまで加速される。

### 3.2.4 高エネルギー輸送部と M30 ビームライン

加速器にて  $3\text{MeV}$  まで加速された粒子は二連四重極磁石でビームの収束を行った後分析・振分電磁石により各ビームラインに偏向される。高エネルギー側輸送管はターボ分子ポンプにより  $10^{-6}\text{Pa}$  以下に保たれている。

今回使用した M30 ビームラインでは振り分け後の輸送管にビームプロファイルモニタ、エネルギーコントロールスリット、ファラデーカップ、磁気 XY ステアアラ及び二連四重極磁石が配置されており、後述するチェンバーに入射する直前までビームの収束、調整、モニターが可能である。

### 3.3 実験用真空チェンバー

本実験施設には M30 ビームラインにラザフォード散乱用の直径 600mm チェンバーが常設されており、今回これを使用した。

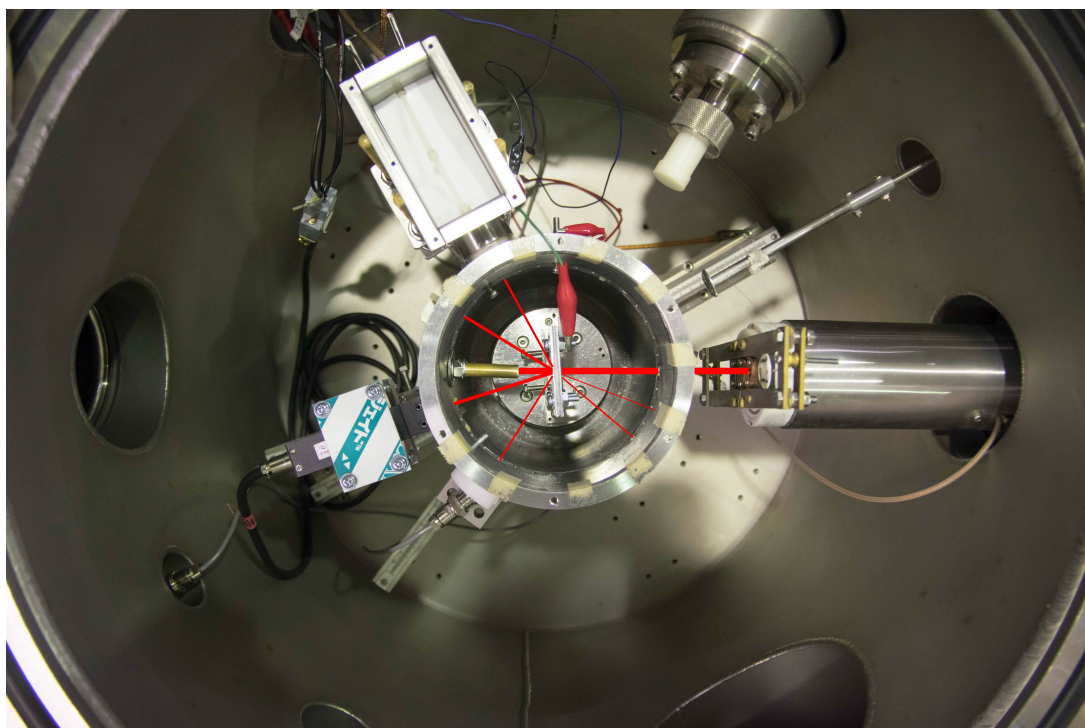


図 3.6 ラザフォード散乱用チェンバーとビームの動き

このチェンバー内は可動ターゲットホルダー (上下及び水平回転の二軸)、サプレッサー及び検出器固定台 (可動二基、非可動一基) を有しており、可動部はチェンバーを閉じて排気した状態で外部から操作できるようになっている。また、排気は到達圧力  $10^{-6}\text{Pa}$  のターボ分子ポンプで行われている。



### 3.4 実験のセットアップ

実際にこのチェンバーと加速器を運用するにあたってチェンバー内のセットアップを行った。以下の図に示す。

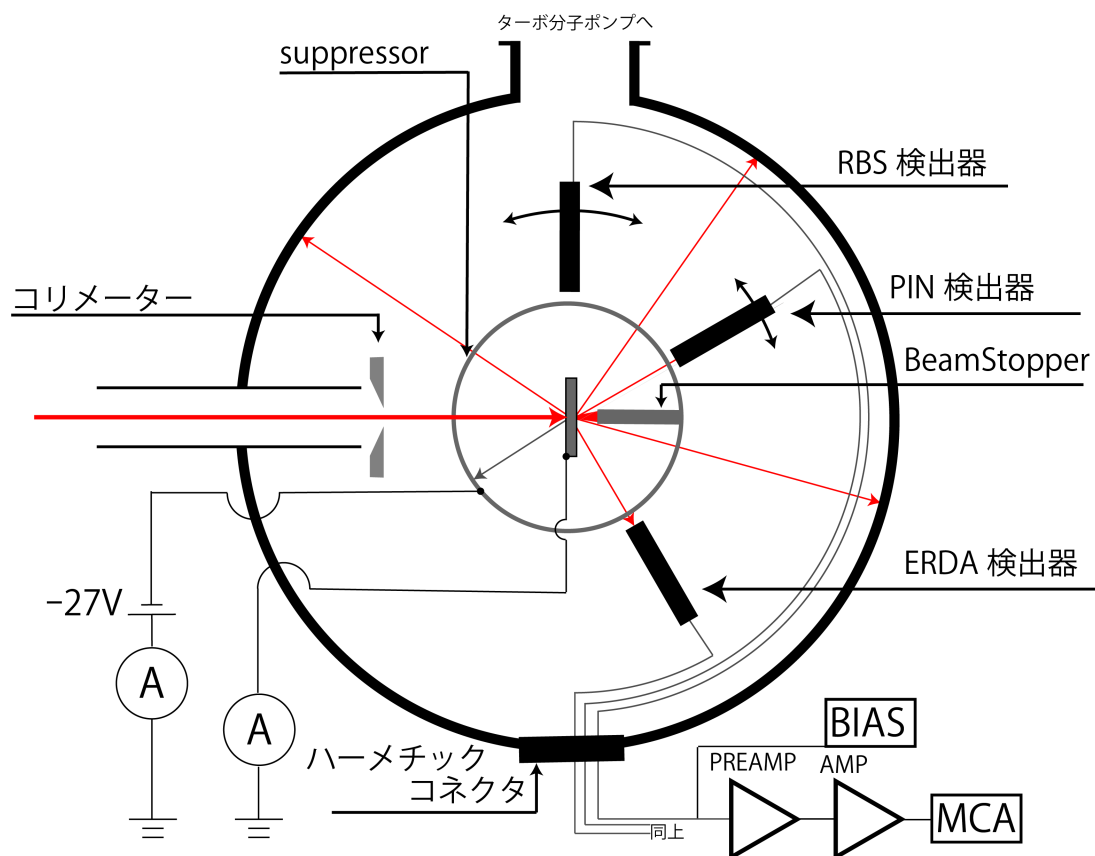


図 3.7 チェンバー内のセットアップ

チェンバーに入射した粒子はコリメーターを通りチェンバー中心部のターゲットに入射する、ターゲットは前章で述べたターゲットホルダーに設置された金、アルミ、ポリエチレンを用いる。ターゲットにより散乱された陽子及び二次電子などの二次散乱を防ぐため半径70mmのサプレッサーを配置しており、10度毎にM4(JIS規格)のねじ穴が開いている。三基ある検出器の有感面積がこれより十分大きい為立体角はサプレッサーの穴に依存するものとした。

### 3.4.1 検出器の角度の設定

検出器は非可動の検出器固定台散乱角 60 度に一機、20 度～160 度の範囲の可動検出器固定台を二基 (二基の間隔は最低 20 度) 設置した。測定では 20 度～160 度の角度を 10 度毎に測定し、60 度に固定した検出器でビーム量のモニターを行う。

ここで 図 3.8 のとおりターゲットホルダーの厚みが問題になるためターゲットホルダーの厚みをビーム入射方向に対し垂直を基準に  $\pm 40$  度でも測定を行い散乱角 20 度～160 度のすべての角度を測定できるように設定した。

