

# ポジトロニウムの崩壊による量子力学の 検証

0873110s 稲丸由夫輝

0843113s 大西洋輔

0813119s 杉浦幸大

0843120s 鈴木淳

0803128s 穂積謙太郎

平成 24 年 3 月 21 日

# 目次

<b>1</b>	<b>理論</b>	<b>3</b>
1.1	EPR パラドックス	3
1.2	量子力学と隠れた変数理論	3
1.3	Bell の不等式	3
1.4	Bell の不等式の導出	4
1.5	量子論による Bell の不等式の破れ	7
1.6	隠れた変数理論と Bell の不等式	9
<b>2</b>	<b>測定原理</b>	<b>10</b>
2.1	k の測定方法	10
<b>3</b>	<b>実験装置</b>	<b>13</b>
3.1	架台	13
3.1.1	概要	13
3.1.2	実験装置	14
3.1.3	シンチレーター	15
3.2	データ取得システム	16
3.2.1	High Voltage	17
3.2.2	Constant Fraction Discriminator	17
3.2.3	Coincidence	18
3.2.4	Gate Generator	18
3.2.5	CSADC	18
<b>4</b>	<b>シミュレーション</b>	<b>20</b>
4.1	シミュレーションの目的	20
4.2	シミュレーションの概要	20
4.2.1	導入したソフトウェア	20
4.2.2	実験とシミュレーションにおけるセットアップの相違点	20
4.3	データ解析	21
4.3.1	シミュレーションで得られた各シンチレータのエネルギー・スペクトル	22
4.3.2	条件 1(Ideal)	26
4.3.3	条件 2(Geo)	42
4.3.4	エネルギー分解能を考慮した場合のシミュレーション	53
4.3.5	エネルギー・カット	57
4.3.6	条件 3(Resolved)	58
4.3.7	条件 4(Real)	68
4.4	結論	78

<b>5</b>	<b>準備実験</b>	<b>79</b>
5.1	NaI シンチレータ . . . . .	80
5.1.1	エネルギー較正 . . . . .	80
5.1.2	エネルギー分解能 . . . . .	82
5.2	プラスチックシンチレータ . . . . .	83
5.2.1	エネルギー較正 . . . . .	83
5.2.2	エネルギー分解能 . . . . .	85
5.3	動作確認 . . . . .	87
5.3.1	動作確認のセットアップ . . . . .	87
5.3.2	検出結果 . . . . .	87
5.3.3	解析 . . . . .	89
5.3.4	シミュレーションとの比較 . . . . .	89
<b>6</b>	<b>測定・解析</b>	<b>92</b>
6.1	測定 . . . . .	92
6.2	結果 . . . . .	92
6.3	振幅 . . . . .	97
6.4	議論 . . . . .	97

# 1 理論

## 1.1 EPR パラドックス

1935 年に、Einstein-Podolsky-Rosen の 3 人が連名で論文を発表し、「隠れた変数」の必要性を主張した。ここではパラポジトロニウム (スピン 1 重項状態) の崩壊によって、反対方向に放出された 2 つの光子 (1, 2) の偏光を 2 地点で測定するという場合を考える。

光子対はそれぞれスピン+1,-1 を持つから、それぞれに円偏光が対応し、片方が右円偏光 (左円偏光) だとすれば、もう片方は必ず左円偏光 (右円偏光) と決まる。つまり、この系の状態は

$$|F\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|R_1\rangle|R_2\rangle - |L_1\rangle|L_2\rangle]$$

と書くことができる。この系において

1. 光子 1 で円偏光を測定し左円偏光 (右円偏光) という結果を得たとすると、光子 2 は左円偏光 (右円偏光) と確実に予言できる。
2. Einstein の局所性の原理によると、光子 1 での測定は、光子 2 の測定に影響を及ぼすことはない。

であり、1 と 2 は矛盾する。これが EPR パラドックスである。

## 1.2 量子力学と隠れた変数理論

この矛盾を解決するために、アインシュタインは隠れた変数理論の存在を主張した。隠れた変数理論では、2 つの光子の偏光の状態は測定の有無に関わらず決まっていて、それはまだ発見されていない未知の変数 (隠れた変数) によって決まっている、というものである (決定論的)。

一方、量子力学では、2 つの光子の偏光の状態は観測するまでは 2 つの状態の重ね合わせで表され、一方の光子の偏光を測定した瞬間に、もう一方の光子の偏光は決定されてしまう。

