

パラポジトロニウムの崩壊による量子力学の検証

神戸大学理学部物理学科

門田隆太郎（第1章～4章）

大里洋輝（第5章～7章）

平成26年3月10日

目次

第 1 章	理論	3
1.1	EPR パラドックス	3
1.2	ベルの不等式	3
1.3	ベルの不等式の導出	4
1.4	量子力学におけるベルの不等式の破れ	4
第 2 章	測定原理	6
2.1	2つの光子の相関の測定方法	6
第 3 章	セットアップ	9
3.1	実験装置	9
3.2	イベントトリガー条件	9
3.3	データ取得システム	9
第 4 章	エネルギー較正	15
4.1	エネルギー較正の目的	15
4.2	NaI シンチレーター	15
4.3	プラスチックシンチレーター	16
第 5 章	幾何学的補正	21
5.1	幾何学的補正	21
5.2	シミュレーション概要	22
5.3	シミュレーションの確認	24
5.4	シミュレーション結果	27
第 6 章	測定、解析	28
6.1	測定緒元	28
6.2	使用するイベントの切り取り	29
6.3	測定結果	32
6.4	イベント数の角度依存性	32
第 7 章	結果、考察	36
7.1	結果	36
7.2	考察	37
7.3	結論	37

概要

パラポジトロニウムは崩壊して反対方向に2つの光子を放出する。このとき、1つのガンマ線の円偏光状態を測定すると、もう1つのガンマ線の円偏光状態は角運動量保存則により確実に予言できる。一方、片方の光子の測定結果はもう片方の光子の状態に影響しないという主張もできる。これは、EPR パラドックスと呼ばれ、このパラドックスを説明するのに、“量子力学”と“隠れた変数理論”の2つの理論が主張された。

本実験では、パラポジトロニウムの崩壊によって反対方向に放出される2つの光子を90°にコンプトン散乱させた。コンプトン散乱の断面積と、散乱角および散乱面と偏光面のなす角は、クライン・仁科の式に従うことを用いて、隠れた変数理論の場合に成り立つベルの不等式の検証を行った。

その結果、隠れた変数理論が棄却され、量子力学を支持する結果を得た。

第1章 理論

1.1 EPR パラドックス

パラポジトロニウム（スピン1重項）の崩壊は、

$$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma \quad (1.1)$$

と表される。この反対方向に放出される2つのガンマ線を光子1, 光子2と呼ぶことにする。ここで、角運動量保存則より、光子1, 2の状態は、

$$|F\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|R_1\rangle|R_2\rangle - |L_1\rangle|L_2\rangle\} \quad (1.2)$$

と書ける。ただし、 R は右円偏光状態、 L は左円偏光状態を表す。後で用いるが、

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|x\rangle + i|y\rangle\}, |L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|x\rangle - i|y\rangle\} \quad (1.3)$$

より [1],

$$|F\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}\{|x_1\rangle|y_2\rangle + |y_1\rangle|x_2\rangle\} \quad (1.4)$$

と直線偏光状態で書ける。この系において、次の2つの主張ができる。

1. 光子1で右（左）円偏光を測定すると、光子2は右（左）円偏光だと確実に予言できる。
2. アインシュタインの局所性の原理によると、光子1の測定は光子2に影響しない。

この1.と2.は矛盾する。これが、EPRパラドックスと呼ばれるものである。

これを量子力学で説明すると、光子の偏光は観測するまでは重ね合わせの状態で表され、一方の偏光を測定した瞬間に他方の偏光が決定されるということになる。

一方、アインシュタインは隠れた変数理論を主張した。光子の偏光は崩壊した時から決まっていて、まだ見つかっていない未知の変数（隠れた変数）が偏光を支配している、というものである。

本実験では、この系を支配する法則が量子力学なのか隠れた変数理論なのかを検証した。

1.2 ベルの不等式

ϕ 方向（ ϕ のとり方について、詳しくは後述する。現段階では、測定器のパラメーターと考えておけば十分である。）での光子1, 2の直線偏光観測値を $a(\phi), b(\phi)$ とする。これらは、偏光面がある面に平行であれば+1を、垂直であれば-1をとるものとする。

このとき,

$$\langle A(\phi) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a^{(j)}(\phi), \quad \langle B(\phi) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N b^{(j)}(\phi) \quad (1.5)$$

とすると, 隠れた変数理論が正しいならば, ベルの不等式

$$-2 \leq C \leq 2 \quad (1.6)$$

が成立する [2]。ただし,

$$C = \langle A(\phi_1)B(\phi_2) \rangle + \langle A(\phi_3)B(\phi_2) \rangle - \langle A(\phi_1)B(\phi_4) \rangle + \langle A(\phi_3)B(\phi_4) \rangle \quad (1.7)$$

である。

1.3 ベルの不等式の導出

$\langle A(\phi) \rangle, \langle B(\phi) \rangle$ は, 確率分布 $P(\lambda)$ を用いて (λ :隠れた変数),

$$\langle A(\phi) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\lambda} P(\lambda) a(\phi, \lambda), \quad \langle B(\phi) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\lambda} P(\lambda) b(\phi, \lambda) \quad (1.8)$$

と書ける。 $a_1 = a(\phi_1, \lambda), a_3 = a(\phi_3, \lambda), b_2 = b(\phi_2, \lambda), b_4 = b(\phi_4, \lambda)$ とおくと,

$$\begin{aligned} |(a_1 + a_3)b_2 - (a_1 - a_3)b_4| &\leq |(a_1 + a_3)b_2| + |(a_1 - a_3)b_4| \\ &= |a_1 + a_3||b_2| + |a_1 - a_3||b_4| \\ &\leq |a_1 + a_3| + |a_1 - a_3| \\ &= 2 \end{aligned} \quad (1.9)$$

となるので,

$$-2 \leq (a_1 + a_3)b_2 - (a_1 - a_3)b_4 \leq 2 \quad (1.10)$$

が得られる。 $\sum_{\lambda} P(\lambda)$ を作用させると, ベルの不等式

$$-2 \leq C \leq 2 \quad (1.11)$$

が得られる。

1.4 量子力学におけるベルの不等式の破れ

光子 1 の直線偏光状態を x 軸方向で観測し, 光子 2 の直線偏光状態を x 軸から ϕ ずらした x' 軸方向で観測することを考える。このとき x, y と x', y' の関係は,

$$|x\rangle = |x'\rangle \cos \phi - |y'\rangle \sin \phi \quad (1.12)$$

$$|y\rangle = |x'\rangle \sin \phi + |y'\rangle \cos \phi \quad (1.13)$$

となる。よって、光子の状態は、

$$\begin{aligned}
 |F\rangle &= \frac{i}{\sqrt{2}}\{|x_1\rangle|y_2\rangle + |y_1\rangle|x_2\rangle\} \\
 &= \frac{i}{\sqrt{2}}\{|x_1\rangle|x'\rangle \sin\phi + |x_1\rangle|y'\rangle \cos\phi + |y_1\rangle|x'\rangle \cos\phi - |y_1\rangle|y'\rangle \sin\phi\} \quad (1.14)
 \end{aligned}$$

とかける。

1. 光子1で x 偏光を測定した ($a = +1$) とき、光子の状態は、

光子1 $|x_1\rangle$

光子2 $|x'\rangle \sin\phi + |y'\rangle \cos\phi$

となる。したがって、

$$b = +1 \text{ となる確率 } \frac{1}{2} \sin^2\phi$$

$$b = -1 \text{ となる確率 } \frac{1}{2} \cos^2\phi$$

が得られる。

2. 光子1で y 偏光を測定した ($a = -1$) とき、光子の状態は、

光子1 $|y_1\rangle$

光子2 $|x'\rangle \cos\phi - |y'\rangle \sin\phi$

となる。したがって、

$$b = +1 \text{ となる確率 } \frac{1}{2} \cos^2\phi$$

$$b = -1 \text{ となる確率 } \frac{1}{2} \sin^2\phi$$

が得られる。

1.,2. より、

$$\begin{aligned}
 \langle AB \rangle &= \frac{1}{2} \sin^2\phi - \frac{1}{2} \cos^2\phi - \frac{1}{2} \cos^2\phi + \frac{1}{2} \sin^2\phi \\
 &= \sin^2\phi - \cos^2\phi \\
 &= -\cos 2\phi \quad (1.15)
 \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\phi_1 = \frac{3\pi}{8}, \phi_2 = \frac{\pi}{4}, \phi_3 = \frac{\pi}{8}, \phi_4 = 0$ のとき、

$$\begin{aligned}
 C &= \langle A(\phi_1)B(\phi_2) \rangle + \langle A(\phi_3)B(\phi_2) \rangle - \langle A(\phi_1)B(\phi_4) \rangle + \langle A(\phi_3)B(\phi_4) \rangle \\
 &= -\cos 2\left(\frac{3\pi}{8} - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 2\left(\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 2\left(\frac{3\pi}{8} - 0\right) - \cos 2\left(\frac{\pi}{8} - 0\right) \\
 &= -2\sqrt{2} \leq -2 \quad (1.16)
 \end{aligned}$$

となり、量子力学はベルの不等式を破る。

第2章 測定原理

2.1 2つの光子の相関の測定方法

線源および検出器の配置の概略図を図 2.1 に示す。線源に用いた ^{22}Na は、 β^+ 崩壊 ($u \rightarrow d + e^+ + \nu_{e^-}$) により陽電子を放出する。この陽電子と付近の電子がパラポジトロニウムを形成する。パラポジトロニウムは、125[ps] の寿命で崩壊し、反対方向に2つの光子が放出される。本実験では、これらの光子をプラスチックシンチレーターで散乱角が 90° のコンプトン散乱をさせ、コンプトン散乱された光子 1, 2 が上下の NaI で同時に観測される確率の ϕ 依存を調べた。ここで、 ϕ は上下の NaI の向きのなす角である。プラスチックシンチレーターでコンプトン散乱により光子が失ったエネルギーを測定し、NaI で散乱された光子のエネルギーを測定する。この2つのエネルギーを足して 511[keV] になるイベントだけをトリガーすることにより、ポジトロニウム由来のガンマ線を測定できる。

コンプトン散乱における断面積と偏光の関係は、散乱角を θ 、散乱面と偏光面のなす角を η とすると、クライン・仁科の式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0} \right)^2 (\zeta - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \eta) \quad (2.1)$$

に従う [3]。ただし、

$$\begin{aligned} k_0 &: \text{入射ガンマ線の波数} \\ k_s &= \frac{k_0}{1 + \frac{\hbar\alpha}{m_e c} (1 - \cos \theta)} : \text{散乱ガンマ線の波数} \\ \zeta &= \frac{k_s}{k_0} + \frac{k_0}{k_s} : \text{波数の比} \\ r_e &= \frac{\hbar\alpha}{m_e c} : \text{古典的電子半径} \end{aligned} \quad (2.2)$$

である。

今、偏光状態を知りたいので η を知る必要がある。クライン・仁科の式の $\sin^2 \theta \cos^2 \eta$ に注目すると、散乱角を 90° とすれば効率がよいことがわかる。

散乱面と偏光面が平行 ($\eta = 0^\circ$) な場合と垂直 ($\eta = 90^\circ$) な場合、クライン・仁科の式はそれぞれ、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0} \right)^2 (\zeta - 2 \sin^2 \theta) \quad (2.3)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0} \right)^2 \zeta \quad (2.4)$$