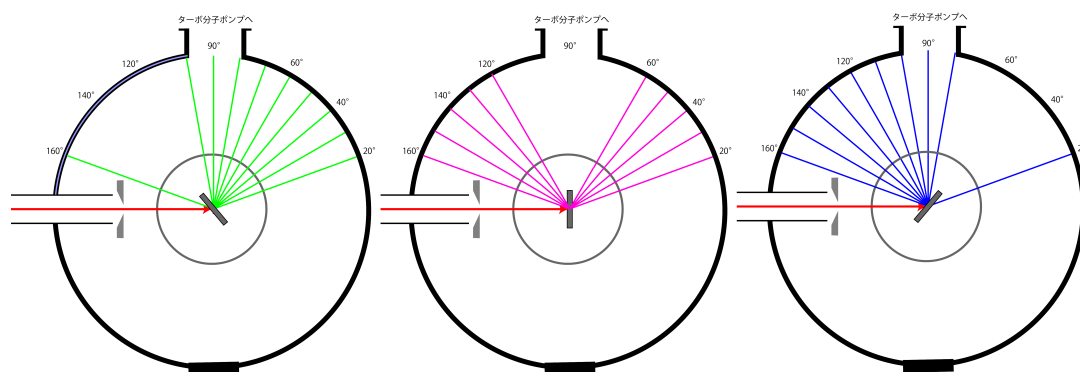


図 3.8 ターゲットホルダー角度による検出可能な散乱ビームの違い

### 3.4.2 試運転と測定成功判定

以上のセットアップを経て実際に加速器を運転し、データ取得を行った上でそのデータが有意なものであるかの判定を行った。

本実験では加速器を使用する性質上チェンバーの方も加速器と同等の真空度が要請される。その為真空排気に約一時間半かかるため一度真空を破ってしまうと大幅な時間のロスが生まれる。加えて本測定は海事科学部の共同利用施設を利用した為、実験期間が一週間と限られている。以上のことより測定データから得られる結果の有意性を迅速かつ正確に判断することが要請される。データ取得にはマルチチャンネルアナライザ (MCA) を用いて加速器制御室のデスクトップ PC 上で信号のリアルタイム測定を行った。

第一回運転の結果を以下に示す。条件はポリエチレンターゲット、測定時間 600 秒、ビーム電流 500 nA である。

散乱角 30 度と 60 度では炭素と水素由来とみられる前方散乱が、140 度では炭素由来の後方散乱が見られる。実際にこれらのピークがそれぞれ炭素と水素由来のピークであるかの判定を行う。

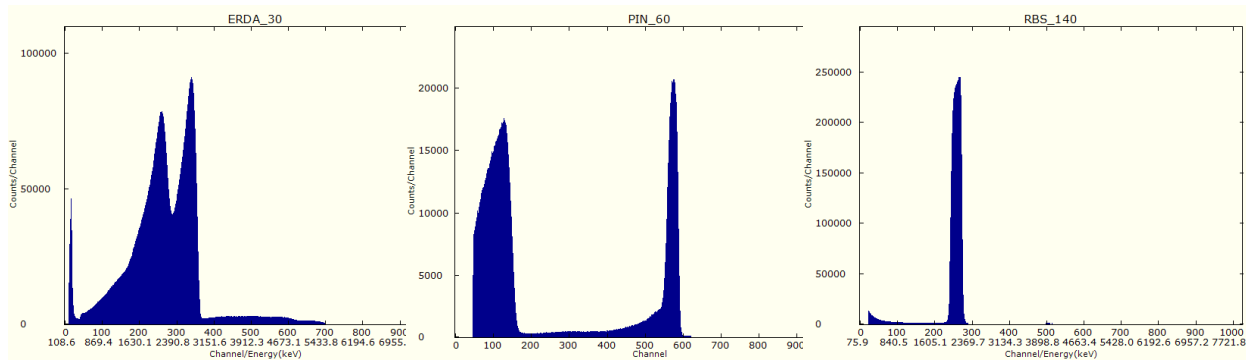


図 3.9 散乱角 30 度

図 3.10 散乱角 60 度

図 3.11 散乱角 140 度

### Energy Curve of CH<sub>2</sub>

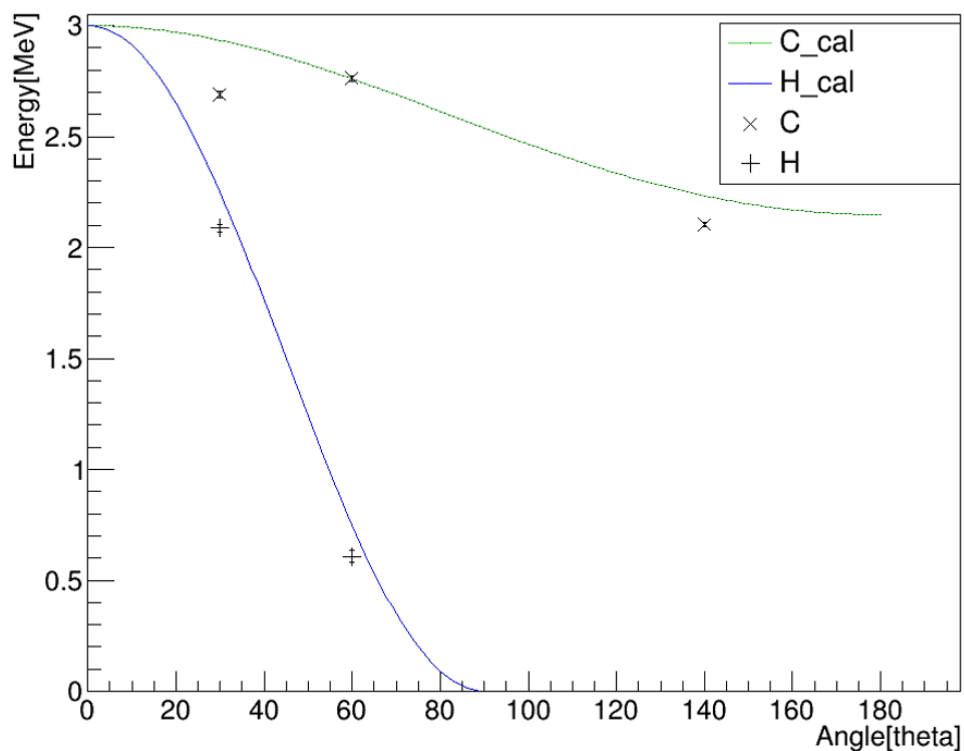


図 3.12 ポリエチレンとの散乱による角度と散乱粒子のエネルギーの関係

曲線の理論値に対して測定値はずれはある物の相関を持つ程度に一致している。これをもって第一回の測定によるピークがポリエチレンによる散乱事象だと同定した。

さらにポリエチレンターゲットの場合 1000nA の大きな電流を当て続けると 図 3.13 の様にポリエチレンが焼けて炭化することが分かり、この焦げ付きの位置を中心として以後ターゲットの設置を行った。

