2011年後期　物理学C2（木曜4限　担当：身内）中間試験

2011年12月8日4限

準備でき次第試験開始 / 試験終了時刻　16:40

以下の問題に全て答えよ。

第一問（次元）（配点10）

表1（次元テーブルと呼ぶ）を解答用紙に書き写し、以下の物理量を該当箇所に記入せよ。速度 v、加速度 a、運動量 $p(=mv)$、力 $F(=ma)$、運動エネルギー $E_k(=\frac{1}{2}mv^2)$。

但し、[M] は質量、[T] は時間、[L] は長さの次元を表すものとする。（配点10）

採点基準 各2点

解答例 表1に示す。

[M]=1

	-3	-2	-1	[L]=0	1	2	3
2							
1							
[T]=0	ρ						
-1					p		
-2			E	k	F	E_k	

[M]=0

	-3	-2	-1	[L]=0	1	2	3
2							
1							
[T]=0							
-1				γ,ω	v		
-2					a		

表 1: 次元テーブル

第二問（単振動と減衰振動）（配点23）

1) 質量 m の質点を摩擦の無視できる床上に置き、ばね定数 k のばねで垂直な壁に接続する。つり合いの位置から変位 x を与えた時の図を描け。図には原点、変位 x、質点、ばね、働く力（矢印）を記入すること。（配点5）

採点基準 各1点

解答例 図1に示す。

2)1) の図より、単振動の運動方程式は

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \tag{1}$$

と書ける。ここで、運動を妨げる向きに大きさ $\gamma m\frac{dx}{dt}$ の力が働いた場合の運動方程式を書け。(配点5)

採点基準 符号間違いは0点。その他の誤記は-1点。$\ddot{x}$ 等を用いた表記も可。

解答例 $m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - m\gamma\frac{dx}{dt}$

3) 2) の解答の運動方程式の解のうちのひとつは

$$x(t) = Ae^{-\gamma t/2}\sin(\omega t + \phi) \tag{2}$$

と書ける。この関数を横軸 t、縦軸 x として、t に関して0から $6\pi/\omega$ まで描け。また、同じグラフに $Ae^{-\gamma t/2}$ を破線で描け。但し $\phi = 0, \gamma > 0$ とする。γ の大きさは任意に決めてよい。

(配点5)

採点基準 (0,0) からスタート、$x = 0$ を横切る連続な振動、0に漸近、$6\pi/\omega$ までに3周期、exp 式と接

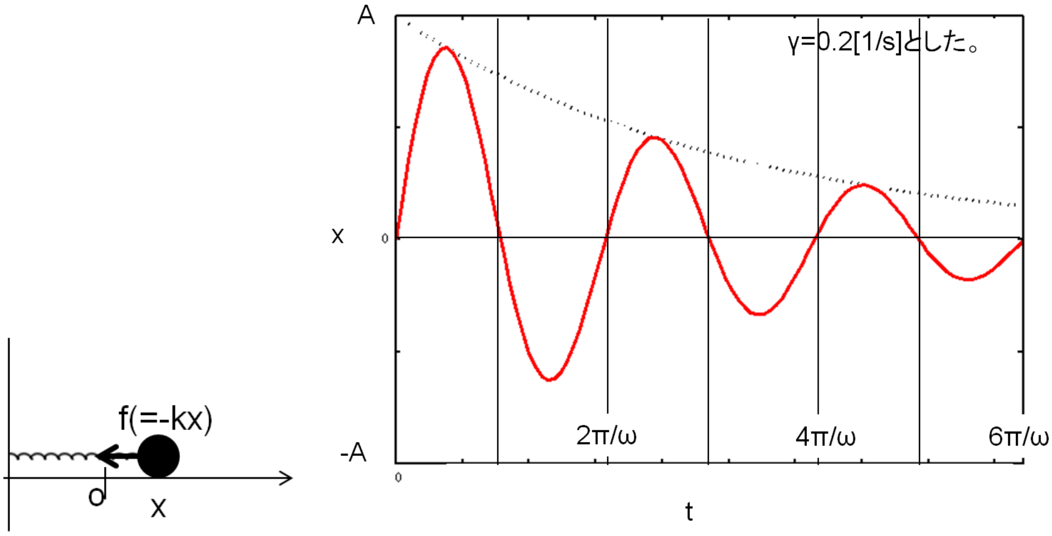

図 1: 第二問　解答例 1)(左)　 3)(右)