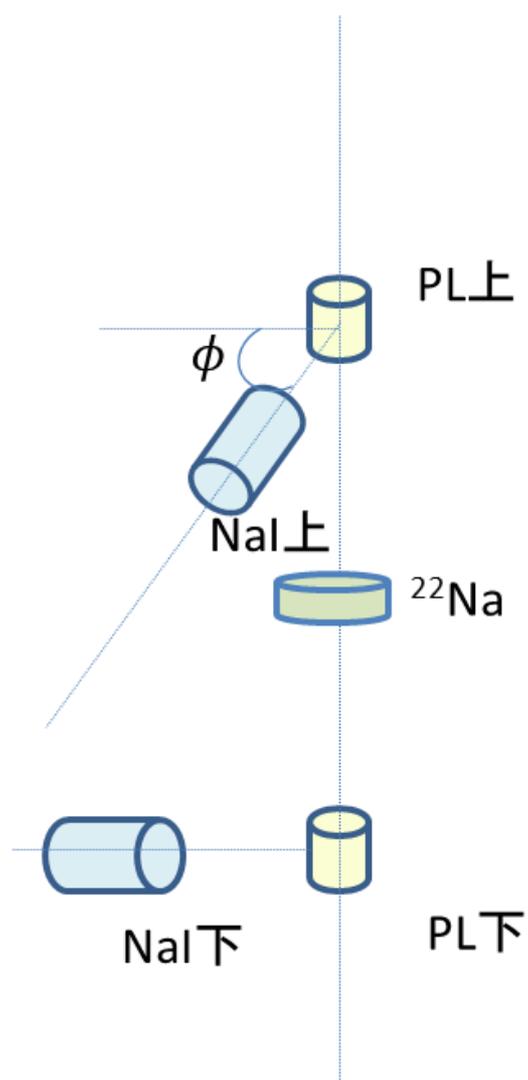


図 2.1: 線源および検出器の配置の概略図

と書ける。よって、 $\theta = 90^\circ$ のとき、

$$\text{散乱面 1 // 偏光面 1 となる確率} \quad \frac{\zeta_1 - 2}{2(\zeta_1 - 1)} \quad (2.5)$$

$$\text{散乱面 1 } \perp \text{ 偏光面 1 となる確率} \quad \frac{\zeta_1}{2(\zeta_1 - 1)} \quad (2.6)$$

と求まる。

また、隠れた変数理論において、 $\langle AB \rangle = -q \cos 2\phi$ と仮定すると、散乱面 1 // 偏光面 1 のとき、 $A = +1$ より、 $\langle B \rangle = -q \cos 2\phi$ となる。このとき、 $B = \pm 1$ の確率を c_{\pm} とすると ($c_+ + c_- = 1$)、

$$c_+ - c_- = -q \cos 2\phi \quad (2.7)$$

となる。よって、

$$c_+ = \frac{1 - q \cos 2\phi}{2} \quad (2.8)$$

$$c_- = \frac{1 + q \cos 2\phi}{2} \quad (2.9)$$

が得られる。

以上より、光子 1, 2 が上下の検出器で同時に観測される確率は、散乱面 1 // 偏光面 1 のとき、

$$\frac{\zeta_1 - 2}{2(\zeta_1 - 1)} \left[\frac{1 - q \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2 - 2}{2(\zeta_2 - 1)} + \frac{1 + q \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2}{2(\zeta_2 - 1)} \right] \quad (2.10)$$

散乱面 1 \perp 偏光面 1 のとき

$$\frac{\zeta_1}{2(\zeta_1 - 1)} \left[\frac{1 + q \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2 - 2}{2(\zeta_2 - 1)} + \frac{1 - q \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2}{2(\zeta_2 - 1)} \right] \quad (2.11)$$

となるので、これらの和

$$P(\phi) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - q \frac{1}{\zeta_1 - 1} \frac{1}{\zeta_2 - 1} \cos 2\phi \right\} \quad (2.12)$$

が、上下の検出器で同時に観測される確率である。実験では ϕ を変えながらレートを測定し、この式でフィットすることにより、 q の値を求める。

量子力学では、(15) 式より、 $q = 1$ となる。隠れた変数理論では、(16) 式の C に q を乗じることにより、 $q < \frac{1}{\sqrt{2}}$ となる。

第3章 セットアップ

3.1 実験装置

実験装置の概略図を図 3.1 に、写真を図 3.2 示す。プラスチックシンチレーターの大きさは、 $20[\text{mm}] \times 20[\text{mm}] \times 100[\text{mm}]$ であり、NaI(Tl)の大きさは、 $50[\text{mm}]\phi \times 50[\text{mm}]$ である。ここで、プラスチックシンチレーターを用いたのは、プラスチックは平均原子番号が小さく光電効果をほとんど起こさず、コンプトン散乱を中心に起こすからである。NaIを用いたのは、比較的原子番号が大きく光電効果を起こし、エネルギー測定に適しているからである。なお、NaIを上下に2つずつ計4つ準備することにより、一度に4通りの ϕ (A-1とB-1, A-1とB-2, A-2とB-1, A-2とB-2)に関するデータを取ることができる。線源 ^{22}Na の強度は実験時で約 $4.5 \times 10^5 [\text{Bq}]$ であった。線源は真鍮製のコリメーター ($10[\text{mm}]\phi$ の穴が両側に空いているもの) に入れ、ガンマ線が直接 NaI で検出されないようにした。各検出器には光電子増倍管 (各検出器とも、浜松ホトニクス製 H6410) を取り付け、シンチレーション光を増倍した。なお、NaI-A1 および NaI-A2 は可動式となっており、これらを移動させることにより上下の NaI の向きのなす角 ϕ を変化させながら実験を行った。今回の実験では、図 3.3 のように配置を変えながら実験を行った。青が上側の NaI(-A1,A2)、黒が下側の NaI(-B1,B2) を表す。

3.2 イベントトリガー条件

ここまで述べてきたように、本実験では“光子 1, 2 を上下で同時に観測する”イベントを見ようとしている。そのためのイベントトリガー条件を図 3.4 に示す。ポジトロニウムから反対方向に放出された光子 1, 2 が上下でコンプトン散乱されるので、PLA と PLB の AND をとる。コンプトン散乱された光子 1 が、上のどちらかの NaI で観測されるので、NaI-A1 と NaI-A2 の OR をとる。同様に、NaI-B1 と NaI-B2 の OR をとる。以上 3 条件が同時に起こる時なので、この 3 条件の AND をとった。トリガーレートは表 3.1 の通りである。A-1 と A-2 を入れ替えたデータも用いたものは、それぞれのレートを表記した。