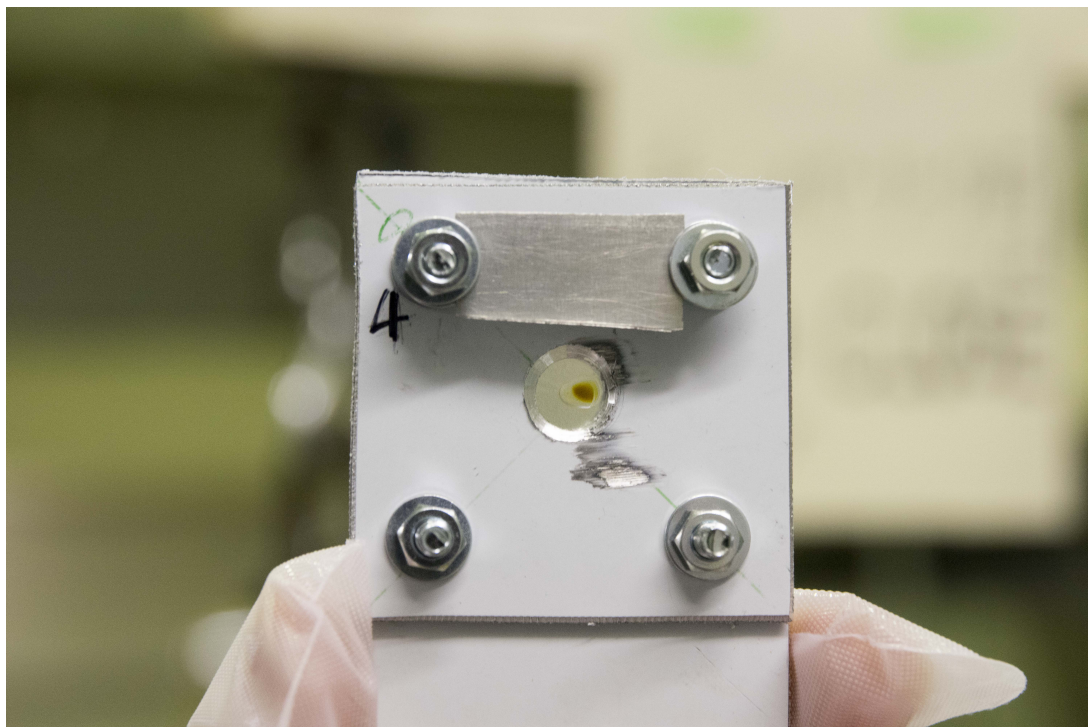


図 3.13 ビームにより焦げたポリエチレンターゲット

### 3.4.3 ビームストッパー

本節では加速器運転中における装置の改良について紹介する。

図 3.14 散乱角 120 度におけるノイズのターゲットによる比較

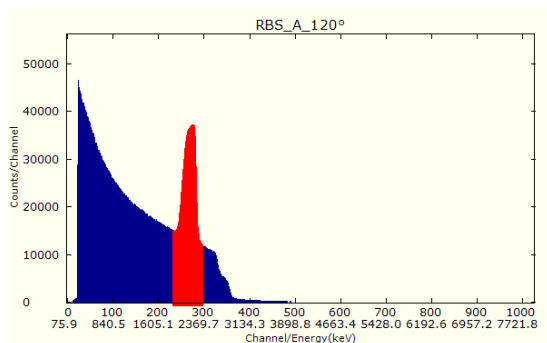


図 3.15 ポリエチレン

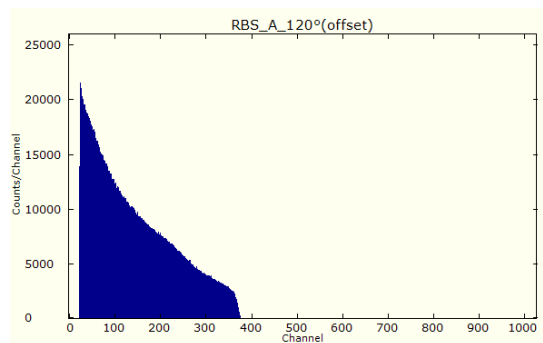


図 3.16 ターゲットホルダーのみ

ポリエチレンターゲットを用いての測定中散乱角 120 度付近において本来予想されない連続スペクトルが見られた。その検証の為ポリエチレンターゲット及びターゲットホルダーのみの条件で測定を行った結果双方に連続スペクトルが見られた。これの原因として二次散乱を仮定した。

ラザフォード散乱では今回用いたような薄いターゲットの場合入射粒子のほとんどは直進又はごく小さい角度に散乱される。この粒子がさらにサブレッサー等にぶつかり散乱した場合大きなバックグラウンドになり得る。この為金属の筒を用いてビームストッパーを作成した。今回の条件では  $r > 13\text{mm}$  が最適であるとする。図 3.17 では図左上部分から図右下に向かってビームが進む。

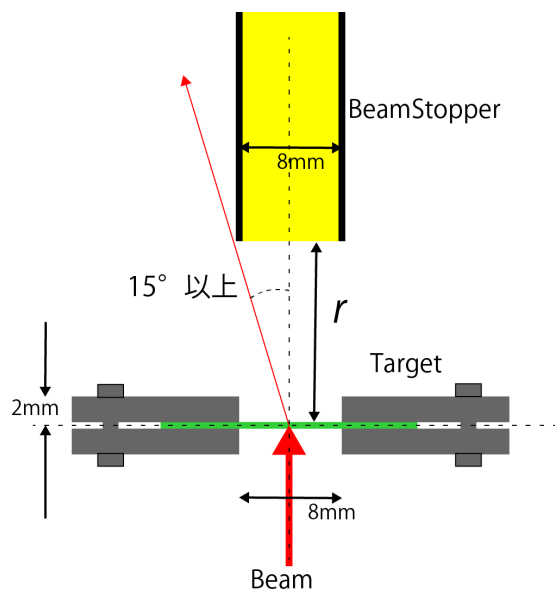


図 3.17 ビームストッパーの模式図 (俯瞰図)

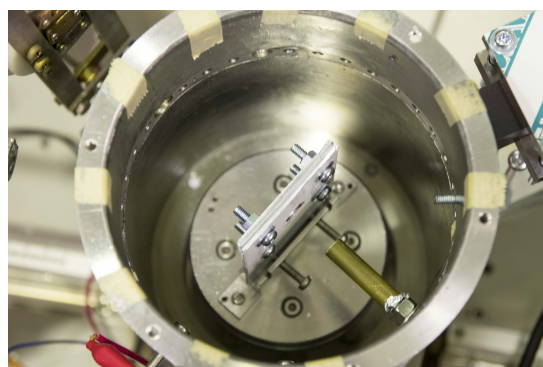


図 3.18 ビームストッパー設置の様子

ビームストッパーを設置しポリエチレンターゲットを用いて測定を行った。設置前 図 3.15 に対して設置後 図 3.19 は連続スペクトルが大幅に減少したのがわかる。この様な改良及び微調整を行うことでわずか一週間のビームテスト期間中に十分な量の統計を貯めることに成功した。

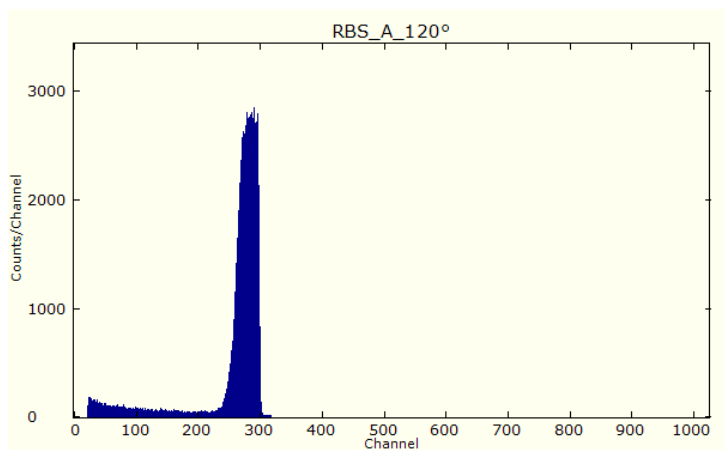


図 3.19 ビームストッパー設置後

## 4 結果と解析

(担当：杉本太郎)

### 4.1 概要

散乱した陽子のエネルギーを見積もるために検出器のキャリブレーションを Am(241) を用いて行った。また各ターゲット (金、アルミニウム、ポリエチレン) ごとにそれぞれの角度に散乱してきた陽子の微分散乱断面積を調べて、角度分布を求めた。そのために必要になる角度ごとの count 数の計測と、ターゲットに来る陽子ビームの電流値の推定も行った。

### 4.2 検出器のキャリブレーション

#### 4.2.1 PIN フォトダイオードのキャリブレーション

今回の実験では散乱してきた陽子の個数を見るための検出器として 3 個の PIN フォトダイオードを用いた。今回の実験に 許可が下りたビームラインの使用期間は 1 週間であった。一回の測定時間を 10 分と設定していて、その後検出器の角度を 変えるのに 1,2 分ほどかかる。20°から 160°まで 10°刻みで測定するので、一回の測定につき一つの角度だけ見ていると単純計算で 180 分かかることになる。ターゲットを 3 種類用意してあったこともあり、またターゲットを変えるために一度 真空層の真空を破りまた真空を引くのに 2 時間以上かかることも考慮すると時間との戦いになることは分かっていた。PIN フォトダイオードを 3 個用いたのは一度の RUN 中に複数の角度に検出器を設置することで時間効率をあげたかったからである。研究室から持ち込んだものを PIN、タンデム加速器のチェン

