2011年後期　物理学C2（木曜4限　担当：身内） 期末試験

2012年2月2日4限

試験開始時刻 15:10 / 試験終了時刻　16:40

以下の問題に全て答えよ。必要に応じて参考資料の定義、値を使用すること。

第一問（次元）（配点1）

表1（次元テーブルと呼ぶ）を解答用紙に書き写し、以下の物理量を該当箇所に記入せよ。但し、[M]は質量、[T]は時間、[L]は長さの次元を表すものとする。

- 運動エネルギー E_k

(採点基準)1点

[M]=1

	-3	-2	-1	[L]=0	1	2	3
2							
1							
[T]=0	ρ						
-1				α			
-2			p,β			$E_\mathrm{k},k_\mathrm{B}T$	

[M]=0

	-3	-2	-1	[L]=0	1	2	3
2							
1							
[T]=0							
-1							
-2					g		

表 1: 次元テーブル

第二問（流体力学）（配点28）

流体に関して以下の問に答えよ。

1) 定常流の完全流体に関して、以下の量を流体の密度 ρ、流速 v、流体の圧力 p、重力エネルギーの基準からの高さ z、重力加速度 g 及び問題文中で定義される変数を用いて表せ。

- 微小時間 δt の間に流体中の1点が移動する長さ l
- 微小時間 δt の間に面積 S の断面を通過する流体の体積 V'
- 体積 V の流体の質量 m
- 微小時間 δt の間に面積 S の断面を通過する流体の質量 m'
- 体積 V の持つ運動エネルギー E_k
- 単位体積あたりの運動エネルギー E'_k
- 単位体積あたりの重力による位置エネルギー E'_p
- 面積 S の断面にかかる圧力 F

(配点8)
(採点基準) 各1点
(解答例)$l = v\delta t$,$V' = Sv\delta t$,$m = \rho V$,$m' = \rho Sv\delta t$, $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}\rho V v^2$,$E'_\mathrm{k} = \frac{1}{2}\rho v^2$, $E_p = \rho g z$,$F = Sp$

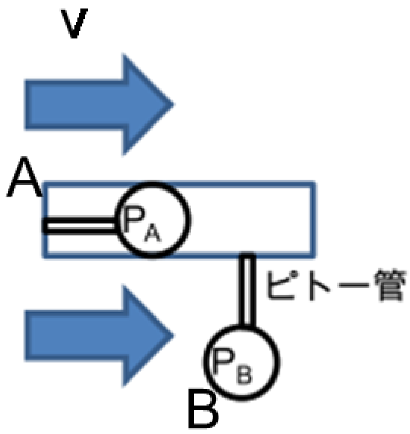

図 1: 2-3) 解答例

2)1) より、流体では

$$\rho S v = \text{const.} \equiv \alpha \tag{1}$$
$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p = \text{const.} \equiv \beta \tag{2}$$

が成り立つ。ρ、g、p、α、β を次元テーブル (表 1) に記入せよ。
式 (2) はベルヌーイの定理と呼ばれ、エネルギー保存則の流体への応用と考えることが出来る。
(配点 5)
(採点基準) 各 1 点
(解答例) 表 1 に記す。

3) ベルヌーイの定理の応用として、ピトー管と呼ばれる装置がある。「」内に記した以下の原理を図にせよ。
「流速 v の流体中の近接する 2 点で圧力を測定する。測定点 A での圧力 p_{A} を流れを妨げる向き（測定点 A では流れが妨げられる為に流速が 0 となる。)、測定点 B での圧力 p_{B} を流れを妨げない向きで測定することで、この流体の速度 v を知ることができる。」
但し図中には v、A、B、p_{A}、p_{B} を示すこと。v、p_{A}、p_{B} は向きが判る様に示すこと。
(配点 5)
(解答例) 図 1 に示す。(採点基準) 各 1 点

4) ピトー管にベルヌーイの定理を適用し、p_{A} を p_{B}、ρ、v を用いて表せ。但しピトー管中では重力エネルギーの差は無視できるものとする。
(配点 5) (解答例)$p_{\mathrm{A}} = p_{\mathrm{B}} + \frac{1}{2}\rho v^2$