3.3 データ取得システム

データの取得システムを図 3.5 に示す。以下、各装置について説明する。

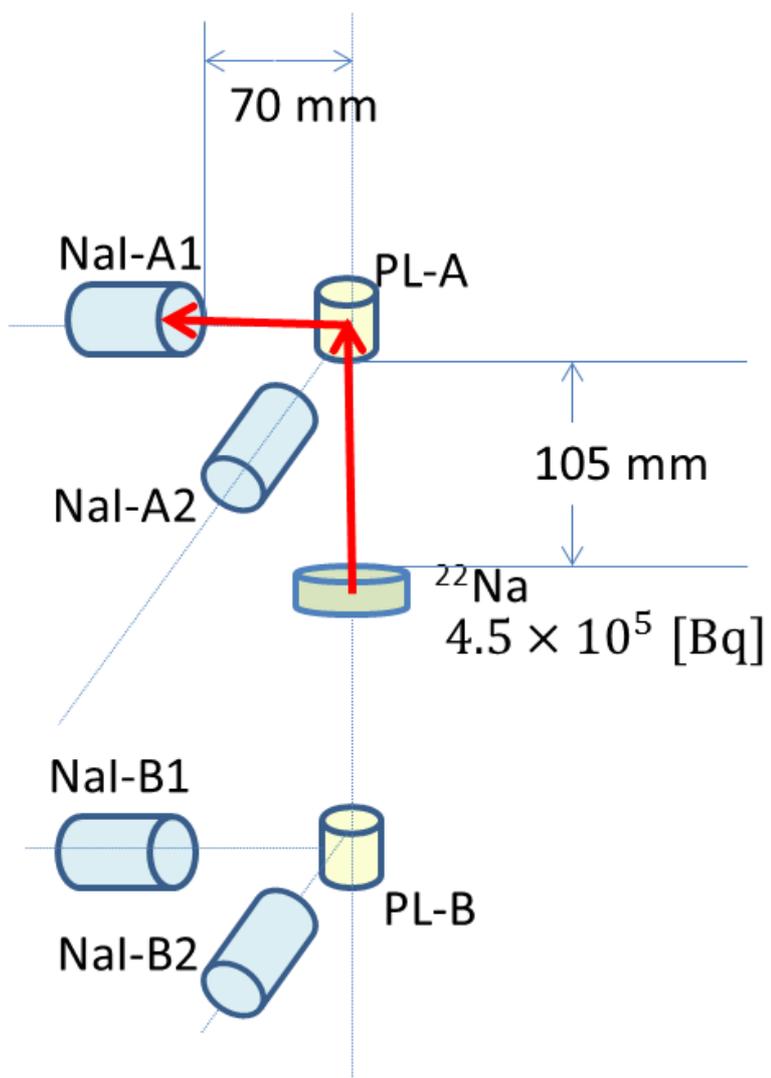


図 3.1: 実験装置の概略図

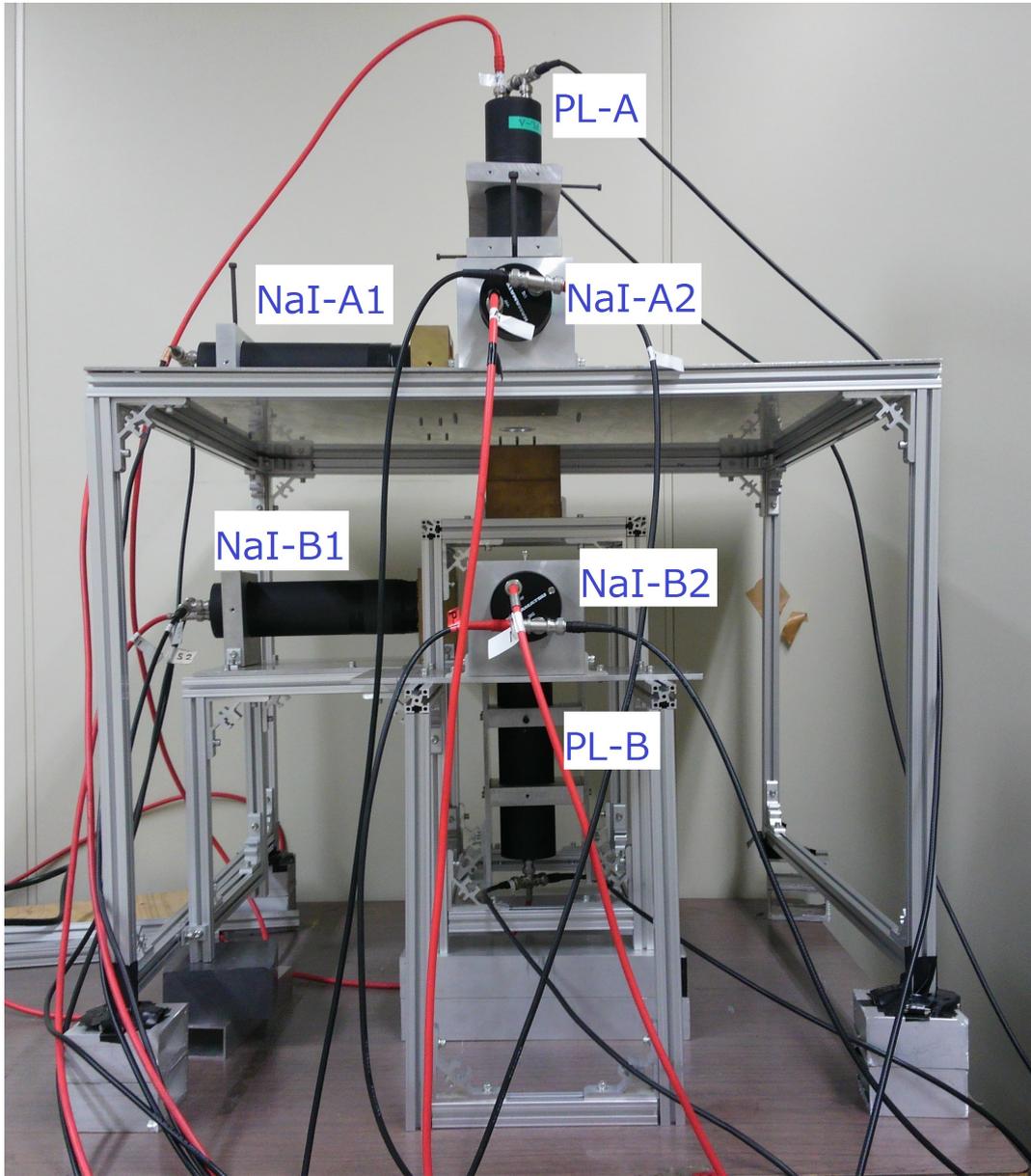


图 3.2: 実験装置

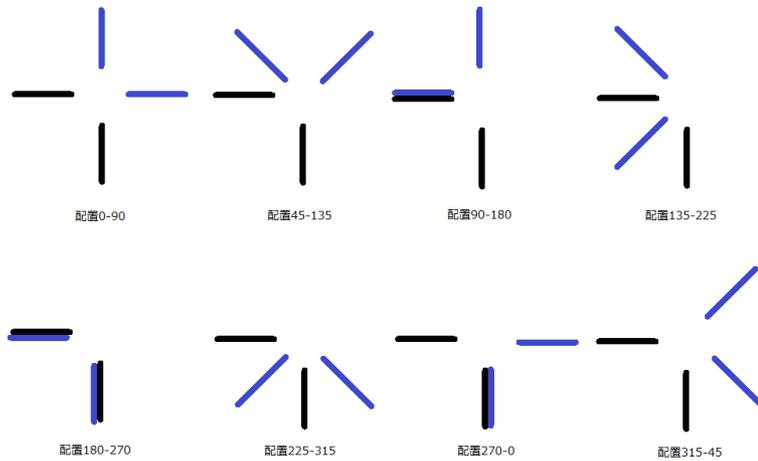


図 3.3: NaI の配置

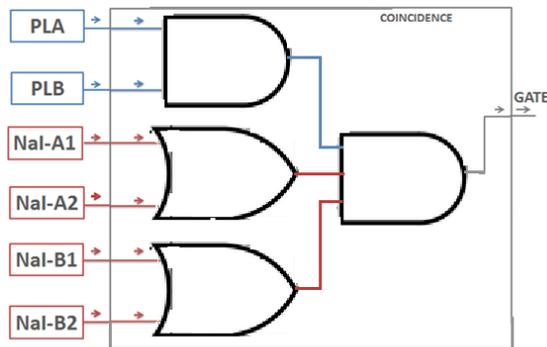


図 3.4: イベントトリガー条件

高電圧

光電子増倍管の高電圧に，プラスチックシンチレーターには，セイコー・イーゲーアンドジー製 SY527 を用い，NaI には，林栄精器製 RPH-030 を用いた。各光電子増倍管への印加電圧は，後のエネルギー較正により決定した。

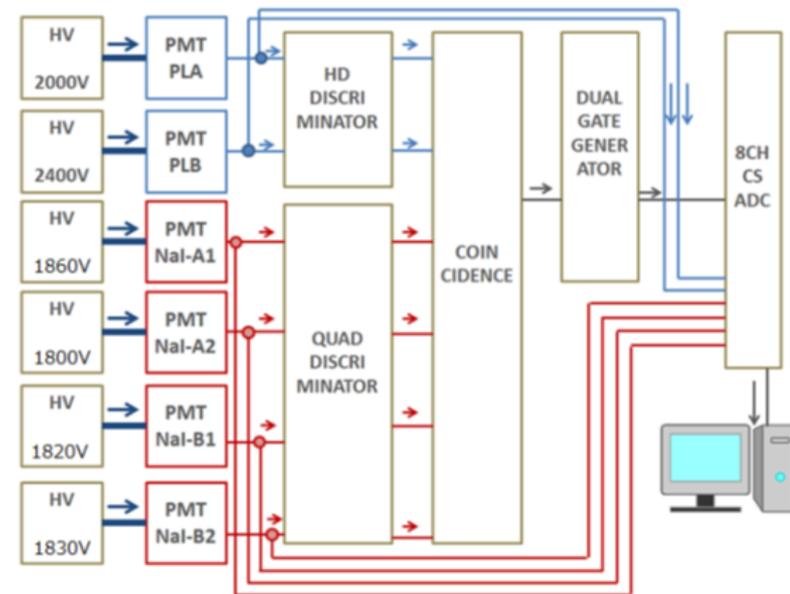


図 3.5: データ取得システム

表 3.1: トリガーレート [$count/180s$]

配置	トリガーレート
0-90	54,65
45-135	52,51
90-180	68
135-225	68
180-270	51
225-315	59
270-0	67
315-45	70,72

ディスクリミネーター

低エネルギーのノイズを除去するために、ディスクリミネーターを用いた。プラスチックシンチレーターには、林栄精器製 RPN-110 を用い、NaI には、Kaizu Works 製 KN241 を用いた。

コインシデンス

前節で述べたイベントトリガー条件をコインシデンス (豊伸電子製 N017) に組み込んだ。

ゲートジェネレーター

ゲートジェネレーターは、豊伸電子製 N014 を用いた。トリガー条件を満たした時に、信号がゲートに入るように調節した。ゲート幅を $10[\mu s]$ とすると、信号がゲートにうまく入り込んだ。

電荷測定アナログデジタル変換機

それぞれの信号を電荷測定アナログデジタル変換機 (豊伸電子製 V005) で記録した。

第4章 エネルギー較正

4.1 エネルギー較正の目的

本実験では、光電子増倍管からの電荷量を ADC 値で測定している。よって、この ADC 値とガンマ線のエネルギーの対応を知る必要がある。ゆえに、エネルギー較正を行わなければならない。なお、増幅率は各光電子増倍管で同じとなるように高電圧を調整した。

このエネルギー較正を正確に行わないと様々な問題が生じうる。実験中に増幅率が変動してしまえば、エネルギーがわからなくなってしまう。また、増幅率が下がりすぎると、必要なデータがディスクリミネーターの閾値以下になってしまう恐れもある。

4.2 NaI シンチレーター

線源として、 ^{137}Cs および ^{22}Na を用いた。ここでは、NaI-A1 について説明する（他の NaI も同様）。

まず、信号がない状態、つまり零点でのヒストグラムをとった。そのために、ゲートに信号が入らないようにする必要がある。ゲートの生成を $10[\mu\text{s}]$ だけ遅らせることにより、ゲートに信号が入らないようにした。そうして得られたヒストグラムを図 4.1 に示す。これをガウス関数でフィッティングした結果、最確値 1334 および標準偏差 25 という結果が得られた。

^{137}Cs のヒストグラムを図 4.2 に示す。右側のピークが光電効果によるもので、その左のエッジ以下がコンプトン散乱によるものである。この光電ピークが ^{137}Cs から発せられる、 $662[\text{keV}]$ のガンマ線のエネルギーに対応する。これをガウス関数でフィッティングした結果、最確値 11890 および標準偏差 352.2 という結果が得られた。なお、エネルギー分解能を求めておくと、

$$\begin{aligned}\frac{\sigma}{E} &= \frac{352.2 \pm 1.6}{11890 - 1334} \\ &= 3.336 \pm 0.015[\%]\end{aligned}\tag{4.1}$$

と得られる。

^{22}Na のヒストグラムを図 4.3 に示す。左側の山が $511[\text{keV}]$ のガンマ線のコンプトン散乱によるもので、右側のピークが $511[\text{keV}]$ のガンマ線の光電効果によるもので、その左のエッジ以下がコンプトン散乱によるものである。これも同様に光電ピークガウス関数でフィッティングした結果、最確値 9307 および標準偏差 367.7 という結果が得られた。こちらもエネルギー分解能を求めておくと、

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{367.7 \pm 2.7}{9307 - 1334}$$

$$= 4.612 \pm 0.033[\%] \quad (4.2)$$

と得られる。

以上のようにヒストグラムから得たデータから，較正式を求める。 ^{137}Cs の光電ピーク $662[\text{keV}]$ が ADC 値の

$$(11890 \pm 350) - (1334 \pm 25) = 10560 \pm 350 \quad (4.3)$$

に対応し， ^{22}Na の $511[\text{keV}]$ が ADC 値の

$$(9310 \pm 370) - (1334 \pm 25) = 10560 \pm 350 \quad (4.4)$$

に対応する。これら 2 点を，原点を通る直線でフィッティングした。その様子を図 4.4 に示す。フィッティングにより，傾きが $0.0632 \pm 0.0017[\text{keV}/\text{count}]$ と得られた。

また，エネルギー分解能は $\frac{1}{\sqrt{E}}$ に比例するので，フィッティングすると，図 4.5 のようになり， $\frac{\sigma}{E} = \frac{89.72 \pm 0.34}{\sqrt{E}}$ という関係式が得られた。

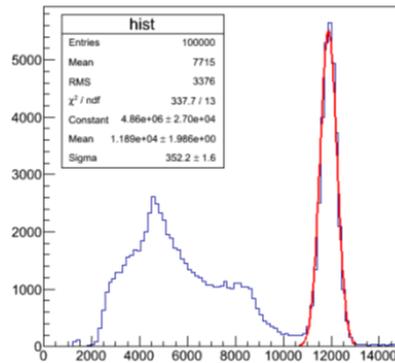
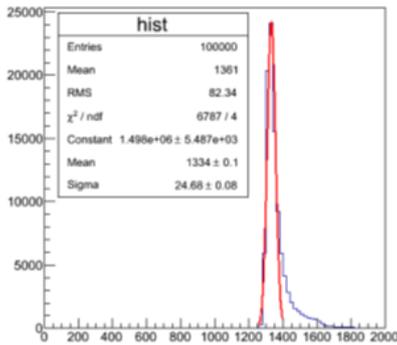


図 4.1: ペDESTALのヒストグラム (NaI-A1) 図 4.2: ^{137}Cs のヒストグラム (NaI-A1)

NaI-A2, NaI-B1, NaI-B2 に対しても同様にエネルギー較正を行った。結果は表 4.1 の通りである。

4.3 プラスチックシンチレーター

線源として， ^{137}Cs および ^{22}Na を用いた。ここでは，PL-A について説明する (PL-B も同様)。

NaI と同様に，まずは信号がない状態，つまり零点でのヒストグラムを図 4.6 に示す。これをガウス関数でフィッティングした結果，最確値 1347 および標準偏差 16 という結果が得られた。

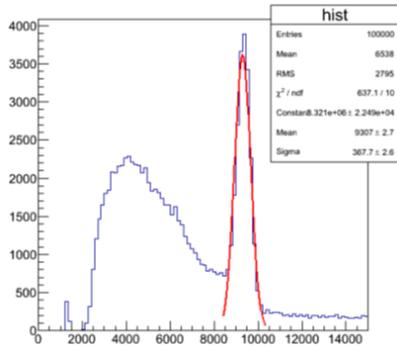


図 4.3: ^{22}Na のヒストグラム (NaI-A1)

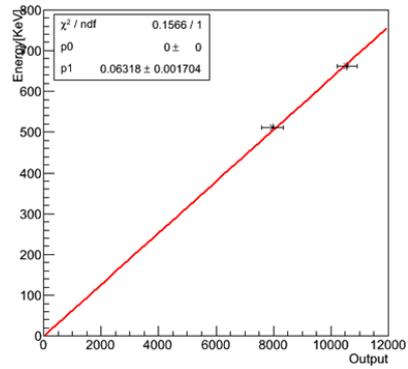


図 4.4: エネルギー較正式 (NaI-A1)