バーに付属していた 2 つをそれぞれ RBS、ERDA と名付け合計 3 個の PIN フォトダイオードを反跳陽子の検出器として使用した。

集めたデータは MCA データといって、エネルギーに対応した 1024 個のチャンネルに分けて出力されるものである。このままでは散乱してきた陽子ビームのエネルギーに対応したチャンネルしか分からない。そのためまずは各 PIN フォトダイオードのチャンネルからエネルギーを求めるためのキャリブレーションを行った。

まずは RBS と ERDA のキャリブレーションを Am(241) から出る約 5.4MeV の  $\alpha$  線と、3MeV 陽子ビームが金と 60 度で散乱する時のピーク 2960MeV を用いて行った。金の散乱ピークを選んだ理由として陽子ビームが金との散乱でほとんどエネルギーを落とさず安定していること、60 度でのピークが鋭く、MCA チャンネルの値をうまく読み取りやすかったことが挙げられる。2960MeV に対応する MCA ch の値を決めるために用いた MCA データを図 1 に示す。

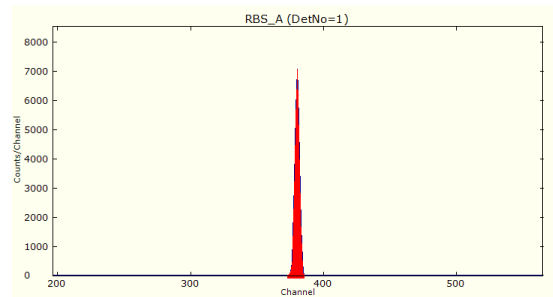


図 4.1 金と 60 度で散乱した時の MCA データ

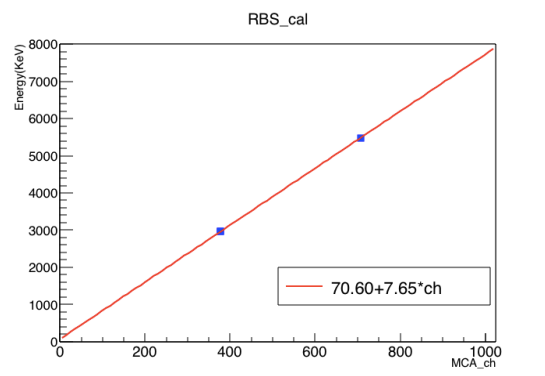


図 4.2 RBS の場合

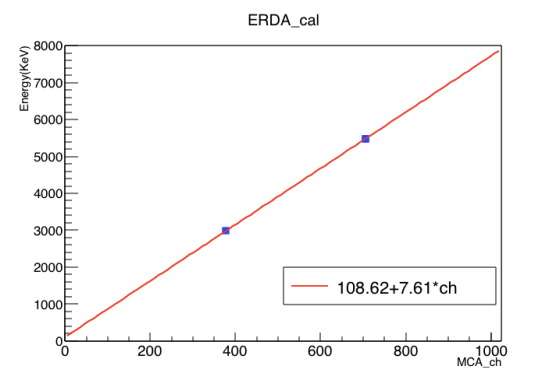


図 4.3 ERDA の場合

図 4.4 PIN フォトダイオードのキャリブレーションの較正直線

図 2 に RBS と ERDA のキャリブレーションの較正直線を示す。図 (a),(b) ともに赤の直線が較正直線である。青の点はそれぞれ左から 3MeV 陽子ビームが金と 60 度で散乱するときのエネルギー (2960MeV) と Am(241) から出る  $\alpha$  線 (5.4MeV) に対応する点である。MCA ch の値からエネルギーを導く式は RBS、ERDA の順に



- エネルギー [KeV]= 70.60+7.65×MCA\_ch (RBS)
- エネルギー [KeV]= 108.62+7.61×MCA\_ch (ERDA)

となった

#### 4.2.2 PIN のキャリブレーション

PIN についても同様のキャリブレーションを行おうとした。しかし Am(241) から出る約 5.4MeV の  $\alpha$  線の測定をした時のアンプのゲインを変えてしまっていたためできなかった。そこで陽子ビームがポリエチレン、アルミニウムと散乱するときのピークと pedestal の 3 点でキャリブレーションを行った。pedestal を含んだのはポリエチレンとアルミニウムの散乱ピークからではプロットされる点が近くて信用できないと判断したためである。

赤の直線が較正直線であり、青の点は左からそれぞれ pedestal、陽子ビームがポリエチレン、アルミニウムと散乱するときのエネルギーに対応する点になっている。式は

- エネルギー (KeV)= 4.84 × MCA\_ch (PIN)

となった。

以上より MCA チャンネルからエネルギーを導く 3 つの式が揃った。

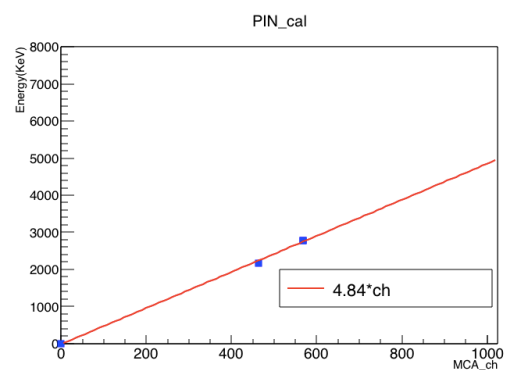


図 4.5 PIN の較正直線

#### 4.3 散乱断面積を求める

本実験の目的の一つである、各ターゲット (金、アルミニウム、ポリエチレン) ごとの散乱断面積を求めるために必要になる値を整理してみる



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{count} \times e \times A}{d\Omega \times I \times T \times d \times t \times N_A} [\text{cm}^2 / \text{sr}]$$

- count... 散乱してきた陽子の数
- $e...1.60 \times 10^{-19}[\text{C}]$
- $A... \text{原子量} [\text{g/mol}]$
- $d\Omega... \text{微小立体角} [\text{sr}]$
- $I... \text{電流値} [\text{A}]$
- $T... \text{計測時間} [\text{s}]$
- $d... \text{ターゲットの密度} [\text{g/cm}^3]$
- $t... \text{ターゲットの厚み} [\text{cm}]$
- $N_A... \text{アボガドロ定数} [/\text{mol}]$

散乱断面積を求める式は上のようになっており、赤字で記されているものが実験により計測する値である。微小立体角はターゲット中心からサプレッサに開いた穴を見る立体角とした。ターゲットの密度、厚みについては状況に応じた値を考慮した。

#### 4.3.1 count 数の計測

第2節-検出器のキャリブレーションでの図1のようなエネルギースペクトルからピーク部分の積分を行い角度ごとの count 数の計測を行った。その際、ノイズがピークになだれ込んでいる時は適宜関数を Fitting することで取り除いた。

一例を示すために右にアルミニウムにより  $50^\circ$  に散乱した陽子ビームのエネルギースペクトル (図4) を挙げる。赤くなった山の部分がピークでありこの部分をガウス Fit することで積分して count 数を出した。しかしピークに左からなだれ込んでくる青い部分をノイズと判断すると count 数が多く計算されたことにな

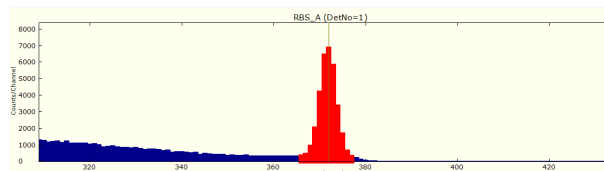


図 4.6 アルミニウムと  $50^\circ$  で散乱するときのエネルギースペクトル

る。そのためこの例の場合だと指数関数  $\exp(p_0 + p_1x)$  で青い部分を Fit してピークと被った部分の積分値を引いた値を真の count 数とした。