5) ピトー管を用いて F1 マシンの速度を測定することを考えてみよう。4) の方程式を解くと

$$v = \sqrt{2(p_{\mathrm{A}} - p_{\mathrm{B}})/\rho} \tag{3}$$

となる。F1 のマシンの速度を $300\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$、空気の密度を $10^{-3}\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-3}$ としたときの $p_{\mathrm{A}} - p_{\mathrm{B}}$ を有効数字 2 桁で求めよ。但し単位を Pa とすること。さらに、$p_{\mathrm{B}} = 10^5\mathrm{Pa}$ とした時、$(p_{\mathrm{A}} - p_{\mathrm{B}})/p_{\mathrm{B}}$ を有効数字 1 桁で求めよ。

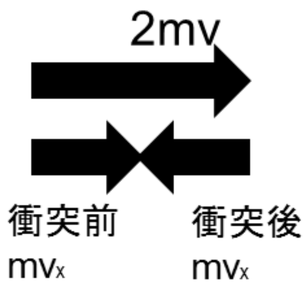

図 2: 3-2) 解答例

(配点 5)
(解答例)$p_{\mathrm{A}}-p_{\mathrm{B}}$=3.5×$10^3$Pa,$(p_{\mathrm{A}}-p_{\mathrm{B}})/p_{\mathrm{B}}$=4×$10^{-2}$
(採点基準) 代入して 1 点。時間の換算 1 点。密度の換算 1 点。それぞれ答えがあって 1 点ずつ。

第三問（気体分子運動論）（配点 21）

単原子理想気体分子の運動に関して、以下の問いに答えよ。

1) 質量 m の気体分子が 1 辺 L、容積 V の立方体の容器中を速度 $\vec{v}=(v_x,v_y,v_z)$ で自由に運動していることを考える。分子が 1 回衝突する際に、x 軸に垂直な壁（2 枚のうち x 座標の大きい方の壁）が受ける力積 f を図示せよ。図には、衝突前の分子の持つ運動量、衝突後の分子の持つ運動量、壁が受ける力積をベクトルで示し、それぞれの大きさも m,L,v_x,v_y,v_z などを用いて示すこと。
(配点 5)
(解答例) 図 2 に示す。(採点基準) 衝突前、衝突後の運動量大きさ mv_x で各 1 点。逆向きにかかれていて 1 点。力積大きさ $2mv_x$ で 1 点。向き 1 点。(v_y,v_z 成分はあってもなくても構わない。)

2) 1) で考えた壁にひとつの分子が衝突する周期 T を m,L,v_x,v_y,v_z などを用いて表せ。
(配点 3)
(採点基準)
(解答例)$T=2L/v_x$

3) 1) で考えた壁が時間 t の間にひとつの分子から受ける力積を f,t,T を用いて表せ。
(配点 3)
(採点基準)
(解答例)ft/T

4) 1) で考えた壁が分子から力 F を受けた時の圧力 p を F,L を用いて表せ。
(配点 3)
(採点基準)
(解答例)$p=F/L^2$

5) 1∼4) までを考えあわせると、

$$<\frac{1}{2}mv^2>=\frac{3}{2}k_{\mathrm{B}}T \tag{4}$$

という関係式が得られる。ここで、T は気体の温度、k_B はボルツマン定数である。この式から、常温での水素単分子の運動する速度 v_0 を有効数字 1 桁で計算せよ。
(配点 5)
(採点基準)$v=\sqrt{3k_\mathrm{B}T/m}$ の形にして 1 点。k_B, T, m の代入に対してそれぞれ 1 点。
(解答例)$3\times 10^3\mathrm{m/s}$