する様に書けている、各一点。

解答例 図 1 に示す。

4) 式 (2) の運動を具体的に考える。$\gamma = 1/20[\mathrm{s}^{-1}]$、$1/\omega = 10/2\pi[\mathrm{s}]$、$\phi = 0$、$A$=5cm とする。$t$=0s、$t$=10s、$t$=20s の時の x を求めよ。有効数字は 2 桁として、答には単位をつけること。

採点基準 t=0　 1 点、t=10s　 2 点、t=20s　 2 点（単位無しは 1 点）

解答例 0.0cm 0.0cm 0.0cm

5) ばね定数 k、振動数 ω、減衰に関するパラメータ γ を次元テーブルに記入せよ。(配点 3。)

採点基準 各 1 点。

第三問（弾性体のたわみ）（配点 26）

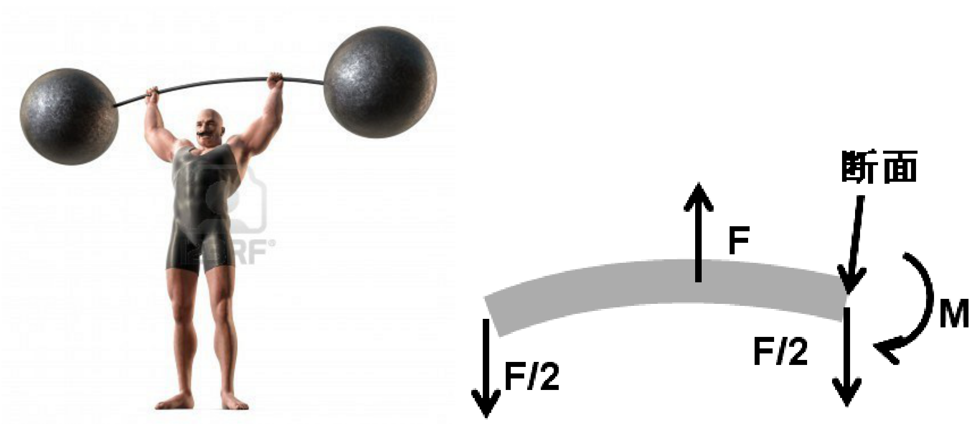

図 2: ちからもち（左）。中心を含む部分の力のモーメントのつり合い（右）。

図 2 左の写真の様な情況を、弾性体のモデルとして考える。

1) まずは、棒を質量を無視することができて変形しない剛体と考える。両端に質量 $m/2$ の質点がぶら下がっている棒を、中心（一点）で力 F で支えるモデルを考える。このモデルを図示せよ。(配点 5)

$\boxed{\text{採点基準}}$ 棒、質点２ケ、支点がそろって１点。それぞれの場所が正しくて１点。質点が下向きに mg/2 で２点（m は０点)。中心に上向き F もしくは mg で１点。

$\boxed{\text{解答例}}$ 図３に示す。2) 実際には、棒を弾性体として考えることで、たわみを計算することができる。棒を適当な箇所 (中心を原点とした時の座標を x とする) で仮想的に切断することを考える。２分された棒のうちで、中心を含む部分の力のモーメントのつり合いを図２右に示す。ここで、M は仮想断面での弾性応力による回転モーメントである。図２右を参考にして、中心を含まない部分（棒の逆側）の力のモーメントのつり合いの図を描け。棒の質量は無視して良い。また、上向きの力は一点にかかっているとする。(配点 5)