### 4.3.2 電流値の計測

ターゲットにつけた電流値の値がうまくモニタリングできていなかった。今回はターゲットをポリエチレン、アルミニウム、金という順番で変更し実験を行なったが、電流値が安定していたのは最初のポリエチレンの時のデータのみだった。理由は検出器を真空層内で回転させている間にターゲット側の電流計の端子が外れかけていたことが考えられる。そのためビームライン上の電流値 (以下  $B_l$  電流値) からターゲットに当たったビームの電流値 (以下  $T_g$  電流値) を見積もる式を求めることにした。

$B_l$  電流値はターゲットにビームを当てる手前でビームを止めて計測するため、RUN の間の  $B_l$  電流値は分からない。そのため RUN の間  $T_g$  電流値が安定していないと  $B_l$  電流値と  $T_g$  電流値の対応関係を導くことができない。

RUN の間の  $T_g$  電流値をモニタリングするために 10 秒ごとにその時の電流値を記録するデータロガーを導入した。図 5 にその結果明らかになった  $B_l$  電流値と  $T_g$  電流値の関係を表したグラフを示す。図中のデータ点はモニタリングしたデータロガーの結果を見たときに比較的電流値が安定していたポリエチレンの時のデータの一部である。データ店としての採用基準

は直感に任せたもので、データロガーの値を見た時に大きく外れていると感じた部分を取り除いている。一回の RUN の直前と直後に計測した  $B_l$  電流値の平均を横軸、その RUN 中の (安定していた)  $T_g$  電流値の平均値を縦軸にとった点をプロットしている。データ点が散らばる程度固まっている理由として、次の小節「計測時間について」でも述べるが小角度への散乱と大角度への散乱でビームの強度を大きく変えて計測していたことが考えられる。

プロットしたデータ点から最小二乗法と誤差の伝播から直線を引いて求めた式は (ターゲットにくる電流値 [nA]) =  $0.021 \pm 0.063 + (0.089 \pm 0.004) \times$  (ビームライン上の電流値 [nA]) となった。

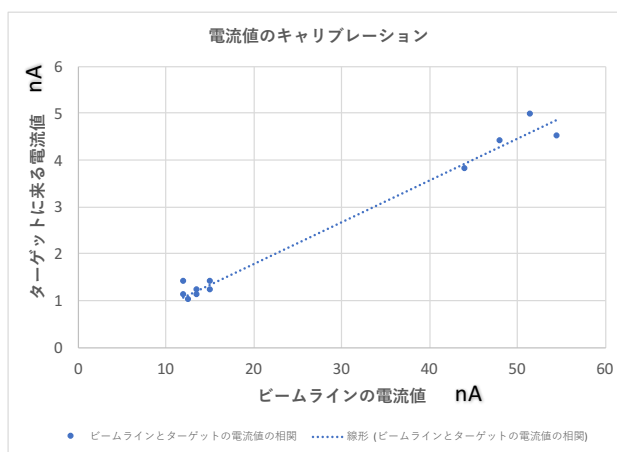


図 4.7 電流値のキャリブレーション

### 4.3.3 計測時間について

count 数を  $N$  とすると、統計誤差は  $\sqrt{N}$  できいてくるため、誤差を 1% 以内に収めるために count 数が 10000 を十分に超える計測時間を設けた。また角度ごとに count 数が大きく変動するためビームの強度と計測時間を調節した。図 6 に  $1 \mu\text{A}$  の 3MeV 陽子ビームがクーロン力によってだけ散乱すると仮定して計算した一秒あたりの count 数の角度分布を示す。

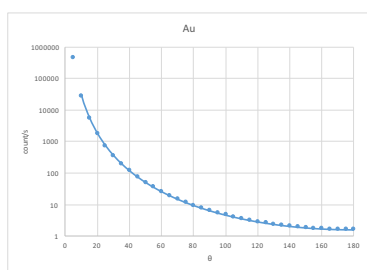


図 4.8 金の場合

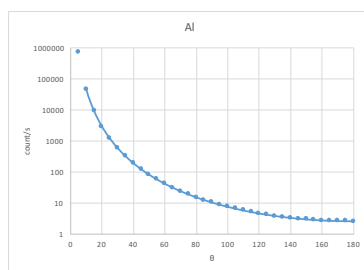


図 4.9 アルミニウムの場合

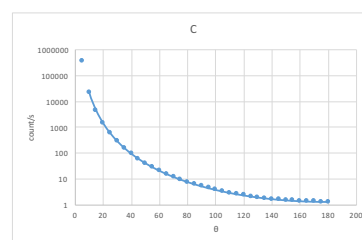


図 4.10 ポリエチレンの場合

図 4.11 一秒あたりの count 数の角度分布の計算結果

図 6 から金、アルミニウム、ポリエチレンのどの場合でも  $20^\circ$  から  $90^\circ$  あたりまで急激に count 数が落ち込んでいるのがわかる。

- $20^\circ \sim 90^\circ$  への散乱は頻度が多いため (数 10~数 100Hz)、パイルアップを起こしてエネルギーをうまく計測できなかったためビームの強度を落として数 nA から数 10nA のビームで計測を行った。
- $90^\circ \sim 160^\circ$  への散乱は頻度が少なかったため (数 Hz)、ビームラインで使用できる最大出力である約  $1 \mu\text{A}$  のビームで計測を行った。

このように角度によりビームの強度を変えて計測時間とのバランスを調整した。

## 4.4 断面積の角度分布

3種類のターゲットについて集めたデータから count 数、電流値、計測時間を角度ごとにまとめあげ、散乱断面積の角度分布をグラフにした。

### 4.4.1 結果のグラフ

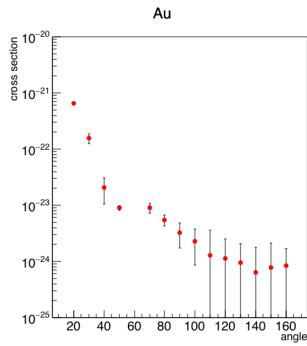


図 4.12 金の場合

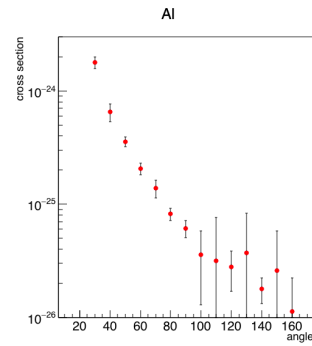


図 4.13 アルミニウムの場合

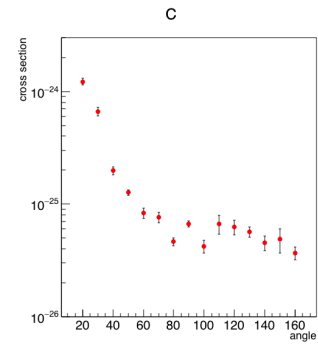


図 4.14 ポリエチレンの場合

図 4.15 散乱断面積の角度分布

上の図 7(a)(b)(c) が今回の実験で得られたデータから導いた散乱断面積の角度分布のグラフである。左から順に金、アルミニウム、ポリエチレンの場合の角度分布を示している。

ポリエチレンについては炭素と水素の有機化合物であるため、炭素による散乱と水素による散乱の二つを見ることを期待していた。しかし陽子ビームが水素と散乱してから検出される時のエネルギーは非常に小さく、ほとんどが threshold に埋もれてしまっていた。

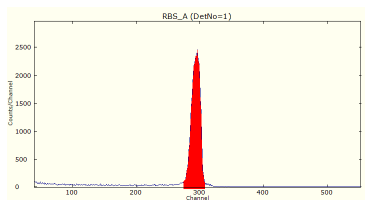


図 4.16 ポリエチレンと 70°で散乱した時の MCA データ

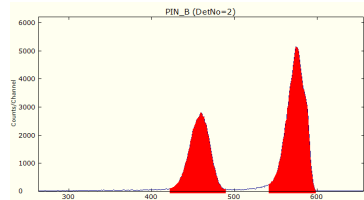


図 4.17 ポリエチレンと 30°で散乱した時の MCA データ

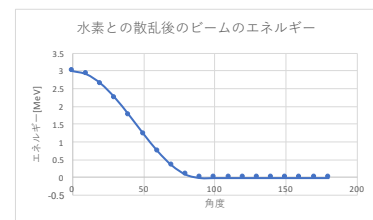


図 4.18 水素と散乱した時の陽子ビームのエネルギー

図 4.19 ポリエチレンとの散乱について

図 8(a) はポリエチレンと 70°で散乱した陽子ビームを RBS で検出した時の MCA データであり、(b) はポリエチレンと 30°で散乱した陽子ビームを PIN で検出した時の MCA データである。(c) は計算によって求めた水素と散乱した後の陽子ビームのエネルギー分布である。