この実験では、系を支配する法則が量子力学なのか、隠れた変数理論なのかは Bell の不等式を用いて決定する。

## 1.3 Bell の不等式

Bell の不等式は隠れた変数理論が満たすべき偏光相関の上限を与える式である。

今、直線偏光測定器  $\alpha, \beta$  を用意して、パラポジトロニウム (スピン 1 重項状態) の崩壊によって、反対方向に放出された 2 つの光子の偏光を測定する。この  $\alpha, \beta$  では光子がある測定方向に偏光していれば +1、その垂直方向に偏光していれば -1 を出力する。 $\alpha$  を  $\phi_i$  の方向、 $\beta_j$  の方向に置き、4 つの異なる方向で多数回測定する。 $(i, j=1, 2, 3, 4)$  そして、 $\alpha_i \beta_j$  の平均  $\langle \alpha_i \beta_j \rangle$  を計算すると隠れた変数理論では、以下の不等式 (Bell の不等式) が成り立つ。

$$|\langle \alpha_4 \beta_2 \rangle + \langle \alpha_4 \beta_3 \rangle| + |\langle \alpha_1 \beta_2 \rangle - \langle \alpha_1 \beta_3 \rangle| < 2$$

## 1.4 Bell の不等式の導出

次のような思考実験を考える。

月と地球の間にあるロケットから、2 個の粒子が同時に放出されたとする。ひとつは月に向かい、もうひとつは地球に向かう。これらの粒子は測定値が (適当な単位を用いると) +1 または -1 であるような物理量  $\sigma$  を持っているとし、これを月にいる実験家、地球にいる実験家は測定する。そして、 $\sigma$  の測定に際して、実験家は測定器のあるパラメータ  $\mu$  を自由に設定できるとする。月の実験家は、自分の測定器を  $\mu = \theta$  に設定して、自分の所に飛んできた粒子の  $\sigma$  を測る。こうして測られた  $\sigma$  を  $A(\theta)$  とする。地球の実験家は、自分の測定器を  $\mu = \phi$  に設定して、自分の所に飛んできた粒子の  $\sigma$  を測る。こうして測られた  $\sigma$  を  $B(\phi)$  とする。この実験を  $N$  回 ( $\gg 1$ ) 繰り返す。一般には測定値はばらつくが、 $j$  回目の実験で 2 人が得られた測定値をそれぞれ  $a^{(j)}(\theta)$ 、 $b^{(j)}(\phi)$  と書くと、平均値は

$$\begin{aligned} \langle A(\theta) \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a^{(j)}(\theta) \\ \langle B(\phi) \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N b^{(j)}(\phi) \end{aligned}$$

と書ける。ここで、次のようなそれぞれの測定値の積の平均値 (これを相関と呼ぶ) を考える。

$$\langle A(\theta)B(\phi) \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a^{(j)}(\theta)b^{(j)}(\phi)$$

今の場合、 $A(\theta) = \pm 1$ 、 $B(\phi) = \pm 1$  であるから、 $A(\theta)B(\phi) = \pm 1$  であり、相関は必ず

$$-1 \leq \langle A(\theta)B(\phi) \rangle \leq 1$$

の範囲に収まる。

しかし、測定値が毎回同じ値にはならずばらつくとなると、我々には制御できない、なにかあるランダムな要因が働いていることが考えられる。これに加えて、ここでは「局所性」を仮定して Bell の不等式を導いていく。

ロケットから放出された粒子には、まだ知られていない変数  $\lambda_0$  (隠れた変数) が存在し、その値が毎回異なるために、測定値がばらつくという可能性がある。さらに、粒子が宇宙空間を旅する間、A、B の値は何らかの法則に従って時間発展するかもしれないし、宇宙船などの制御しきれない要因が次々に働けば、A、B の値は  $\lambda_0$  とはまた別の変数  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  の関数にもなる。従って、 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots$  をまとめて  $\lambda$  と記せば、A、B の値は  $\lambda$  の関数になる。そして最後に測定器にかかったときには、測定器のパラメータ  $\theta, \phi$  の影響も受ける。しかし、局所性を仮定しているので、月の測定値 A は地球の測定値のパラメータ  $\phi$  には影響をされず、地球の測定値 B は地球の測定値のパラメータ  $\theta$  には影響をされない。

