

2011年後期 物理学C2 (木曜4限 担当:身内) 中間試験

2011年12月8日4限

準備でき次第試験開始 / 試験終了時刻 16:40

以下の問題に全て答えよ。

**第一問 (次元) (配点 10)**

表1 (次元テーブルと呼ぶ) を解答用紙に書き写し、以下の物理量を該当箇所に記入せよ。  
速度  $v$ 、加速度  $a$ 、運動量  $p(=mv)$ 、力  $F(=ma)$ 、運動エネルギー  $E_k(=\frac{1}{2}mv^2)$ 。

但し、 $[M]$  は質量、 $[T]$  は時間、 $[L]$  は長さの次元を表すものとする。

$[M]=1$				$[M]=0$			
	-3	-2	-1	$[L]=0$	1	2	3
2							
1							
$[T]=0$							
-1							
-2							

表 1: 次元テーブル

**第二問 (単振動と減衰振動) (配点 23)**

1) 質量  $m$  の質点を摩擦の無視できる床上に置き、ばね定数  $k$  のばねで垂直な壁に接続する。つり合いの位置から変位  $x$  を与えた時の図を描け。図には原点、変位  $x$ 、質点、ばね、働く力 (矢印) を記入すること。

2) 1) の図より、単振動の運動方程式は

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \tag{1}$$

と書ける。ここで、運動を妨げる向きに大きさ  $\gamma m \frac{dx}{dt}$  の力が働いた場合の運動方程式を書け。

3) 2) の解答の運動方程式の解のうちのひとつは

$$x(t) = Ae^{-\gamma t/2} \sin(\omega t + \phi) \tag{2}$$

と書ける。この関数を横軸  $t$ 、縦軸  $x$  として、 $t$  に関して 0 から  $6\pi/\omega$  まで描け。また、同じグラフに  $Ae^{-\gamma t/2}$  を破線で描け。但し  $\phi = 0, \gamma > 0$  とする。 $\gamma$  の大きさは任意に決めてよい。

4) 式 (2) の運動を具体的に考える。 $\gamma = 1/20[s^{-1}]$ 、 $1/\omega = 10/2\pi[s]$ 、 $\phi = 0$ 、 $A=5\text{cm}$  とする。 $t=0\text{s}$ 、 $t=10\text{s}$ 、 $t=20\text{s}$  の時の  $x$  を求めよ。有効数字は 2 桁として、答には単位をつけること。

5) ばね定数  $k$ 、振動数  $\omega$ 、減衰に関するパラメータ  $\gamma$  を次元テーブルに記入せよ。

**第三問 (弾性体のたわみ) (配点 26)**

図 1 左の写真の様な状況を、弾性体のモデルとして考える。

1) まずは、棒を質量を無視することができて変形しない剛体と考える。両端に質量  $m/2$  の質点がぶら下がっている棒を、中心 (一点) で力  $F$  で支えるモデルを考える。このモデルを図示せよ。