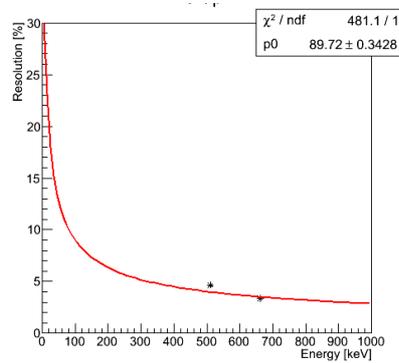


図 4.5: エネルギー分解能のエネルギー依存 (NaI-A1)

表 4.1: エネルギー較正の結果 (NaI)

NaI	高電圧 [V]	傾き [keV/count]	分解能 [%]
A-1	1860	0.0632 ± 0.0017	$\frac{89.72 \pm 0.34}{\sqrt{E}}$
A-2	1800	0.0649 ± 0.0017	$\frac{86.23 \pm 0.32}{\sqrt{E}}$
B-1	1820	0.0652 ± 0.0016	$\frac{82.13 \pm 0.26}{\sqrt{E}}$
B-2	1830	0.0639 ± 0.0017	$\frac{85.08 \pm 0.31}{\sqrt{E}}$

表 4.2: エネルギー較正の結果 (PL)

PL	高電圧 [V]	傾き [keV/count]	分解能 [%]
A	2000	0.0925 ± 0.0089	$\frac{276.8 \pm 7.8}{\sqrt{E}}$
B	2400	0.0974 ± 0.0096	$\frac{304.0 \pm 6.2}{\sqrt{E}}$

^{137}Cs のヒストグラムを図 4.7 に示す。プラスチックは平均原子番号が小さく、光電効果をほとんど起こさないので、コンプトンエッジのエネルギーを利用する。ヒストグラムに見えるコンプトンエッジが、 ^{137}Cs から発せられるガンマ線のコンプトンエッジのエネルギー 477[keV] に対応する。誤差関数でフィッティングした結果、最確値 6545 および標準偏差 655 という結果が得られた。なお、エネルギー分解能を求めておくと、

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{E} &= \frac{655 \pm 22}{6545 - 1347} \\ &= 12.60 \pm 0.42[\%] \end{aligned} \quad (4.5)$$

と得られる。

^{22}Na のヒストグラムを図 4.8 に示す。ヒストグラムに見えるコンプトンエッジが、 ^{22}Na から発せられるガンマ線のコンプトンエッジのエネルギー 341[keV] に対応する。これも同様に、誤差関数でフィッティングした結果、最確値 4986 および標準偏差 554 という結果が得られた。こちらもエネルギー分解能を求めておくと、

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{E} &= \frac{554 \pm 29}{4986 - 1347} \\ &= 15.22 \pm 0.80[\%] \end{aligned} \quad (4.6)$$

と得られる。

NaI と同様に、ヒストグラムから得たデータから較正式を求める。 ^{137}Cs のコンプトンエッジ 477[keV] が ADC 値の

$$(6550 \pm 650) - (1334 \pm 16) = 5200 \pm 650 \quad (4.7)$$

に対応し、 ^{22}Na の 341[keV] が ADC 値の

$$(4990 \pm 550) - (1334 \pm 16) = 3640 \pm 550 \quad (4.8)$$

に対応する。これら 2 点を、原点を通る直線でフィッティングした。その様子を図 4.9 に示す。フィッティングにより、傾きが $0.0925 \pm 0.0089[\text{keV/count}]$ と得られた。

エネルギー分解能も NaI と同様にフィッティングすると、図 4.10 のようになり、 $\frac{\sigma}{E} = \frac{276.8 \pm 7.8}{\sqrt{E}}$ という関係式が得られた。

PL-B に対しても同様にエネルギー較正を行った。結果は表 4.2 の通りである。

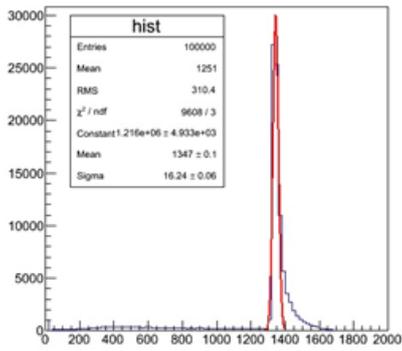


図 4.6: ペDESTALのヒストグラム (PL-A)

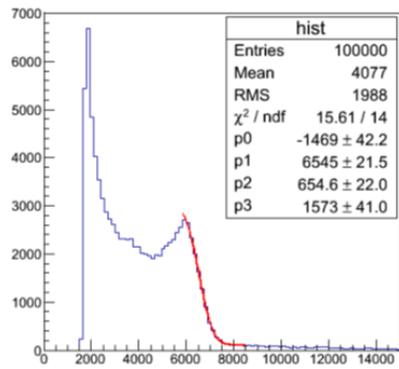


図 4.7: ^{137}Cs のヒストグラム (PL-A)

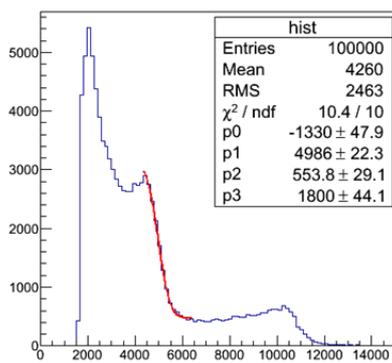


図 4.8: ^{22}Na のヒストグラム (PL-A)

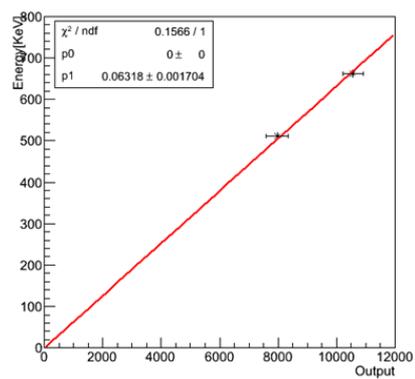


図 4.9: エネルギー較正式 (PL-A)

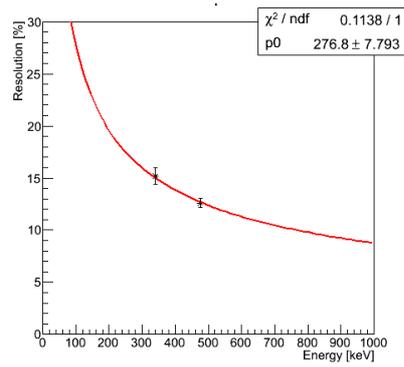


図 4.10: エネルギー分解能のエネルギー依存 (PL-A)

第5章 幾何学的補正

本章では、上下の検出器でガンマ線が同時に測定される確率 $P(\phi)$ に検出器の大きさを考慮した幾何学的補正を加えるために行ったモンテカルロシミュレーションについて述べる。

5.1 幾何学的補正

第2章で述べたように、上下のシンチレータの成す角を ϕ とすると、上下のシンチレータで2つのガンマ線を同時に測定する確率（同時測定率） $P(\phi)$ は、

$$P(\phi) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - q \left(\frac{1}{\zeta_1 - 1} \right) \left(\frac{1}{\zeta_2 - 1} \right) \cos 2\phi \right\} \quad (5.1)$$

と書けた。しかし、波数の比 ζ はコンプトン散乱角 θ_C に依っており、実際の実験ではシンチレータが大きさを持つため、この θ_C を一意に固定することはできない。しかし、同時測定率 $P(\phi)$ は、

$$\begin{aligned} P(\phi) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - q \left(\frac{N_{\parallel 1} - N_{\perp 1}}{N_{\parallel 1} + N_{\perp 1}} \right) \left(\frac{N_{\parallel 2} - N_{\perp 2}}{N_{\parallel 2} + N_{\perp 2}} \right) \cos 2\phi \right\} \\ &= \frac{1}{2} (1 - qg \cos 2\phi) \end{aligned} \quad (5.2)$$

と書ける。ここで、

$$\begin{aligned} g &\equiv \left(\frac{N_{\parallel 1} - N_{\perp 1}}{N_{\parallel 1} + N_{\perp 1}} \right) \left(\frac{N_{\parallel 2} - N_{\perp 2}}{N_{\parallel 2} + N_{\perp 2}} \right) \\ &= \left(\frac{N_{\parallel} - N_{\perp}}{N_{\parallel} + N_{\perp}} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.3)$$

であり、 N_{\parallel} : 図5.1において zx 平面に平行な偏光面を持つ光子の測定個数、 N_{\perp} : 図5.1において zx 平面に垂直な偏光面を持つ光子の測定個数である。よって、シミュレーションにより、 N_{\parallel} と N_{\perp} を求めることにより、 g を計算することで、同時測定率 $P(\phi)$ に幾何学的補正を加える。

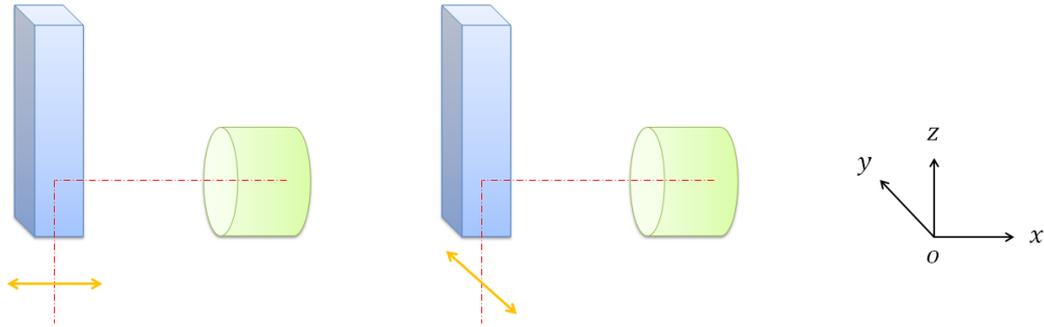


図 5.1: 左図：偏光面が zx 平面に平行な場合、右図：偏光面が zx 平面に垂直な場合

5.2 シミュレーション概要

以下に、モンテカルロシミュレーションの概要を示す。位置 (x, y, z) の単位を省略しているが、全て [mm] である。

1. 線源 (半径 : 5 mm, 厚さ : 3 mm) 内でパラポジトロニウムが崩壊した座標を任意に決定し、 (x_0, y_0, z_0) とした。
2. 位置 (x_0, y_0, z_0) から、天頂角 θ 、方位角 ϕ で等方的に光子を撃った。0 から 1 までの乱数 Rand を用いて、 $\theta = \arccos\{1 - (1 - \cos\theta') \cdot \text{Rand}\}$ 、 $\phi = 2\pi \cdot \text{Rand}$ とした。ここで、シミュレーションの効率を良くするため、 $\theta' = \arctan(1.0/4.5)$ とした。
3. 光子がコリメータを通り抜けられるかどうか判定した。コリメータの上端平面上の座標を $(x_1, y_1, z_1 = 42.5)$ とし、 $x_1^2 + y_1^2 \leq 5^2$ を満たす事象以外を捨てた。
4. 光子がプラスチックシンチレータに入るかどうか判定した。光子がプラスチックシンチレータの下端平面上に入射した座標を $(x_2, y_2, z_2 = 105)$ とし、 $-10 \leq x_2 \leq 10$ かつ $-10 \leq y_2 \leq 10$ 以外の事象を捨てた。
5. 光子がプラスチックシンチレータに入射した位置から、コンプトン散乱を起こすまでの距離 l_C だけ進んだ位置 (x_3, y_3, z_3) がプラスチックシンチレータの内部かどうか判定した。ここで、 $\int_0^{l_C} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{l}{\lambda}} dl$ ($\lambda = 100 \text{ mm} : 511 \text{ keV}$ のガンマ線に対するプラスチックシンチレータの吸収長) は、光子がプラスチックシンチレータ内を l_C だけ進んだときにコンプトン散乱している確率なので、これを 0 から 1 までの乱数 Rand に等しいとすると、 $l_C = -\lambda \log(1 - \text{Rand})$ と求まる。こうして求まった (x_3, y_3, z_3) に対して、 $-10 \leq x_3 \leq 10$ かつ $-10 \leq y_3 \leq 10$ かつ $z_2 \leq z_3 \leq z_2 + 100$ を満たす事象以外を捨てた。
6. クライン仁科の公式より、コンプトン散乱角 θ_C 、偏光面と散乱面の成す角 η_C でコンプトン散乱させた。ここで、

$$\frac{d\sigma}{d\theta_C d\eta_C} \propto \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 (\zeta - 2 \sin^2 \theta_C \cos^2 \eta_C) \sin \theta_C$$