6) $k_\mathrm{B}T$ を次元テーブル (表 1) に記入せよ。
(配点 2)
(採点基準) 各 1 点
(解答例) 表 1 に記す。

第四問（カルノーサイクル）（配点 25）

１モルの理想気体を作業物質とする熱機関に関して以下の問いに答えよ。

1) 以下に記す熱サイクルを横軸 V 縦軸 p の図に示せ。
温度 T_1 の高熱温源と温度 T_2 の低熱温源（$T_1 > T_2$）を用いて次の変化をおこなわせる。
a) 高熱源に接触した A の状態にある系を、熱平衡を保ちながら準静的に等温膨張させて B の状態にする。このとき系に入った熱量を Q_1、系の受けた仕事を W_1 とする。
b) B の状態から断熱膨張をさせて C の状態にする。このとき系に入った熱量を Q_2、系の受けた仕事を W_2 とする。
c) 低熱源に接触させ、熱平衡を保ちながら準静的に等温圧縮させて D の状態にする。このとき系に入った熱量を Q_3、系の受けた仕事を W_3 とする。
d) D の状態から断熱膨張をさせて A の状態にする。このとき系に入った熱量を Q_4、系の受けた仕事を W_4 とする。
図には A、B、C、D、各過程には等温もしくは断熱の文字、熱の出入りを伴う過程には系に入った熱量を示すこと。
(配点 5)
(解答例) 図に 3 示す。
(採点基準) 外形正しくて 1 点、ABCD 位置関係正しくて 1 点、等温 2 箇所正しくて 1 点、断熱 2 箇所正しくて 1 点、Q_1 及び Q_3 が書いてあって 1 点。

2) a) の過程について、気体の内部エネルギーの変化 ΔU と Q_1、W_1 の間に成り立つ式を示せ。また、等温過程であることは上記の何れかの変数が 0 であることで表される。この式を書け。
(配点 5)
(解答例)$\Delta U{=}Q_1{+}W_1{,}\Delta U{=}0$ (採点基準)3 点+2 点

3) b) の過程について、断熱過程であることを表す式を、2) に倣って書け。また、圧力 p の状態で dV の体積変化があった場合の、系の受ける仕事を p、dV を用いて表せ。
(配点 5)
(解答例)$Q_2=0$,-pdV
(採点基準)3 点+2 点 (符号逆は 0 点)

4) 1)~3) より、1 サイクルで系の受ける仕事は $W=W_1+W_3$ と書ける。

$$W_1=-\int_{V_\mathrm{A}}^{V_\mathrm{B}}\frac{RT_1}{V}dV \tag{5}$$

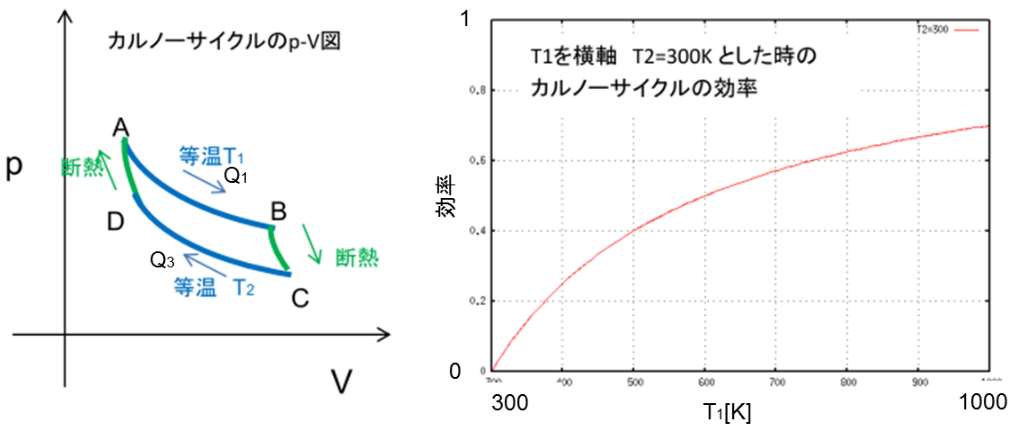

図 3: 4-1),5) 解答例

$$W_3 = -\int_{V_\mathrm{C}}^{V_\mathrm{D}} \frac{RT_2}{V} dV \tag{6}$$

の積分を実行して、W を T_1、T_2、V_A、V_B、R を用いて表せ。ただし、$V_\mathrm{B}/V_\mathrm{A} = V_\mathrm{C}/V_\mathrm{D}$ の関係を用いて良い。
(配点 5)
(解答例)$-R(T_1 - T_2)\log V_\mathrm{B}/V_\mathrm{A}$
(採点基準) 積分それぞれ 2 点 足し算までして 1 点

5) 1)~4) より、熱機関としてのカルノーサイクルの効率は

$$\eta = \frac{|W|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \tag{7}$$

と表される。T_2 として常温を考え、T_1 を横軸、η を縦軸としたグラフを書け。縦軸には、0、0.5、1 の目盛を打つこと。横軸は最大値を 1000K とし、$\eta = 0$ および $\eta = 0.5$ となる横軸を明記すること。
(配点 5)
(解答例) 図に 3 示す。
(採点基準) 単調増加、上に凸それぞれ 1 点。$\eta = 0$ および $\eta = 0.5$、1000K での位置それぞれ 1 点。