図 8(a) から見てわかるがピークが一つしか見えない。図 8(c) のグラフから水素と 70°に散乱する時の陽子のエネルギーは約 0.4MeV。ここで 4.2.1 節の RBS のキャリブレーションの結果を用いてみると、0.4MeV は MCA チャンネルでは 43 チャンネル相当になる。したがって図 8(a) のピークは水素のものでないと判断し、以降 80°から 160°までも同様に

して水素のピークは観測できなかった。図 8(c) から水素と  $30^\circ$  で散乱する時のエネルギーは約  $2.25\text{MeV}$ 。これを同様に 4.2.2 節の PIN のキャリブレーションの結果を用いてみると 465 チャンネル相当になり、図 8(b) の左側のピークは水素のものであると判断した。こうして集まったデータは  $20^\circ$  から  $60^\circ$  までの限られたものであり解析することを断念した。

金、アルミニウムのグラフにおいて  $100^\circ$  あたりから急激にエラーバーが大きくなっている。一番の理由は電流値の推定で出した式中の誤差からくるものだと考えられる。図 4 のグラフでは横軸であるビームライン上の電流値は最大  $60\text{nA}$  だがターゲットを金、アルミニウムにしていた時は最大  $900\text{nA}$  近くまでビームの強度を上げていた。したがって約  $76.5\text{nA}$  ~  $83.7\text{nA}$  までの誤差が生まれる。

ポリエチレンのグラフに大きなエラーバーがついていない理由としては実験した順番と、タンデム加速器を使用できた時間に関係してくる。先にも述べた通り計測はポリエチレンから行ったが、その時点ではまだ時間も残り、大角度への散乱を見るときもビームの強度をそれほど大きい値に変更していなかった。図 4 のグラフ中でも横軸の最大値が  $60\text{nA}$  となっているのはそのためである。

## 5 議論と考察

(担当：吉田登志輝)

### 5.1 目的

本章ではこれまでの解析で得られたデータを、微分散乱断面積とエネルギーの観点で考察する。

### 5.2 微分散乱断面積

#### 5.2.1 微分散乱断面積の考察

微分散乱断面積は、クーロン力による散乱においては Rutherford の公式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Ze^2}{16\pi\epsilon_0 E} \right)^2 \sin^{-4} \frac{\theta}{2}$$

に従うことがわかっている。本実験ではポリエチレン、アルミニウム、金を用いて実験を行った。アルミニウム、金については Rutherford の公式のみ考えればよいが、第一章で述べたように、ポリエチレン中の炭素原子核による散乱においては核力による角度に依存しない散乱を考慮する必要があるため、それについても考察する。

#### 5.2.2 金の微分散乱断面積

まず、クーロン力が大きく、安定な金の微分散乱断面積について考察する。前章で得られた微分散乱断面積の角度分布を図 1 に示す。誤差棒は統計誤差と電流値の見積もりによる誤差に相当する。曲線は Rutherford の公式から得られる計算結果で、よく一致していることがわかる。

40 度および 50 度における結果が少し小さく出ているのは、ターゲットを囲むサプレッサーの 40 度と 50 度の間に一つねじ穴が開いていて、そこから出てきた粒子を誤って観測しないようにボルトを付けていたのだが、穴が斜めに開いていたためボルトが少し散乱粒子の経路と重なっていたのでその影響によるものだと考えられる。その一例として、40 度におけるエネルギースペクトルを図 2 に示す。50 度でも同様のスペクトルが見られた。

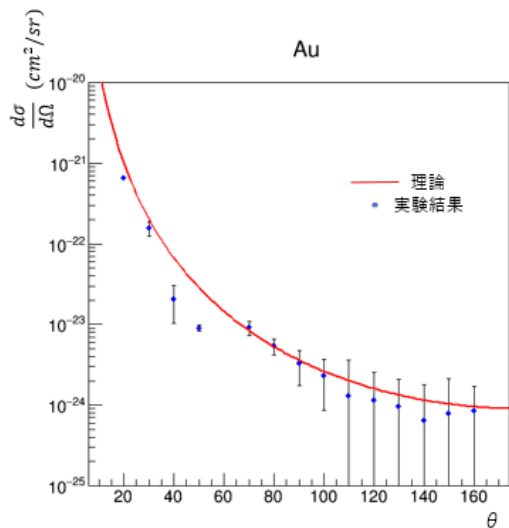


図 5.1 金の微分散乱断面積

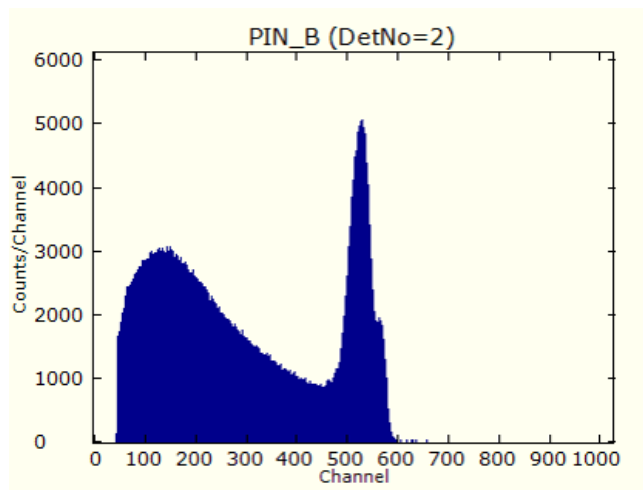


図 5.2 40 度における金のスペクトル

### 5.2.3 アルミニウムの微分散乱断面積

続いてアルミニウムの微分散乱断面積について見ていく。アルミニウムのエネルギースペクトルは、90 度を超える大角度において図 3 で示すように複数のピークが見られるものがあった。それぞれのピークに対応するエネルギーについては次節で言及するが、ここでは最も鋭い 2608 (keV) のピークが Al のクーロン弾性散乱におけるピークであるとして微分散乱断面積を見積もった。微分散乱断面積は Rutherford の公式から導いた理論曲線とは相対的に合っているが理論の半分ほどであった。(図 3 の点線は理論値を半分にしたもの) 本実験で絶対量を決めるパラメータとして最も見積もるのが困難であったのは電流値であり、その電流値の見積もりがうまくいっていなかったためこのような結果になったと考えられる。