であり、右辺を $f(\theta_C, \eta_C)$ と置き、その最大値を f_{\max} とする。 $0 \leq \theta_C \leq \pi$, $-\pi \leq \eta_C \leq \pi$ を満たす (θ_C, η_C) の組を $f(\theta_C, \eta_C)$ に代入し、その値が f_{\max} に 0 から 1 までの乱数を掛けた値 $f_{\max} \cdot \text{Rand}$ 以下のとき、その (θ_C, η_C) の組でコンプトン散乱させた。

7. コンプトン散乱後、NaIシンチレータに入るかどうか判定した。光子がNaIシンチレータの前方平面上に入射した座標を $(x_4 = 80, y_4, z_4)$ とし、 $y_4^2 + |z_4 - (z_2 + 25)|^2 \leq 25^2$ 以外の事象を捨てた。
8. 光子がNaIシンチレータに入射した位置から光電効果を起こすまでの距離 $l_{p.e}$ だけ進んだ位置 (x_5, y_5, z_5) がNaIシンチレータの内部かどうか判定した。 $l_{p.e}$ の求め方は5の議論と同じであるが、吸収長は255.5 keVのガンマ線に対するNaIシンチレータの吸収長 $\lambda' = 42$ mmを用いた。そして、 $x_4 \leq x_5 \leq x_4 + 50$ かつ $y_5^2 + |z_5 - (z_2 + 25)|^2 \leq 25^2$ を満たす事象が、NaIシンチレータで光電効果を起こした事象である。
9. 光子がNaIシンチレータで光電効果を起こした事象数を、偏光面が zx 平面に平行な場合 ($\eta'_C = \eta_C$) と zx 平面に垂直な場合 ($\eta'_C = \eta_C + 90^\circ$) で数え上げることにより、 N_{\parallel} , N_{\perp} を求め、式(5.3)に代入することで g を求めた。

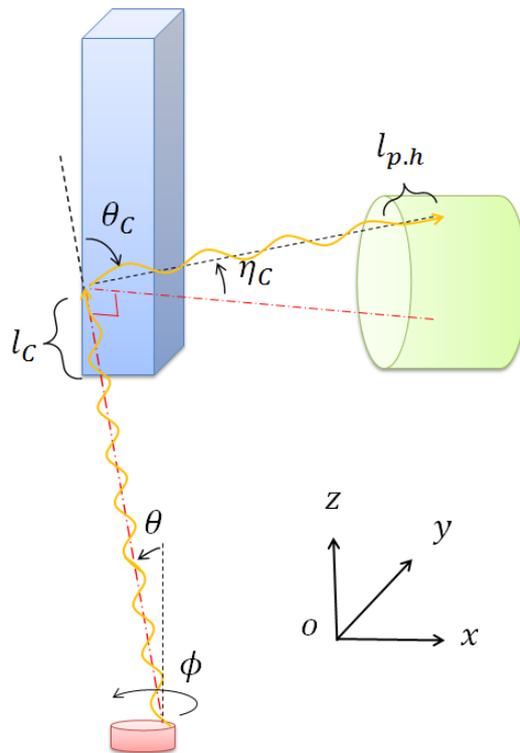


図 5.2: シミュレーション概要の説明図

5.3 シミュレーションの確認

ここで、前節のシミュレーション結果を示す前に、このシミュレーションが本実験を再現しているかどうかを確認する。

まず、図 5.3 は、光子が放出された位置、コンプトン散乱、光電効果を起こした位置をプロットしたものである。赤色の点が線源内で光子が放出された位置、青色が光子がプラスチックシンチレータでコンプトン散乱した位置、緑色が光子が NaI シンチレータで光子が光電効果を起こした位置である。この図より、線源、プラスチックシンチレータ、NaI シンチレータの形状を再現できていることが確認できる。また、図 5.4 の左は光子がプラスチックシンチレータでコンプトン散乱したイベント数分布を、右は光子が NaI シンチレータで光電効果を起こしたイベント数分布を各シンチレータの前方からの距離に対してヒストグラムにしたものである。ここで、シンチレータで相互作用する光子の個数は指数関数 ($e^{-\lambda x}$) で減少するはずであり、実際に、これらグラフでは、相互作用する光子数はシンチレータの前方で多く、後方で少なくなっている。ところで、シンチレータで相互作用する

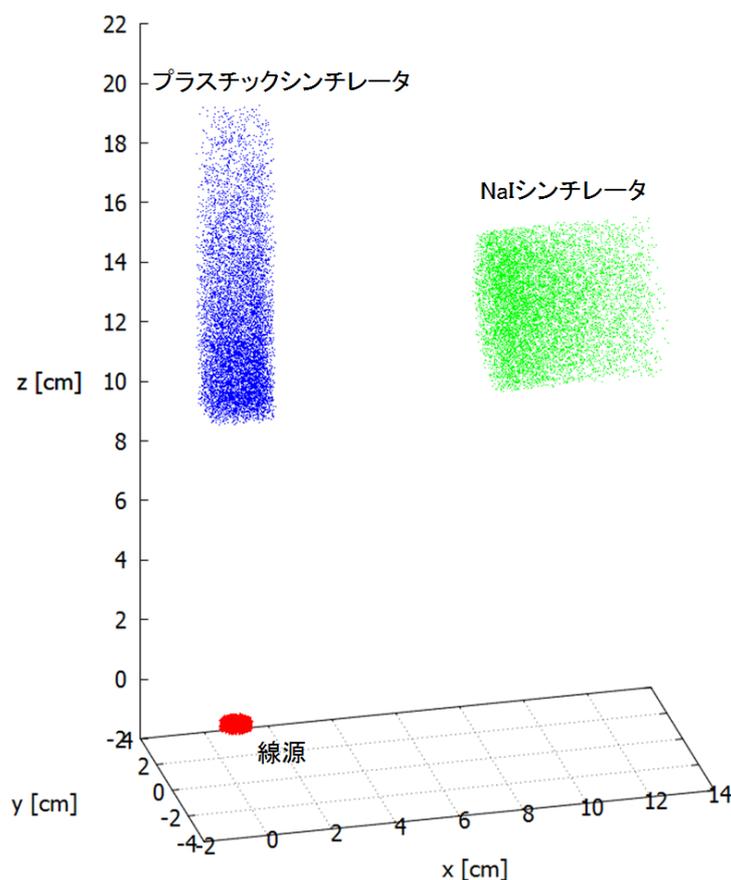


図 5.3: 赤: 光子が放出された位置 (x_0, y_0, z_0) 、青: コンプトン散乱した位置 (x_3, y_3, z_3) 、緑: 光電効果を起こした位置 (x_5, y_5, z_5)

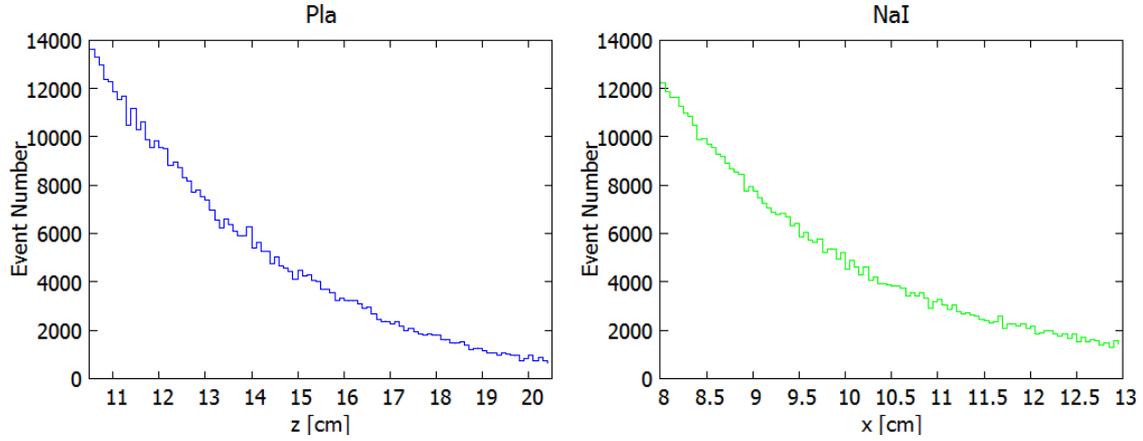


図 5.4: 左: プラスチックシンチレータでコンプトン散乱した光子数のヒストグラム、右: NaI シンチレータで光電効果を起こした光子数のヒストグラム

光子数は $e^{-\frac{z}{\lambda}}$ よりも速く減少しているが、これは、光子がシンチレータの側面から抜けていき、相互作用できる光子の個数がその分だけ減少するためである。

次に、光子がプラスチックシンチレータに落としたエネルギー分布を図 5.5 の左側に、NaI シンチレータに落としたエネルギー分布を右側に示す。それぞれのエネルギー分布において、シミュレーションにより得られた結果を上、中段に、実測により得られた結果を下段に示している。また、シミュレーションと実測で全イベント数を一致させている。まず、プラスチックシンチレータに落とされるエネルギーは、コンプトン散乱によってガンマ線に反跳された電子のエネルギーなので、それを E_e とすると、

$$\begin{aligned}
 E_e &= \frac{\frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos \theta_C)}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos \theta_C)} h\nu \\
 &= 511 \times \frac{1 - \cos \theta_C}{2 - \cos \theta_C} [\text{keV}]
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

と書ける。図 5.5 の左上はこの式 (5.4) によって描かれたヒストグラムである。そして、光子が光電子増倍管の光電面で光電効果を起こすかどうかは統計的過程なので、エネルギー分布はガウス分布するはずであり、これを考慮する必要がある。左上のヒストグラムの i 番目のビンの高さを $h_i(E')$ とすると、統計的広がりを考慮したヒストグラムの j 番目のビンの高さ $H_j(E)$ は、 $h_i(E')$ にガウス分布関数の重みをかけ、それらを足し合わせることで得られ、

$$H_j(E) = \sum_{i=0}^{100} h_i(E') \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(E-E')^2}{2\sigma^2}}$$