$\boxed{\text{採点基準}}$ おもり１点、左部分からの力１点、ここまででつり合っていれば１点、おもりの逆端にに回転力あれば一点、方向も正しくて１点。
$\boxed{\text{解答例}}$ 図３に示す。3) 棒の長さを l としたときに、図２右の力のモーメントのつり合いは、$l/2 \cdot F =$

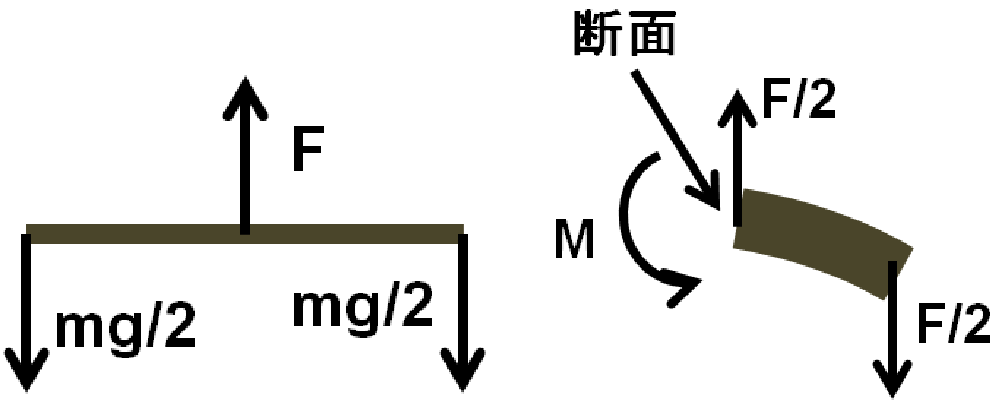

図 3: 第三問　解答例 1)(左)　 2)(右)

$(l/2 + x) \cdot F/2 + M$ と書ける。ここで、$x = -l/2$ を回転の中心とした。2) で考えた、中心を含まない部分（棒の逆側）の力のモーメントのつり合いの式を書け。(配点 5)
$\boxed{\text{採点基準}}$ 正しくて５点。$(l/2 - x) \cdot F/2 = -M$ や $(l/2 + x) \cdot F/2 = M$ は０点。
$\boxed{\text{解答例}}$ $(l/2 - x) \cdot F/2 = M$
4) 3) を解き、適当な数学的近似を加えると、たわみが

$$y = \frac{mgl^3}{16\pi r^4 E} \tag{3}$$

として与えられる。ここで y は $x = \pm\frac{1}{2}l$ でのたわみの大きさ、r は棒の半径、g は重量加速度、E は棒のヤング率である。写真などから、m, r, l に適当な数値を見積もって代入して、y を有効数字２桁で求めよ。必要に応じで参考資料の値を使用すること。この計算結果と写真を比較して、モデル及び代入した数値の妥当性について論ぜよ。(配点 5。)
$\boxed{\text{採点基準}}$ m, r の見積もり各１点（妥当性は無視)。数値計算１点。妥当性の議論してあれば１点。妥当、もしくは修整の方向性が書いてあれば１点。
$\boxed{\text{解答例}}$ l=2m,r=0.01m,m=200kg を代入する。$y = 200 \times 9.8 \times (2)^3/16 \times \pi \times (10^{-2})^4 \times 20 \times 10^{10} = 9.8/20 \times \pi \sim 0.2$[m].
5) たわみを 10 倍にするにはどうしたら良いか。最大で３つ程度定量的に記述せよ。
(配点 5。)

採点基準 m を 10 倍にする、l を $10^{1/3}$ にする、r を $1/10^{1/4}$ にする、ヤング率が 1/10 の物質を使う。などのうち、「パラメータを大きくするか小さくするか」で 1 点、定量性まであって更に 1 点。最高で 5 点。
6) ヤング率 $E(\equiv \frac{F}{S}\frac{l}{\Delta l})$ を次元テーブルに記入せよ。(配点 1)
解答例 第一問のテーブルに記載。