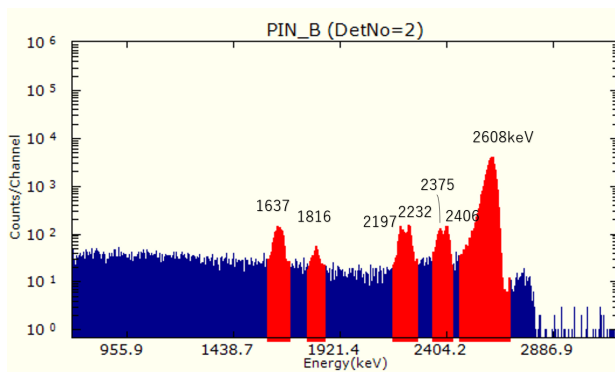


図 5.3 130 度における Al のスペクトル

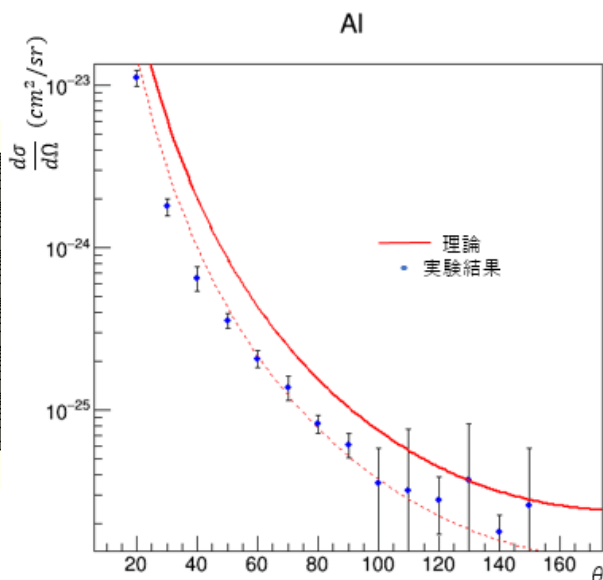


図 5.4 Al の微分散乱断面積

#### 5.2.4 炭素の微分散乱断面積

ポリエチレンは炭素と水素からなる化合物であるが、本実験では水素の微分散乱断面積を見積もることができなかつたので、微分散乱断面積は炭素のみ考える。Rutherford の公式と比較すると、小角度では相対的に一致しているが、90 度を超える大角度になるとその角度依存性を失い、ほぼ一定の値をとるようになる。これは、第 1 章で述べたように強い核力による散乱の影響が現れているものと考えられる。古典的な剛体球での散乱と近似すると、強い核力による微分散乱断面積は相互作用の半径  $R_0$  として  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R_0^2}{4}$  と表される。炭素原子核の半径  $R_C = 2.86$  (fm)、陽子の半径  $R_p = 1.25$  (fm)、 $R_0 = R_C + R_p$  によって生じる項を加えると Rutherford の公式のみ考えたときよりも一致する。このことから、炭素においては強い核力による散乱が観測できたと考えられる。

また、ここから炭素の原子核半径を推定することができる。本実験による結果と Rutherford の公式による微分散乱断面積の差を強い核力による微分散乱断面積と定義して、剛体球での微分散乱断面積の関係式から強い相互作用の半径  $R_0$  を見積もることができ、そこから陽子半径  $R_p$  を引いたものが炭素の原子核半径  $R_C$  であると仮定すると、

$$R_C = 2.8 \pm 0.5 \text{ (fm)}$$

と推定することができた。



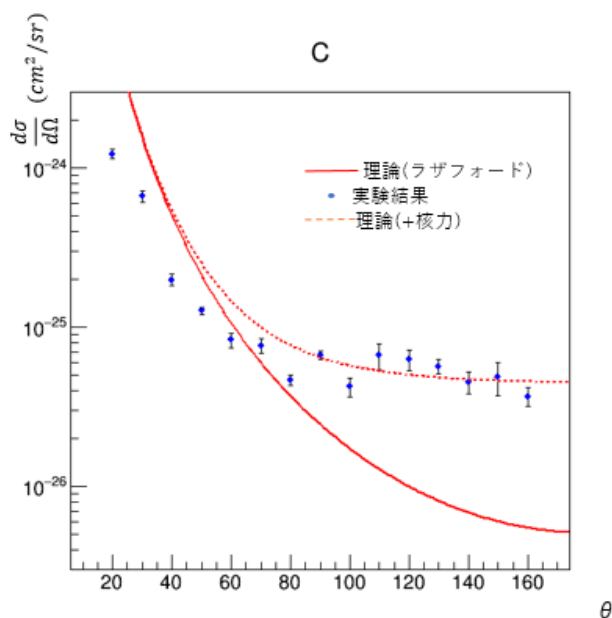


図 5.5 炭素の微分散乱断面積

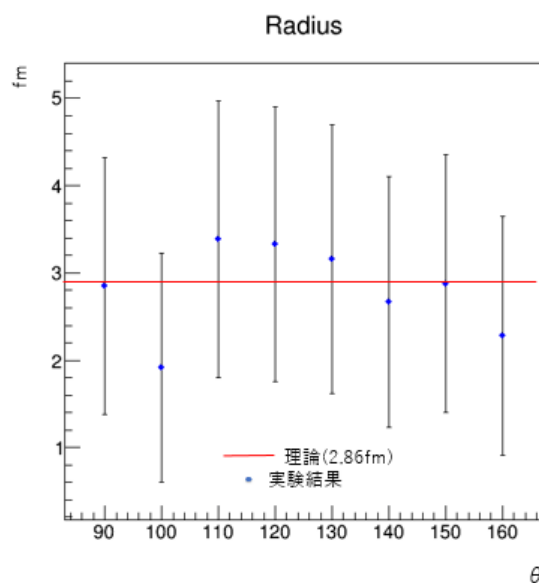


図 5.6 原子核半径

## 5.3 エネルギー

### 5.3.1 エネルギーの考察

本実験における陽子と原子核の衝突ではほとんどの粒子が弾性散乱を行う。そこで、古典力学の運動量保存と力学的エネルギー保存からエネルギーの角度分布を予想することができる。

$$E = \left( \frac{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta + A^2 - 1}}{A + 1} \right)^2 E_0$$

ここで  $E$  は散乱粒子のエネルギー、 $E_0$  は入射粒子のエネルギー、 $A$  はターゲットの質量数である。

ポリエチレンでは炭素との散乱と水素との散乱におけるエネルギーの違いが見えるか確かめ、理論と比較する。また、アルミニウムにおいては準安定状態におけるエネルギー損失が見えるか確かめる。

### 5.3.2 準安定状態

多くの原子には準安定状態 (metastable) が存在する。原子がある一定のエネルギーだけ励起した状態で、原子によって励起エネルギーおよび準安定状態の状態数がことなる。本実験における条件ではアルミニウムの 844 (keV) と 1014 (keV) の準安定状態は観測できる可能性があるなのでそこについても考察する。

準安定状態のエネルギー角度分布について、エネルギー保存と運動量保存より、

$$E = \left( \frac{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta + A^2 - 1} - A(A + 1) \frac{E'}{E_0}}{A + 1} \right)^2 E_0$$

と表される。ここで、 $E$  は散乱粒子のエネルギー、 $E_0$  は入射粒子のエネルギー、 $E'$  は準安定状態の励起エネルギー、 $A$  はターゲットの質量数に対応する。

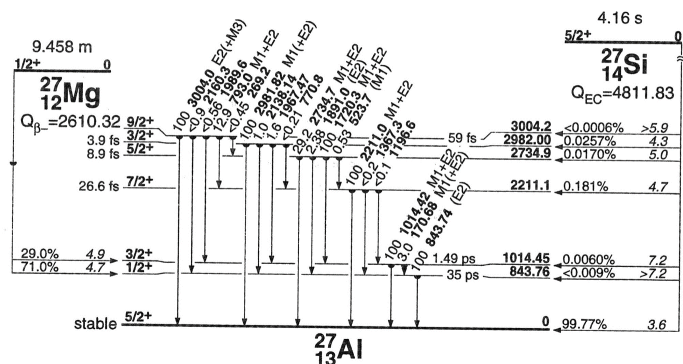


図 5.7 Al の準安定状態

### 5.3.3 金のエネルギー角度分布

金は陽子に比べて重く、弾性散乱しても陽子はほとんどエネルギーを失わない。そのためエネルギーの角度分布はほぼ横這いになる。本実験における結果と理論計算の結果を比較する。図 8 に、金のエネルギー角度分布を示す。実線は、エネルギー保存と運動量保存から計算した理論予想である。小角度側では実験結果が少し小さくなっているのがわかる。その理由のひとつとして、本実験で小角度側の検出に用いた“PIN”検出器のキャリブレーションがうまくいっていなかった可能性が挙げられる。前章で述べたように PIN 検出器のキャリブレーションでは  $^{241}\text{Am}$  線源のデータを用いることができず、正確なキャリブレーションが出来ていなかったと思われる。他に、小角度では信号の頻度が大きく、パイルアップしていた可能性や、散乱陽子が PIN 検出器内ですべてのエネルギーを落としきっていなかった可能性も考えることが出来る。

