

注意事項 ノート、プリントなど、持ち込み可
関数電卓使用可
試験中のコミュニケーション・ネットへの接続不可

I (統計の基礎) (配点 6)

正 20 面体さいころの各面に “1” ~ “10” までの数字が (各数字 2 面ずつ) ふってあり、各数字が出る確率はどれも等しいとする。

- (1) 正 20 面体さいころをふったときの期待値と分散を求めなさい
- (2) 20 面体さいころを 100 個ふったとき、その目の平均値 (100 個ののさいころの目の和 ÷ 100) の期待値と分散を求めなさい
- (3) 20 面体さいころを 100 個ふったとき、“7” の目のでたさいころの数の期待値と分散を求めなさい

解答例

(1) $\langle X \rangle = 5.5$ (1 点)

$$\sigma_X^2 = \{ \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2 \} = \frac{385}{10} - \left(\frac{55}{10} \right)^2 = 8.25 (= 33/4)$$

(1 点)

(2) $\langle \bar{X} \rangle = \langle X \rangle = 5.5$ (1 点)

中心極限定理より、 $\sigma^2 = 8.25/100 = 0.0825$ (1 点)

(3) これは $B(n=100, p=0.1)$ のベルヌーイ試行

よって、 $\langle X \rangle = np = 10$ (1 点)

分散は $\sigma^2 = np(1-p) = 9$
(1 点)

II (統計の基礎概念) (配点 4)

図 1 のような駅のポスターでは、ホーム上で事故を起こした利用者の 61.4% が酒に酔っていたと言っている。

「酒を飲むと事故を起こしやすい」という製作者の意図を統計的に裏付けるためには、このほかにどういったデータが必要か、理由を合わせて記せ。

(解答例)

61.4% に対する統計誤差。(1 点)

全利用者のうちの酒に酔った利用者の割合。(1 点)

統計的に優位であることを言うためには、事故を起こした利用者のうちで酒に酔っていた割合が全利用者のうちの酒に酔った利用者の割合よりも優位に大

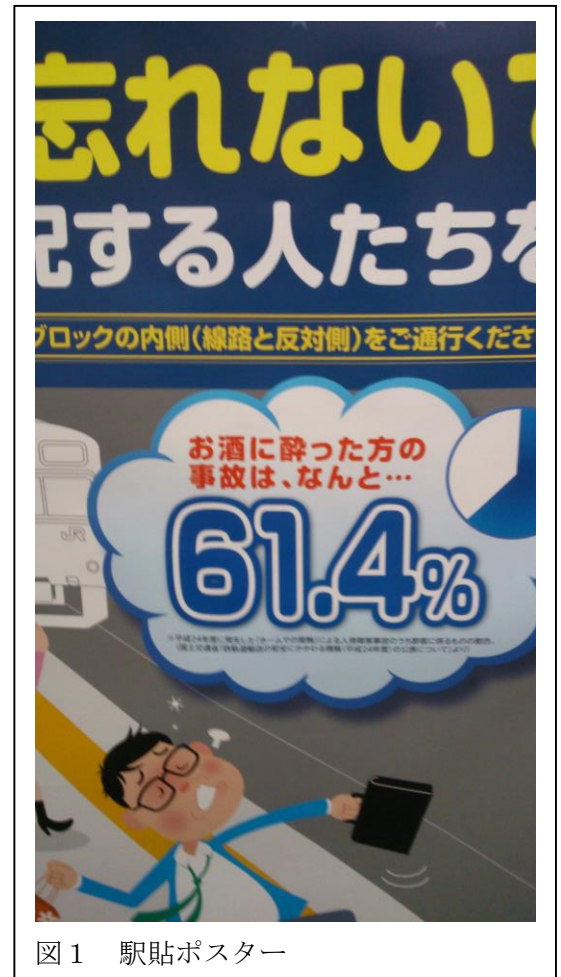


図 1 駅貼ポスター

きいことを言う必要がある。(1 点)

III 電気回路 (配点 10)

ある検出装置を組みあげたところ、図2のようなノイズが観測された。このノイズの周波数を計算せよ。興味のある信号はこれよりも100倍以上遅い時定数であることが分かっている。以下の手持ちの抵抗とコンデンサーを用いてノイズから信号を取り出す方法を考えよ。

抵抗(カラーコードを示す)

緑茶黒金 茶黒茶金 茶黒赤金 茶黒橙金

コンデンサー (コンデンサー表面に以下の表記)

1 33 101 333 104

10ns のよみとり (2 点)

$1/10\text{ns} = (10 \times 10^{-9})^{-1} = 10^8 = 100\text{MHz}$ (2 点)

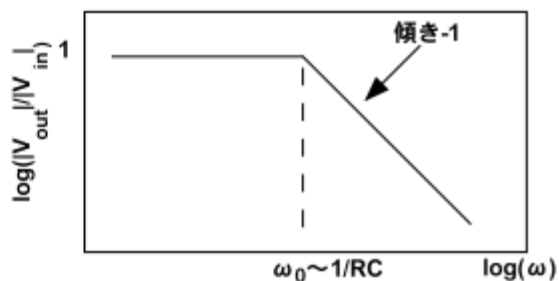
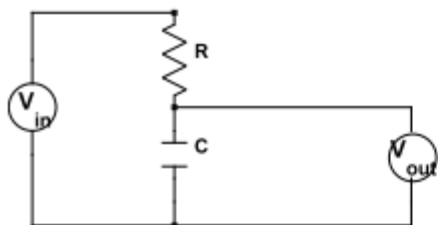
遅い信号を取り出したいので、ローパスフィルターを組む。(言葉 1 点 回路図 2 点)