と書ける。ここで、 $\sigma(E')$ は 4.3 節においてエネルギー較正をするときに求めた、478 keV のガンマ線における標準偏差 57.3 keV を用いて、

$$\sigma(E') = 57.3 \times \sqrt{\frac{E'}{478}} [\text{keV}] \tag{5.5}$$

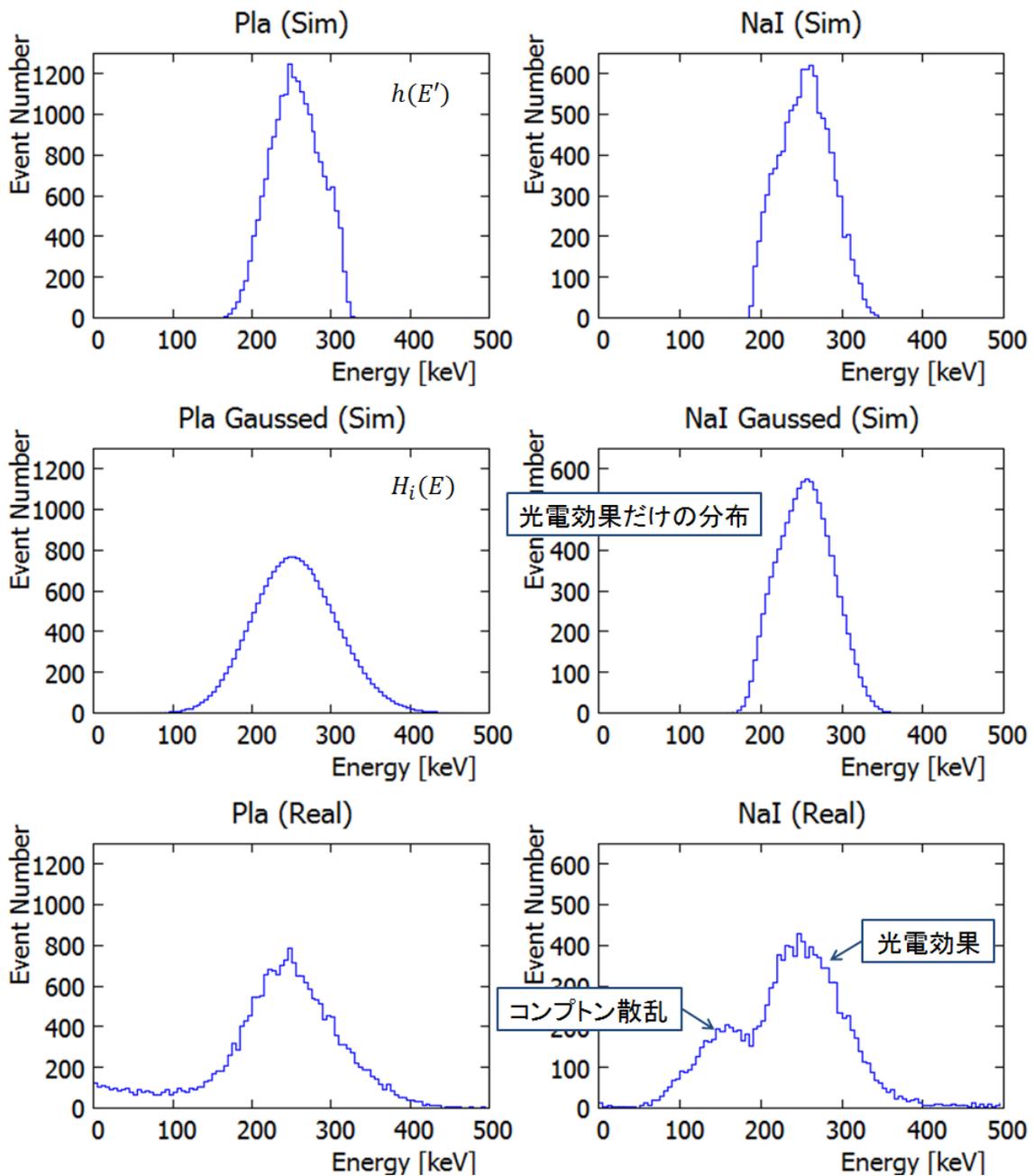


図 5.5: シンチレータに落とされたエネルギー分布のシミュレーションと実測の比較
 左上: 光電面での統計的広がりを考慮していないプラスチックシンチレータのエネルギー分布、左中央: 左上のヒストグラムを統計的広がりを考慮してガウス分布関数で広げたエネルギー分布、左下: プラスチックシンチレータの実測のエネルギー分布、右上: 光電面での統計的広がりを考慮していないNaIシンチレータのエネルギー分布、右中央: 右上のヒストグラムを統計的広がりを考慮してガウス分布関数で広げたエネルギー分布、右下: NaIシンチレータの実測のエネルギー分布

とした。この式 (5.5) によって描かれたヒストグラムが左中央である。プラスチックシンチレータの場合、シミュレーションにより得られたエネルギー分布は、実測におけるエネルギー分布とほぼ一致している。次に、NaI シンチレータに落とされるエネルギーはプラスチックシンチレータでのコンプトン散乱後のガンマ線のエネルギーなので、それを E_γ とすると、

$$\begin{aligned} E_\gamma &= 511 - \frac{\frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos \theta_C)}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos \theta_C)} h\nu \\ &= 511 \times \left(1 - \frac{1 - \cos \theta_C}{2 - \cos \theta_C}\right) [\text{keV}] \end{aligned} \quad (5.6)$$

と書け、この式 (5.6) によって描かれたエネルギー分布が図 5.5 の右上である。そして、このエネルギー分布に光電面での統計的過程を考慮したエネルギー分布が右中央である。ここで、 $\sigma(E')$ は 4.2 節において求めた、662 keV のガンマ線における標準偏差 17.2 keV を用いて、

$$\sigma(E') = 17.2 \times \sqrt{\frac{E'}{662}} [\text{keV}] \quad (5.7)$$

とした。しかしながら、実際には、光子は NaI シンチレータ内において、光電効果だけではなく、コンプトン散乱も起こすので、得られるエネルギー分布はこれら二つの重ね合わせになるはずであり、右下の実測のエネルギー分布においては、右の大きいピークが光電効果、左の小さいピークがコンプトン散乱によるものである。シミュレーションでは、NaI シンチレータにおけるコンプトン散乱を考慮していないので、その分だけ、光電効果のピークの値が大きくなっているが、シミュレーションと実測で光電効果のエネルギー分布はだいたい一致している。

以上より、前節でのシミュレーションは、本実験を再現していると考えられる。

5.4 シミュレーション結果

モンテカルロシミュレーションより、

$$N_{\parallel} = 102870, N_{\perp} = 382998 \quad (5.8)$$

を得たので、同時測定率

$$P(\phi) = \frac{1}{2} (1 - g \cos 2\phi)$$

における g を

$$\begin{aligned} g &= \left(\frac{N_{\parallel 1} - N_{\perp 1}}{N_{\parallel 1} + N_{\perp 1}} \right) \left(\frac{N_{\parallel 2} - N_{\perp 2}}{N_{\parallel 2} + N_{\perp 2}} \right) \\ &= \left(\frac{N_{\parallel} - N_{\perp}}{N_{\parallel} + N_{\perp}} \right)^2 \\ &= 0.3324 \pm 0.0010 \end{aligned} \quad (5.9)$$

と算出した。ここで、 g の誤差は統計誤差のみを考えている。

第6章 測定、解析

6.1 測定緒元

本節では測定緒元について述べる。図 6.1 は、実験装置を真上から見た概略図である。図の様に、NaI シンチレータ間の成す角は一回の測定で A1 と B1、A1 と B2、A2 と B1、A2 と B2 の 4 通りある。測定では、検出器とその成す角の組み合わせを全て網羅するため、NaIB1、NaIB2 を成す角 90° で固定し、NaIA1、NaIA2 間の成す角を 90° に固定したまま、 45° ずつ回転させ、一周させた。一周したら NaIA1 と NaIA2 を交換し、同じ測定をもう一度行った。1 回の測定は 24 時間で行った。

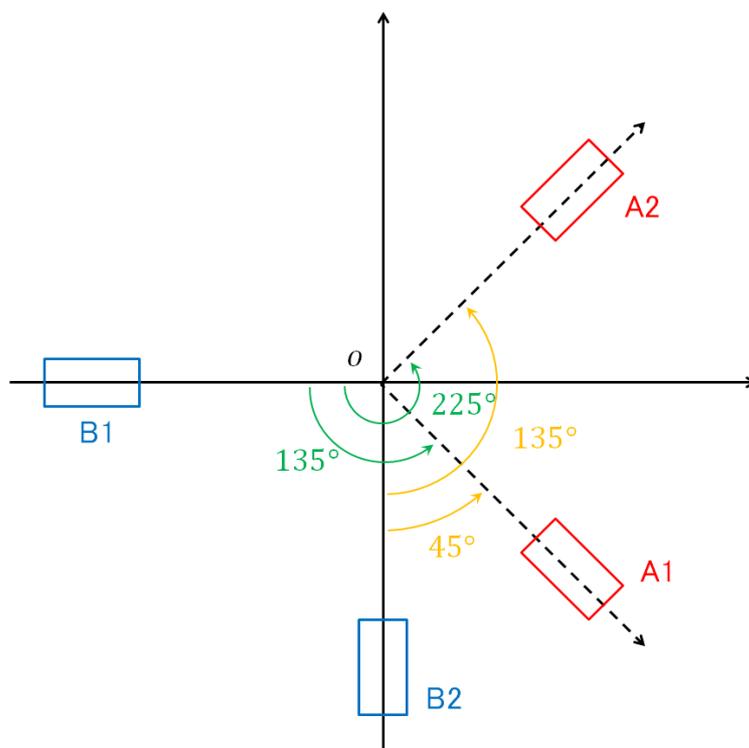


図 6.1: 測定方法の概略説明図

6.2 使用するイベントの切り取り

データの取得は、図 3.4 の様に、PlaA かつ (NaIA1 または NaIA2) かつ PlaB かつ (NaIB1 または NaIB2) の 4 つ以上のシンチレータが同時に鳴ったときに行ったが、このトリガー条件だけではパラポジトロニウムの対消滅によって放出される 511 keV のガンマ線以外の雑音イベントも取得してしまう。そこで、ここではこの雑音イベントを取り除くため、イベントをあるエネルギー幅で切り取ることを考える。

今回の実験では、 ^{22}Na が β^+ 崩壊



したときに放出される陽電子によって生成されるパラポジトロニウムの崩壊



によって放出される 511 keV のガンマ線だけを観測したい。しかし、実際には、パラポジトロニウムだけでなく、オルソポジトロニウムも生成され、この崩壊



によって三つのガンマ線が放出される。このイベントは、今回の実験では雑音となるので取り除きたい。また、 ^{22}Na の電子捕獲



や、式 (6.1) によって生じる ^{22}Ne の励起状態は不安定なので、脱励起



により、1275 keV のガンマ線が放出される。このガンマ線も今回の実験では雑音となるので取り除きたい。さらに、前章のシミュレーションではプラスチックシンチレータにおいてコンプトン散乱を一回しかさせなかったが、実際には複数回コンプトン散乱したイベントも含まれているはずであり、このイベントも取り除きたい。

ここで、ある一回の測定におけるプラスチックシンチレータ A と NaI シンチレータ A1 のエネルギー分布は図 6.2 のようになった。図では、それぞれの光電ピークをガウス関数でフィットしてある。ここで、NaI シンチレータでコンプトン散乱したイベントは、もとのガンマ線のエネルギーが分からないので使いたくなく、コンプトンエッジよりエネルギーが大きい領域のイベントを使用するのが望ましい。そこで、NaI シンチレータ A1 をガウス関数でフィットした時の Mean - Sigma の値を見てみると、コンプトンエッジのエネルギーよりも大きいので、(PlaA, PlaB, NaIA1, NaIB1)、(PlaA, PlaB, NaIA1, NaIB2)、(PlaA, PlaB, NaIA2, NaIB1)、(PlaA, PlaB, NaIA2, NaIB2) のそれぞれの組で、4 つのシンチレータ全てにおいて Mean \pm Sigma の範囲に入るイベントだけを使用することにした。

次に、図 6.3 はプラスチックシンチレータ A と NaI シンチレータ A1 で上述のイベントの切り取りを行った後、両方のシンチレータに落とされたエネルギーの和に対してヒ