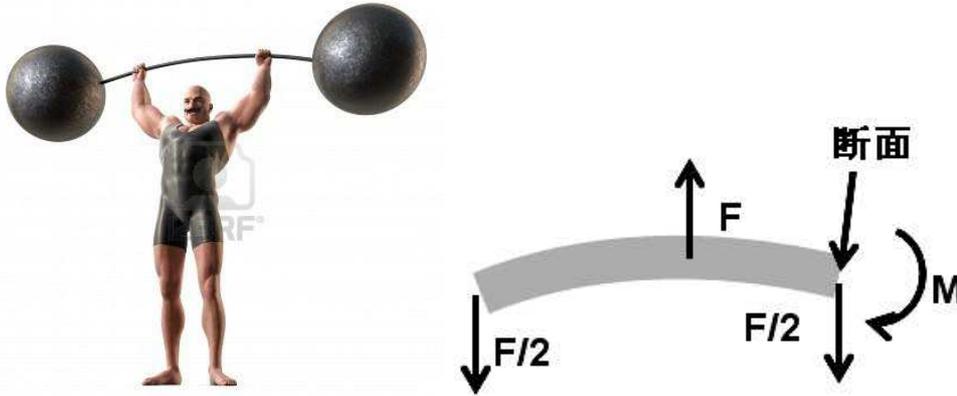


図 1: ちからもち (左)。中心を含む部分の力のモーメントのつり合い (右)。

2) 実際には、棒を弾性体として考えることで、たわみを計算することができる。棒を適当な箇所 (中心を原点とした時の座標を  $x$  とする) で仮想的に切断することを考える。2 分された棒のうちで、中心を含む部分の力のモーメントのつり合いを図 1 右に示す。ここで、 $M$  は仮想断面での弾性応力による回転モーメントである。図 1 右を参考にして、中心を含まない部分 (棒の逆側) の力のモーメントのつり合いの図を描け。棒の質量は無視して良い。また、上向きの力は一点にかかっているとす。

3) 棒の長さを  $l$  としたときに、図 1 右の力のモーメントのつり合いは、 $l/2 \cdot F = (l/2 + x) \cdot F/2 + M$  と書ける。ここで、 $x = -l/2$  を回転の中心とした。2) で考えた、中心を含まない部分 (棒の逆側) の力のモーメントのつり合いの式を書け。

4) 3) を解き、適当な数学的近似を加えると、たわみが

$$y = \frac{mgl^3}{16\pi r^4 E} \quad (3)$$

として与えられる。ここで  $y$  は  $x = \pm \frac{1}{2}l$  でのたわみの大きさ、 $r$  は棒の半径、 $g$  は重量加速度、 $E$  は棒のヤング率である。写真などから、 $m, r, l$  に適当な数値を見積もって代入して、 $y$  を有効数字 2 桁で求めよ。必要に応じて参考資料の値を使用すること。この計算結果と写真を比較して、モデル及び代入した数値の妥当性について論ぜよ。

5) たわみを 10 倍にするにはどうしたら良いか。最大で 3 つ程度定量的に記述せよ。

6) ヤング率  $E$  ( $\equiv \frac{F}{S} \frac{l}{\Delta l}$ ) を次元テーブルに記入せよ。

#### 第四問 (弾性体の波動) (配点 16)

密度  $\rho$ 、断面積  $S$ 、ヤング率  $E$  の弾性体中を伝わる縦波を考える。

1) 以下の「」内の文章を図示せよ。但し、もともとの微小区間を破線、変形後の同区間を実線で書くこと。図中には  $x, \Delta x, u, \Delta u, f_x$  を記入すること。「もともと、 $(x \sim x + \Delta x)$  にあった微小部分が変形して、 $(x + u \sim x + \Delta x + u + \Delta u)$  の位置に移ったとする。この時のそれぞれの微小区間の両端での応力を  $f$  とする。」

2) ヤング率の定義に従って、もともと位置  $x$  にあった端での応力  $f$  を  $E, u, x$  を用いて表わせ。

3) 2) から得られるの運動方程式を解くと式 (4) を得る。

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4)$$

式 (4) 及び参考資料を用いて、適当な固体をたたいた時の縦波の速度を有効数字 1 桁で計算せよ。

4) 密度  $\rho$  を次元テーブルに記入せよ。

## 意見調査（配点なし）

続・授業に求めるものや、試験への感想や要望など（良ければ試験勉強時間も教えて下さい）自由に書いてください。

### A 参考資料

必要に応じて以下の変数を用いること。

#### A.1 定数など

自然対数の底	$e$	2.7183
円周率	$\pi$	3.1415
重力加速度	$g$	$9.8\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

#### A.2 様々な物質の弾性定数

物質	ヤング率 [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ ]	ポアソン比	密度 [ $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ]
鋼鉄	$20 \times 10^{10}$	0.3	7.5-8.0
アルミニウム	$7 \times 10^{10}$	0.35	2.7
ガラス	$7 \times 10^{10}$	0.22	2.2-3.6
ゴム	$5 \times 10^6$	0.5	0.91-0.96