第四問（弾性体の波動）（配点 16）

密度 ρ、断面積 S、ヤング率 E の弾性体中を伝わる縦波を考える。
1) 以下の「」内の文章を図示せよ。但し、もともとの微小区間を破線、変形後の同区間を実線で書くこと。図中には $x, \Delta x, u, \Delta u, f_x$ を記入すること。「もともと、$(x \sim x+\Delta x)$ にあった微小部分が変形して、$(x+u \sim x+\Delta x+u+\Delta u)$ の位置に移ったする。この時のそれぞれの微小区間の両端での応力 f をとする。」(配点 5)
採点基準 $x, \Delta x, u, \Delta u, f_x$ 正しくて各 1 点。
解答例 図 4 に示す。

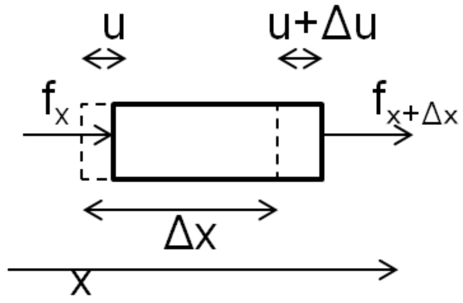

図 4: 第四問　1) 解答例

2) ヤング率の定義に従って、微小区間にかかる応力 f を $E, u, x, \Delta x$ を用いて表わせ。(配点 5)

採点基準 問題指示不十分に付き一律 5 点。
解答例 微小区間にかかる応力は両端の応力の和であらわす事ができる。
$f = f_{x+\Delta x} - f_x = E\{(\frac{\partial u}{\partial x})_{x+\Delta x} - (\frac{\partial u}{\partial x})_x\} = E\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\Delta x$
ここで、$\frac{\partial u}{\partial x}$ として、断面 x の $\Delta x \to 0$ での極限を表す。
3) 2) から得られるの運動方程式を解くと式 (4) を得る。

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{4}$$

式 (4) 及び参考資料を用いて、適当な固体をたたいた時の縦波の速度を有効数字 1 桁で計算せよ。(配点 5)

採点基準 E と ρ を表から抜き出して各 1 点。代入した式まで書いて更に 1 点。計算正しくて更に 2 点。

解答例 鋼鉄に関して考える。ヤング率 $E = 20 \times 10^{10}[\mathrm{N \cdot m^{-2}}] = 20 \times 10^{10}[\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m^{-2}}]$、
密度 $8\mathrm{g \cdot cm^3} = 8 \times 10^3 \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ を代入。
$v = \sqrt{20 \times 10^{10}/8 \times 10^3}[\mathrm{m \cdot s^{-1}}] = \sqrt{200 \times 10^6/8}[\mathrm{m \cdot s^{-1}}] = 5 \times 10^3[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]$
その他の固体：アルミニウム　$5 \times 10^3[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]$、 ガラス $4 \sim 6 \times 10^3[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]$、ゴム $70[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]$。

4) 密度 ρ を次元テーブルに記入せよ。（配点 1）
（解答例）第一問のテーブルに記載。

意見調査（配点なし）

続 · 授業に求めるものや、試験への感想や要望など（良ければ試験勉強時間も教えて下さい）自由に書いてください。

A 参考資料

必要に応じて以下の変数を用いること。

A.1 定数など

自然対数の底	e	2.7183
円周率	π	3.1415
重力加速度	g	$9.8\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$

A.2 様々な物質の弾性定数

物質	ヤング率 $[\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2}]$	ポアソン比	密度 $[\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-3}]$
鋼鉄	20×10^{10}	0.3	7.5-8.0
アルミニウム	7×10^{10}	0.35	2.7
ガラス	7×10^{10}	0.22	2.2-3.6
ゴム	5×10^{6}	0.5	0.91-0.96