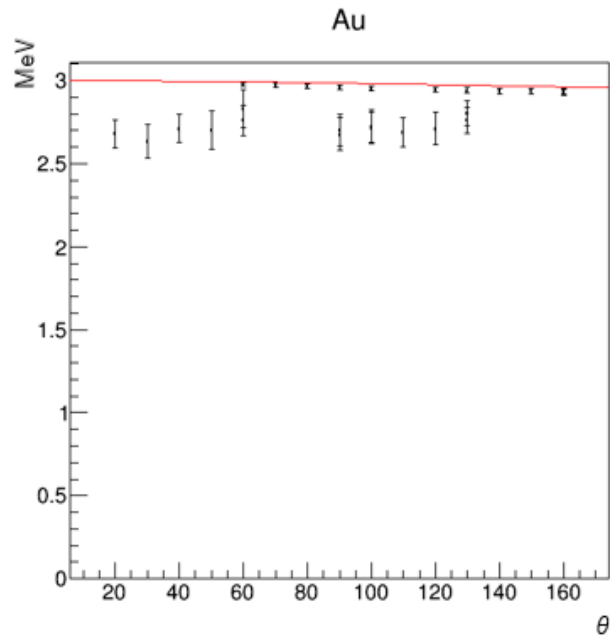


図 5.8 金のエネルギー角度分布

#### 5.3.4 アルミニウムのエネルギー

アルミニウムについてはクーロン力による弾性散乱の他に準安定状態による非弾性散乱も考慮しなければならない。主に 90 度を超える大角度で複数のピークがあるスペクトルがいくつかあった。アルミニウムのエネルギーの角度分布を見ると、それぞれのピークがアルミニウム原子核によるクーロン弾性散乱、酸素原子核による散乱、炭素原子核による散乱、そして 2 種類のアルミニウム原子核の準安定状態による非弾性散乱のエネルギーと対応していることがわかる。酸素と炭素のピークは二股に分かれているように見えるが、これはアルミニウム膜の表面に酸素や炭素が付着しているためで、入射した陽子がアルミニウムの手前側の表面で散乱したものと、アルミニウム中を通り奥側の表面で散乱したものがあるからだと考えられる。実際に二股のピークの幅は今回使用した厚さ  $0.8 (\mu\text{m})$  のアルミニウム中を通る陽子のエネルギー損失  $36 (\text{keV})$  と一致している。

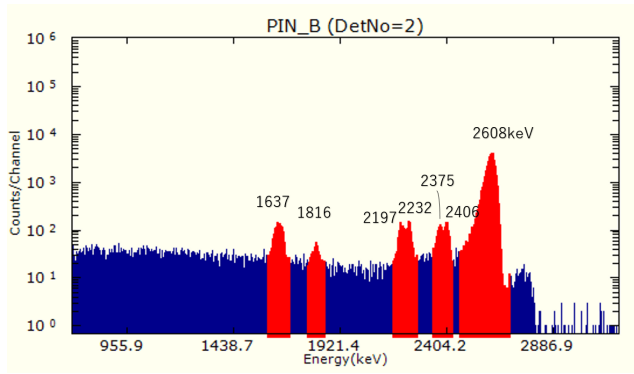


図 5.9 130 度における Al のスペクトル。右から、Al の弾性散乱、酸素の散乱 (二股)、炭素の散乱 (二股)、Al の 844keV 準安定状態、1014keV 準安定状態のピークに対応する。

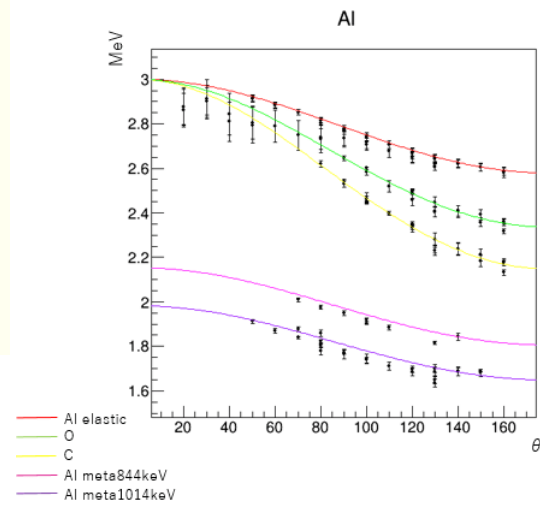


図 5.10 Al のエネルギー角度分布

### 5.3.5 ポリエチレンのエネルギー

ポリエチレンの 90 度以下でのエネルギースペクトルは、ほとんどのもので二つのピークが見られる。エネルギー角度分布を見ると、それぞれのピークが炭素と水素のエネルギーと対応していることがわかる。小角度側で計算結果よりもエネルギーが低くなっている理由は、金で述べたものと同じであると考えられる。

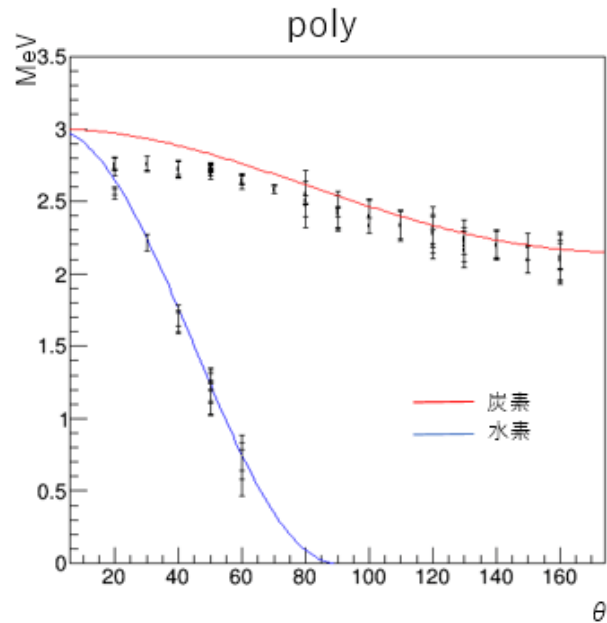


図 5.11 ポリエチレンのエネルギー角度分布

## 5.4 まとめ

本実験で得られた結果を理論計算と比較した。金の微分散乱断面積はラザフォードの公式による計算結果とよく一致し、アルミニウムおよび炭素の微分散乱断面積は相対的には理論計算と一致しているが、半分ほどの値になった。

炭素原子核の強い核力による散乱を観測し、原子核半径を古典論から推定した。

アルミニウムの準安定状態における非弾性散乱を観測することができた。

## 参考文献

- [1] K.Muto 「第2章 Rutherford 散乱」(2002)
- [2] 工藤 博 「イオンビーム工学入門：論文を読むための基礎知識」(2015)
- [3] 岡村 勇介 「荷電粒子の物質中でのエネルギー損失と飛程」(2009)
- [4] R.Okamoto 「原子核の基本的性質」
- [5] 笠井純、加茂直之、須田武憲、土居孝寛、中村祥吾 「同種粒子及び異種粒子同士の散乱に関する実験についてのレポート」(2010)
- [6] EMAN の物理学 「アルファ崩壊」
- [7] K.U.M.S. NR PBE Lab. <http://www.research.kobe-u.ac.jp/fmsc-pbe/www/5sdh2/5sdh2.html>
- [8] 家電粒子ビーム実験 <http://www2.kobe-u.ac.jp/~taniikea/particlebeam.pdf>
- [9] 神戸商船大学紀要 第二類 第 46 号 KUMM タンデム静電加速器 5 SDH-2 の特性 (1998)

## 謝辞

本論文は神戸大学理学部物理学科粒子物理研究室に於いて我々が四年次に行った卒業研究の成果をまとめたものである。実験の計画及び遂行、論文の執筆にあたりご指導及びご協力いただきました多くの方々に対し心より感謝申し上げます。

当研究テーマの指導教員として越智先生には大変お世話になりました。前年度からの引継でない新しい研究テーマということもあり結果が得られない可能性もあるなか、加速器をはじめとした実験器具の取り扱いから指南していただき、時には一緒に試行錯誤しながら実験の指導に当たってくださいました。ここまで研究を進められたのは他ならぬ越智先生のご指導に依るものです。ありがとうございます。

粒子物理学研究室のボスである藏重先生をはじめ竹内先生、山崎先生、身内先生には粒子物理学分野に入門したばかりの我々に対し理論面の指導や真空容器や半導体検出器をはじめ、実験器具の取扱いについてたくさんのご指導をいただきました。ここに感謝いたします。

研究室の先輩にあたる斎藤さんには卒業研究発表会では桑野担当分のスライド校正をしていただきました。同期の礒部君には研究室のアイドルとして癒しとして大変お世話になりました。

最後にこの5人で卒業研究を半年間共に行ってきましたメンバーに対し感謝の意を表し、これにて筆を置かせていただきます。