

注意事項 ノート、プリントなど、持ち込み可
関数電卓使用可
メディアを問わず試験中のコミュニケーション不可

I (統計の基礎概念) (配点 12)

正 20 面体さいころの各面に “2” ~ “11” までの数字が (各数字 2 面ずつ) ふってあり、各数字が出る確率はどれも等しいとする。

- (1) 正 20 面体さいころをふったときの期待値と分散を求めなさい
- (2) 20 面体さいころを 100 個ふったとき、その目の平均値 (100 個ののさいころの目の和 ÷ 100) の期待値と分散を求めなさい
- (3) 20 面体さいころを 100 個ふったとき、“7” の目のでたさいころの数の期待値と分散を求めなさい
- (4) さいころを “7” の目がでるまで何度でも振り、 X 回めではじめて “7” が出たとする。 X の期待値と分散を求めなさい

ヒント :

$$S(a) = \sum_{N=1}^{\infty} a^N = \frac{a}{1-a}, \quad a \frac{d}{da} S(a) = \sum_{N=1}^{\infty} N a^N,$$

II (確率分布関数) (配点 8)

二項分布の表式を書き、式中に表れるパラメータの物理的意味を書きなさい。典型的な形を図に表し、図中にパラメータを表示しなさい。

III (ポアソン分布) (配点 15)

1/20 の確率でランダムに当選するくじを引くことを考える。20 回、100 回、400 回引いた場合に、あたりの出る回数 X を横軸 (0 から 10 まで)、確率を縦軸 (リニアでよい。目盛もつけること。) にとったグラフを書きなさい。グラフに関して、最頻値 (ピークとなる回数) と試行回数に関して考察せよ。

また、 $X > 0$ となる確率が 90%、95% になる試行回数をそれぞれ計算しなさい。この結果をポアソン分布の表から得る方法を説明しなさい。

IV (推定、検定) (配点 15)

地下実験室で暗黒物質探索実験を行うことを考える。以下の問に答えなさい。

- (1) まず、バックグラウンドとなる環境ガンマ線を測定した。1時間の測定を10回行った結果、検出数に関して

$$\text{標本平均 } \bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i \text{ は } 1.8 \times 10^2$$

$$\text{標本不偏分散 } S^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \text{ は } 6.1 \times 10^2$$

を得た。ガンマ線の検出効率が10%であるとして、環境ガンマ線が一秒間に検出器に入射する強度 F の範囲を95%の信頼度で推定しなさい。但し、測定結果の平均値は正規分布に従い、その分散は標本不偏分散と等しいとする。(有効数字3桁)

(検出効率 = 検出器された数 / 入射した γ 線の数)

- (2) (1)と同じ形状で、ガンマ線に対しての検出効率の低い検出器を開発した。(1)と同じ実験室で、1日の測定で2事象検出されたとすると、検出効率の上限値と下限値を99%の信頼度で推定しなさい。ガンマ線の強度 F は十分な量の測定を行い、(1)の中心値を持ち、誤差は十分小さいとしてよい。
- (3) さらに改良を加え、ガンマ線の影響を全く受けない検出器を開発した。この検出器は、暗黒物質と通常物質との散乱断面積が1pb (pb:ピコバーン、反応の起こりやすさの単位。)の時、10日の測定で1事象期待される。暗黒物質探索実験を30日間行った結果、観測数は0だった。90%の信頼度で反応断面積に対しての上限値をつけなさい。このまま測定を続けて、0事象が続いたとすると、反応断面積の上限値が0.3pbまで下がるのには何日の測定が必要となるか。(有効数字2桁)