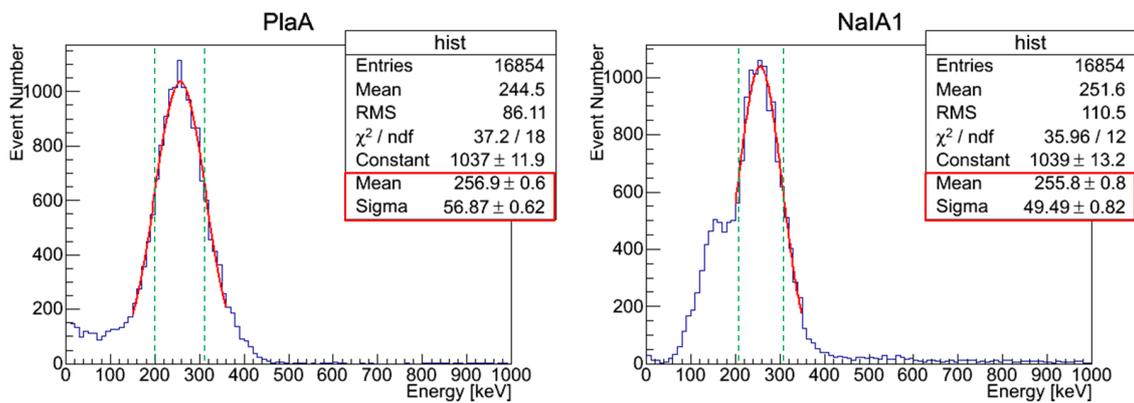


図 6.2: 左：プラスチックシンチレータ A におけるイベントの切り取り、右：NaI シンチレータ A1 におけるイベントの切り取り

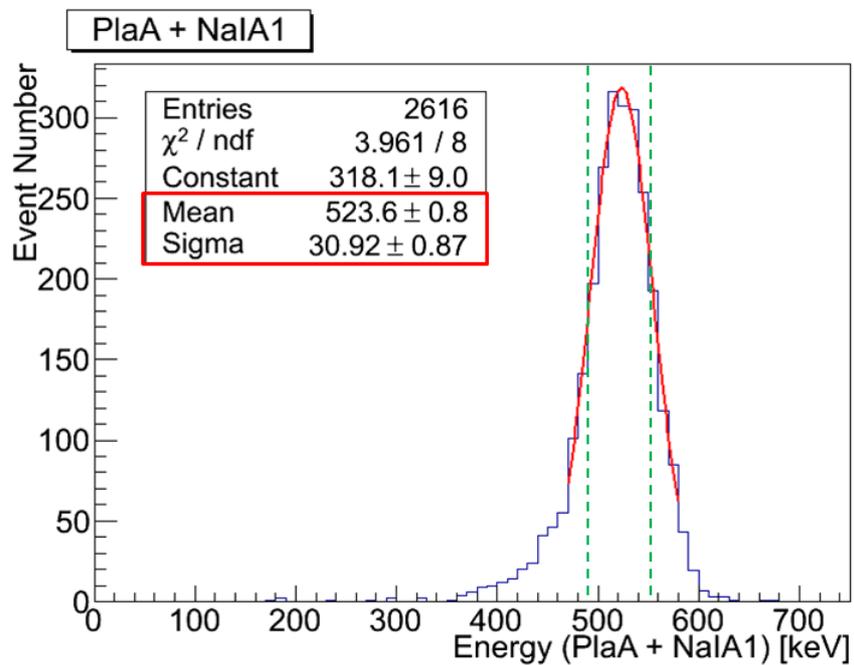


図 6.3: プラスチックシンチレータ A と NaI シンチレータ A1 に落とされたエネルギーの和に対するイベントの切り取り

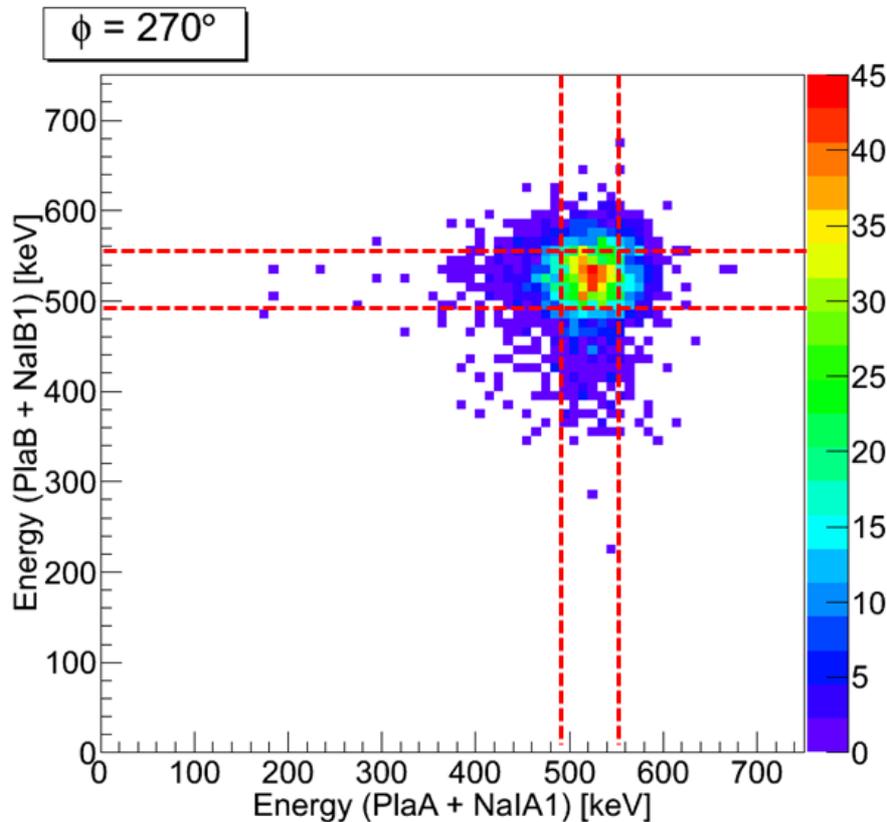


図 6.4: プラスチックシンチレータと NaI シンチレータに落とされたエネルギーの和に対するイベントの切り取り

ストグラムを描いたものである。もともと 511 keV のガンマ線が二つのシンチレータにエネルギーを落としたので、ピークは 511 keV 付近に現れるはずであり、実際に、ピークを与えるエネルギーは 523.6 ± 30.9 keV となっている。パラポジトロニウムの崩壊由来の 511 keV のガンマ線を使用するため、PlaA+NaIA1 と PlaB+NaIB1、PlaA+NaIA1 と PlaB+NaIB2、PlaA+NaIA2 と PlaB+NaIB1、PlaA+NaIA2 と PlaB+NaIB2 のそれぞれの組で、両方とも Mean \pm Sigma の範囲に入るイベントだけを使用することにした。この一例が図 6.4 であり、この図は、プラスチックシンチレータ A と NaI シンチレータ A1 に落とされたエネルギーの和とプラスチックシンチレータ B と NaI シンチレータ B1 に落とされたエネルギーの和に対する二次元のエネルギー分布である。今の場合、NaI シンチレータ A1 と NaI シンチレータ B1 の成す角が 270° であるが、シンチレータの配置や組み合わせを変化させたときの、この赤い点線で囲まれたエネルギー領域に含まれるイベント数をそれぞれの場合で求めた。

6.3 測定結果

上下のシンチレータ間の成す角とそれらシンチレータで同時に測定されたイベント数を表 6.1 にまとめる。実際は 16 通りの配置でデータを取得したが、途中でプラスチックシンチレータの位置がずれ、イベントレートに差ができてしまったため、6 通りのデータは使用しなかった。

成す角 [°]	0	45	90	135	180	225	270	315
配置 1		249		249, 282		270		
配置 2			410		181, 191		312	
配置 3				282		259, 327		259
配置 4		230, 259		250				257
配置 5	206		302, 370		174			
配置 6		265		261, 263		273		
配置 7			310		139, 174		281	
配置 8				238		260, 279		272
配置 9	157				151		293, 324	
配置 10		256				318		240, 254
平均	181.5	251.8	348.0	261.2	168.3	283.7	302.5	256.4

表 6.1: 各角度における測定数とその平均

6.4 イベント数の角度依存性

まず、検出器による系統誤差を考慮するため、4 組の NaI シンチレータの組み合わせそれぞれでの、検出器間の成す角 ϕ におけるイベント数の平均に対して

$$N(\phi) = p_0(1 - p_1 \cos 2\phi) \quad (6.6)$$

でフィットした結果を図 6.5~6.8 に示す。そして、全検出器の組み合わせにおけるイベント数の平均に対して \cos でフィットした結果が図 6.9 である。ここで、角度の誤差 σ_ϕ はプラスチックシンチレータから NaI シンチレータを見込む角、イベント数の誤差 σ_N はイベント数の統計誤差である。