カットオフの周波数は 1MHz~10MHz 程度が適当だろう。(2 点)

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} = 1 \times 10^6 \sim 1 \times 10^7$$

$$RC = \frac{1}{2\pi \times (10^6 \sim 10^7)} = \frac{10}{2\pi} \times (10^{-8} \sim 10^{-7})$$

したがって R= 茶黒赤金、C=101 など(RC がこれより1桁程度大きい範囲まで)を使って以下の回路を組めば良い。(よさそうな組み合わせに 3 点)



IV 粒子物理 (配点 10)

0.3GeV の μ 粒子が 3m の距離を運動するのに要する時間を求めよ。この飛行時間を検出するのに適した検出器を例示し、現実的な大きさの検出器中で落とすエネルギーを求めよ。

μ 粒子の質量は 106MeV なので、

$$\gamma = 1 + \frac{T}{mc^2} = 1 + \frac{300}{106} = \frac{406}{106} \quad (1 \text{ 点})$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{106}{406}\right)^2} = \sqrt{\frac{406^2 - 106^2}{406^2}} = \frac{391}{406} = 0.965 \quad (2 \text{ 点})$$

$$\text{従って } v = 0.965 \times 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.895 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{3}{v} = 1.03 \times 10^{-8} \text{ s} = 10 \text{ ns} \quad (2 \text{ 点})$$

荷電粒子の飛行時間を検出する。時間分解能が良くて面積の大きいプラスチックシンチレータなどが適している。(時間分解能という言葉があれば 1 点)

1MeV cm^2/g のエネルギーを落とすので、密度 $1\text{g}/\text{cm}^3$ 、厚さ 1cm を仮定すると それぞれの検出器で 1MeV のエネルギーを落とす。(1 点)

V (その他)

本講義に対する、意見、要望などを書いてください。建設的な意見には満点を超えない範囲で若干の加点します。

点数に不安のある学生は、5/28 までに追試(5/30)の掲示をしますので確認してください。

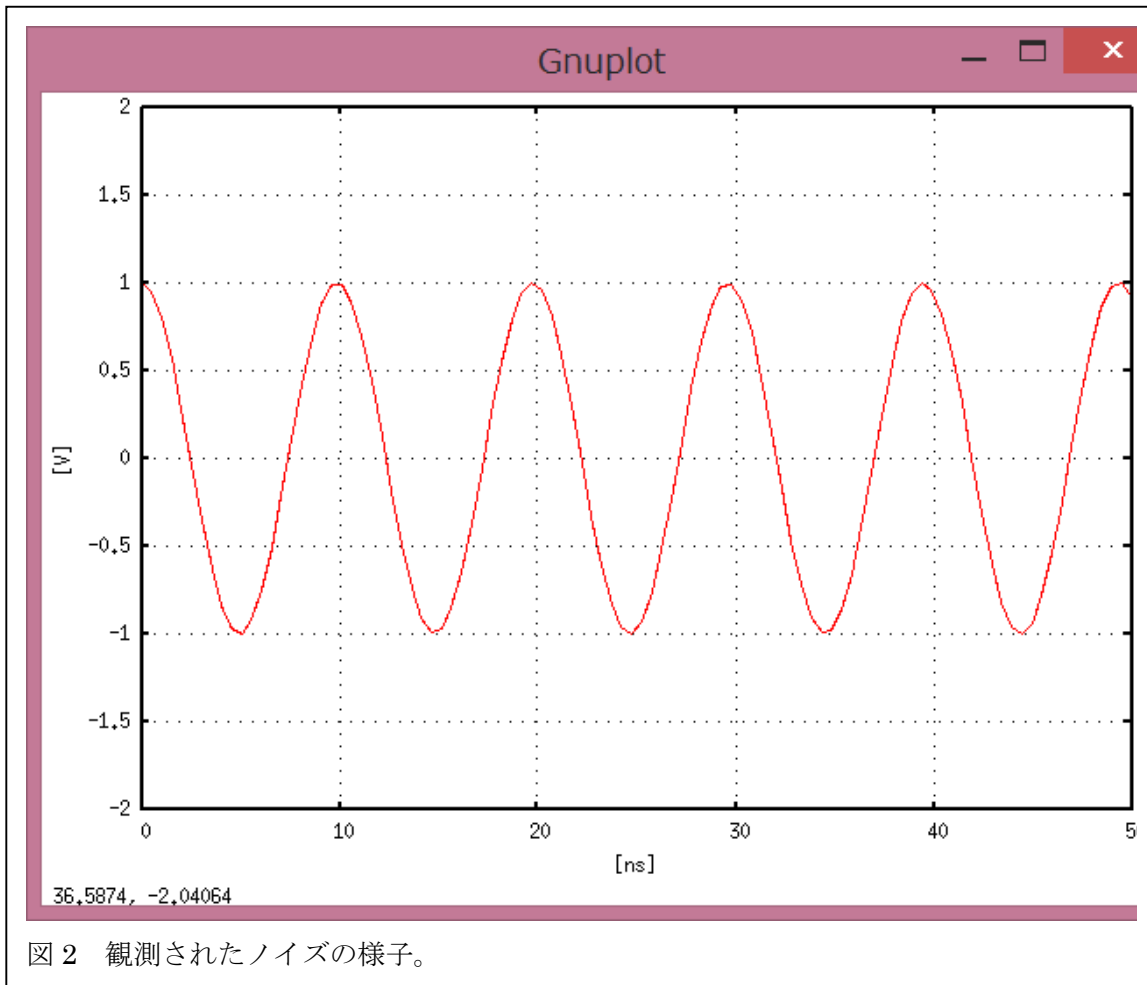


図 2 観測されたノイズの様子。