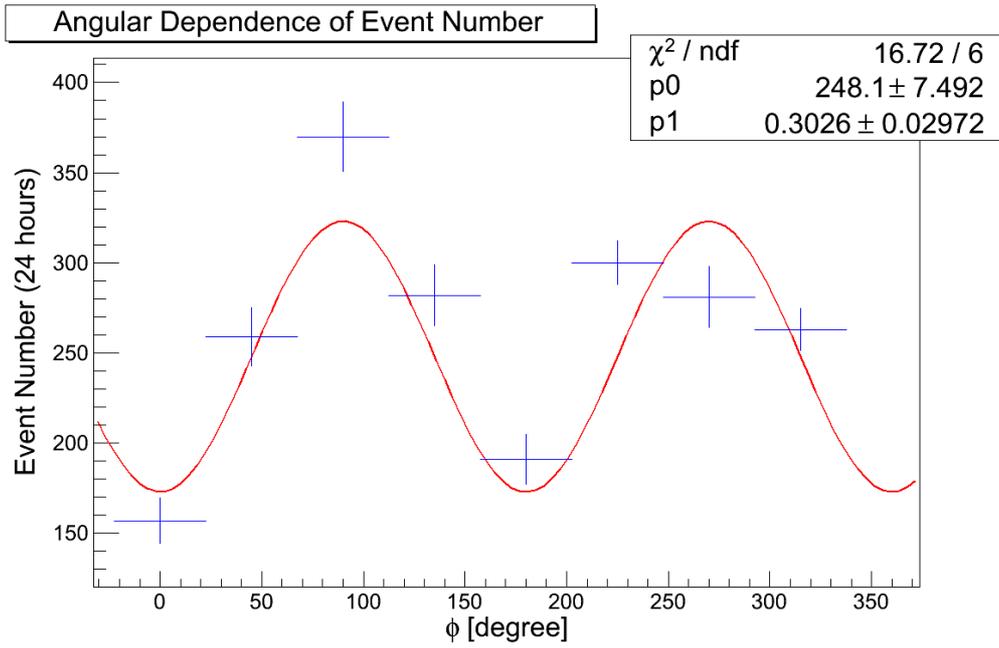


図 6.5: NaI シンチレータ A1 と NaI シンチレータ B1 の組み合わせにおけるイベント数の角度依存性

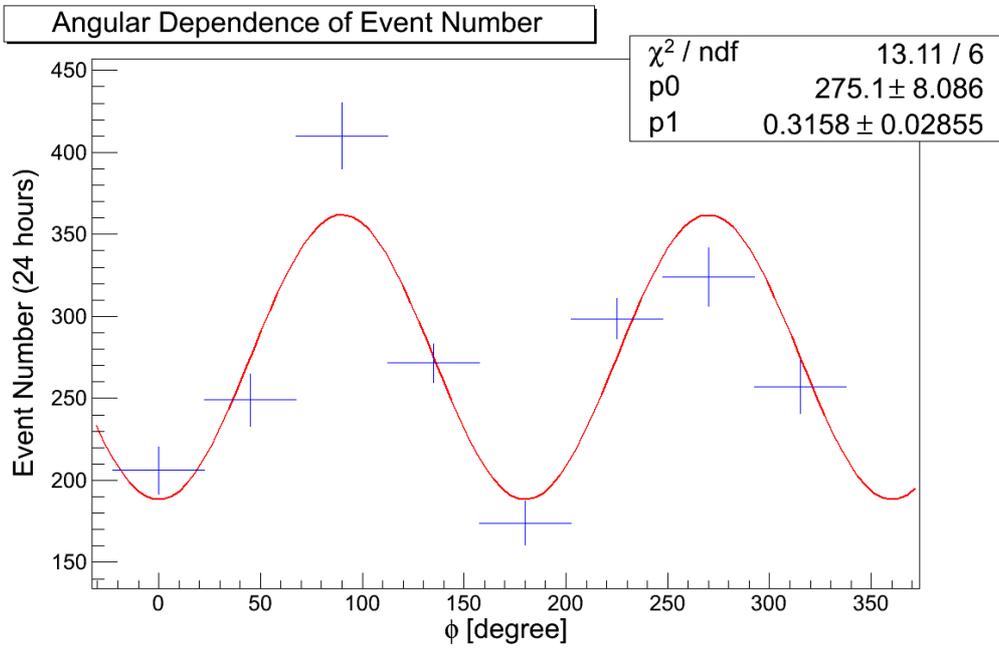


図 6.6: NaI シンチレータ A1 と NaI シンチレータ B2 の組み合わせにおけるイベント数の角度依存性

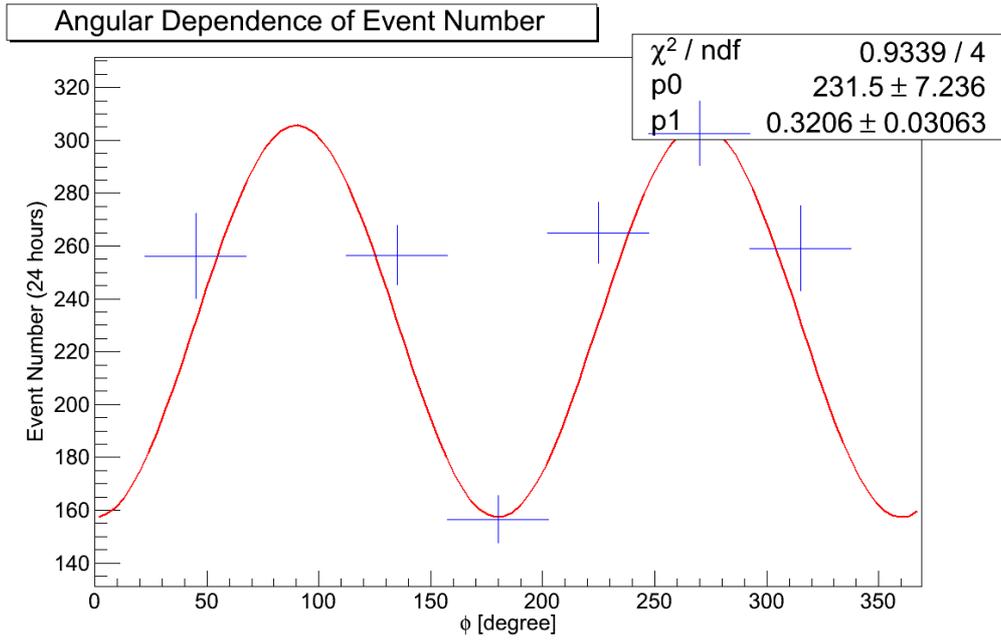


図 6.7: NaI シンチレータ A2 と NaI シンチレータ B1 の組み合わせにおけるイベント数の角度依存性

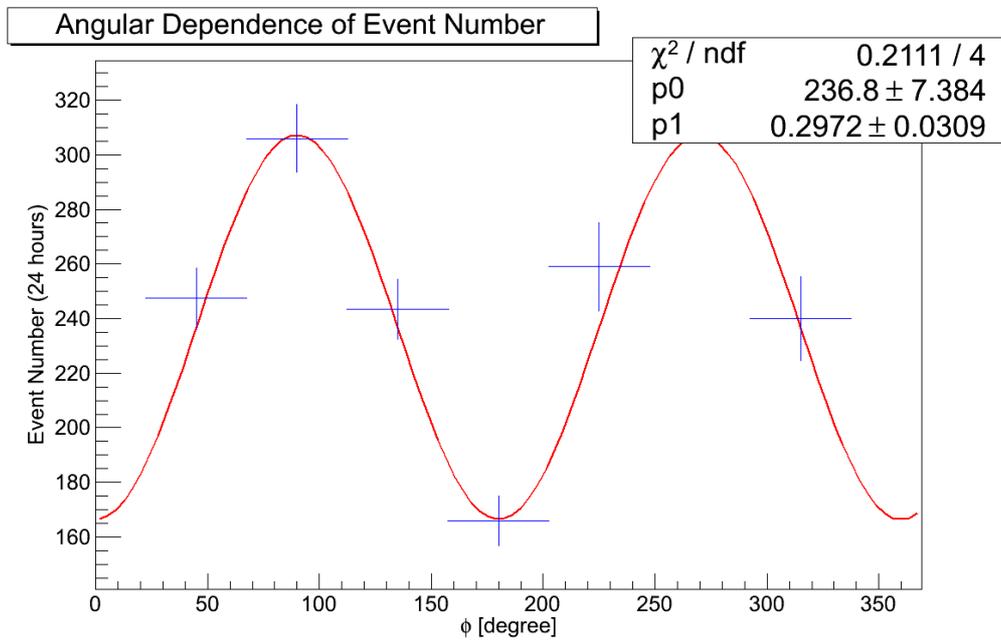


図 6.8: NaI シンチレータ A2 と NaI シンチレータ B2 の組み合わせにおけるイベント数の角度依存性

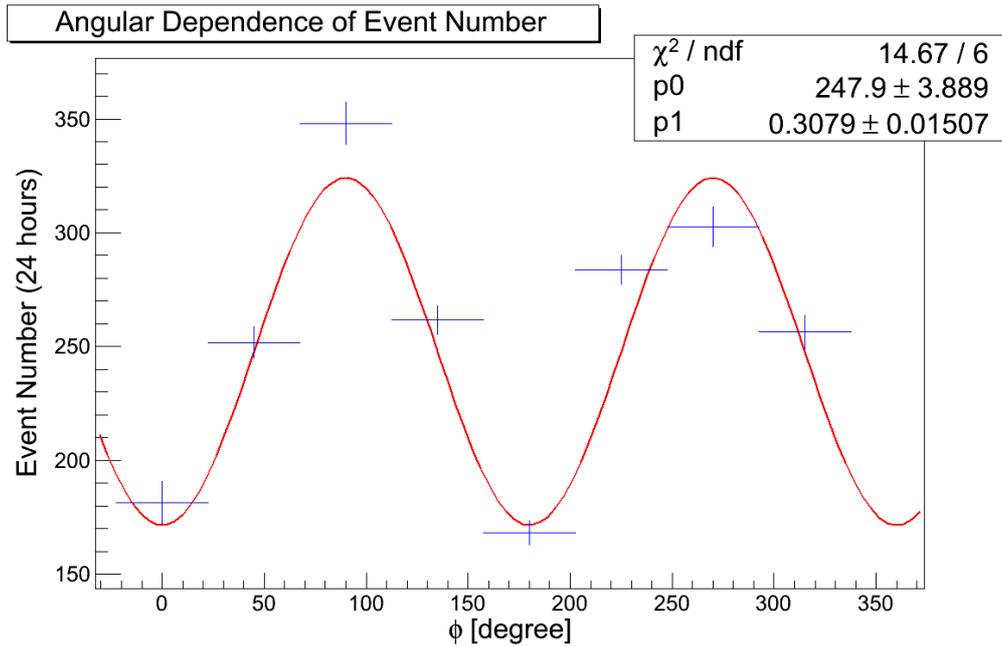


図 6.9: 全検出器の組み合わせにおけるイベント数の平均値の検出器間の成す角 ϕ 依存性

それぞれの組み合わせについて式 (6.6) でフィットし、得られた p_0 , p_1 の結果を以下にまとめる。

- ・ NaIA1 と NaIB1 の場合

$$p_0 = 248.1 \pm 7.5, p_1 = 0.303 \pm 0.030 \quad (6.7)$$

- ・ NaIA1 と NaIB2 の場合

$$p_0 = 275.1 \pm 8.1, p_1 = 0.316 \pm 0.029 \quad (6.8)$$

- ・ NaIA2 と NaIB1 の場合

$$p_0 = 231.5 \pm 7.2, p_1 = 0.321 \pm 0.031 \quad (6.9)$$

- ・ NaIA2 と NaIB2 の場合

$$p_0 = 236.8 \pm 7.4, p_1 = 0.297 \pm 0.031 \quad (6.10)$$

- ・ 全検出器の平均をとった場合

$$p_0 = 247.9 \pm 3.9, p_1 = 0.308 \pm 0.015 \quad (6.11)$$

第7章 結果、考察

7.1 結果

同時測定率 $P(\phi)$ は、

$$\begin{aligned} P(\phi) &= \frac{1}{2} (1 - qg \cos 2\phi) \\ &= \frac{1}{2} (1 - p_1 \cos 2\phi) \end{aligned} \quad (7.1)$$

と書けるので、式 (6.7)～式 (6.11) より、

・ 全検出器の平均をとった場合

$$\begin{aligned} q &= \frac{p_1}{g} \\ &= \frac{0.308 \pm 0.015}{0.33241 \pm 0.00095} \\ &= 0.926 \pm 0.053 \end{aligned} \quad (7.2)$$

・ NaIA1 と NaIB1 の場合

$$q = 0.910 \pm 0.093 \quad (7.3)$$

・ NaIA1 と NaIB2 の場合

$$q = 0.950 \pm 0.090 \quad (7.4)$$

・ NaIA2 と NaIB1 の場合

$$q = 0.964 \pm 0.096 \quad (7.5)$$

・ NaIA2 と NaIB2 の場合

$$q = 0.894 \pm 0.096 \quad (7.6)$$

と求まった。式 (7.3)～(7.6) より、式 (7.2) には、 ± 0.030 程度の系統誤差が含まれていると見積もられるので、最終的な結果は、

$$q = 0.926 \pm 0.053 \pm 0.030 \quad (7.7)$$

となった。一つ目が統計誤差、二つ目が系統誤差である。

この結果は、量子力学の場合 $q = 1$ 、隠れた変数理論の場合 $|q| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ より、統計誤差と系統誤差が完全に独立だと考えた場合は 2.6σ 程度で隠れた変数理論を棄却し、量子力学と矛盾しない。

7.2 考察

本実験における結果は $q = 0.926 \pm 0.053 \pm 0.030$ と、量子力学が正しい場合の $q = 1$ より、誤差の範囲内だが小さい値となった。これは、イベントの切り取りを行ったときに雑音を取り除けなかったためであると考えられる。パラポジトロニウムの崩壊由来の 511 keV 以外のガンマ線やプラスチックシンチレータで複数回散乱したイベントが含まれると、シミュレーションの場合に比べてイベント数が全体的に底上げされてしまい、 \cos でフィットした時の p_1 の値が小さくなってしまいうので、 q が小さくなってしまったと定性的に理解できる。実際、イベントの切り取り範囲を Mean \pm Sigma の範囲から Mean ± 1.5 Sigma、Mean ± 2.0 Sigma に広げた場合、 q の値はそれぞれ $q = 0.858 \pm 0.033$ 、 $q = 0.770 \pm 0.028$ となり、雑音が多くなると q の 1 からの差は大きくなった。

7.3 結論

パラポジトロニウムの崩壊により反対方向に 2 つのガンマ線が放出される。これらガンマ線を上下のプラスチックシンチレータでコンプトン散乱させ、成す角 ϕ の 2 つの NaI シンチレータで同時に検出した。このとき検出されるガンマ線のイベント数の角度 ϕ 依存性より q を求めることで、量子力学 ($q = 1$) と隠れた変数理論 ($|q| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$) のどちらが正しいのかを確認した。

結果として、 $q = 0.926 \pm 0.053 \pm 0.030$ を得た。これにより本実験では隠れた変数理論を棄却した。

参考文献

- [1] 森田正人 森田玲子 (1988)
共立物理学講座 1 5 相対論的量子力学 p43 共立出版
- [2] 清水明 (2004)
新版量子論の基礎 その本質のやさしい理解のために p219 サイエンス社
- [3] 森田正人 森田玲子 (1988)
共立物理学講座 1 5 相対論的量子力学 p161 共立出版

謝辞

最後に、これまでご指導くださいました教員の皆様に、ここに深く感謝申し上げます。
また、様々な助言をしていただいた先輩、同期の皆様に感謝申し上げます。