以上より、測定値 A は  $\theta, \lambda$  の何らかの関数で、測定値 B は  $\phi, \lambda$  の関数ということになる。

$$A = a(\theta, \lambda)$$

$$B = b(\phi, \lambda)$$

そして、測定値は  $\pm 1$  としたのだから

$$a(\theta, \lambda) = \pm 1$$

$$b(\phi, \lambda) = \pm 1$$

である。ただし、ベルの不等式を導くにはこれを緩めた

$$-1 \leq a(\theta, \lambda) \leq 1$$

$$-1 \leq b(\phi, \lambda) \leq 1$$

を考えればよい。 $\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots)$  は実験をするたびに異なる値をとる可能性があるので、多数回実験をして得られる A、B の測定値は  $\lambda$  の確率分布 (それぞれの値が出現する割合)  $\{P(\lambda)\}$  によってばらつくことになる。ここで、 $\{P(\lambda)\}$  は確率分布なので

$$P(\lambda) \geq 0, \quad \sum_{\lambda} P(\lambda) = 1$$

という条件を満たす。

以上のことから、測定値の期待値と積の期待値 (相関) は

$$\langle A(\theta) \rangle = \sum_{\lambda} P(\lambda) a(\theta, \lambda)$$

$$\langle B(\phi) \rangle = \sum_{\lambda} P(\lambda) b(\phi, \lambda)$$

$$\langle A(\theta)B(\phi) \rangle = \sum_{\lambda} P(\lambda) a(\theta, \lambda) b(\phi, \lambda)$$

と計算できる。

そこで、次のような値  $S$  のとりうる値の量と考える。

$$S \equiv \langle A(\theta)B(\phi) \rangle + \langle A(\theta')B(\phi) \rangle - \langle A(\theta)B(\phi') \rangle + \langle A(\theta')B(\phi') \rangle$$

つまり、月の実験家は  $\theta$  を別の値  $\theta'$  に設定した実験も時々行い、地球の実験家は  $\phi$  を別の値  $\phi'$  に設定した実験も時々行うことにする。記号の簡略化のために

$$a = a(\theta, \lambda), \quad a' = a(\theta', \lambda)$$

$$b = b(\phi, \lambda), \quad b' = b(\phi', \lambda)$$

と書く。まず、 $(a + a')b - (a - a')b'$  という量のとりうる値の範囲を考える。どんな実数  $x, y$  についても成り立つ不等式  $|x - y| \leq |x| + |y|$  から

$$|(a + a')b - (a - a')b'| \leq |(a + a')b| + |(a - a')b'|$$

が得られる。 $|b|, |b'| \leq 1$  だから、さらに、

$$(\text{上式の左辺}) = |a + a'| |b| + |a - a'| |b'| \leq |a + a'| + |a - a'|$$

となる。今、 $|a + a'| + |a - a'|$  は  $\pm 2a$  または  $\pm 2a'$  になるので以上より

$$-2 \leq (a + a')b - (a - a')b' \leq 2$$

この式に  $P(\lambda)$  をかけて  $\lambda$  のついて和をとると

$$-2 \leq \langle A(\theta)B(\phi) \rangle + \langle A(\theta')B(\phi) \rangle - \langle A(\theta)B(\phi') \rangle + \langle A(\theta')B(\phi') \rangle \leq 2$$

従って

$$-2 \leq S \leq 2$$

これが Bell の不等式である。

## 1.5 量子論による Bell の不等式の破れ

4 節で導出した Bell の不等式が量子論では成り立たない場合がある。これを今から示す。

2 つの直線偏光測定器  $\alpha, \beta$  を用意して、パラポジトロニウム (スピン 1 重項状態) の崩壊によって、反対方向に放出された 2 つの光子の偏光を測定する。円偏光は直線偏光の重ね合わせとして表せるから

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|x\rangle + i|y\rangle]$$

$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|x\rangle - i|y\rangle]$$

と書ける。ここで、 $|R\rangle$ 、 $|L\rangle$  はそれぞれ右偏光状態、左偏光状態の波動関数、 $|x\rangle$ 、 $|y\rangle$  はそれぞれ  $x$  方向、 $y$  方向の直線偏光状態の波動関数を表す。

よって、このとき光子対の状態は

$$\begin{aligned} |F\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}[|R_1\rangle|R_2\rangle - |L_1\rangle|L_2\rangle] \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}}[|x_1\rangle|y_2\rangle + |y_1\rangle|x_2\rangle] \end{aligned}$$

と書くことができる。

直線偏光測定器  $\alpha, \beta$  は光子が

ある測定方向に偏光していれば + 1

その垂直方向に偏光していれば - 1

を出力する測定器だとする。

ここで、 $\alpha$  の方向を  $x$  軸を一致させ、 $x'$  軸は  $x$  軸と  $\phi$  だけずらしたとすると、

$$|x\rangle = |x'\rangle \cos \phi - |y'\rangle \sin \phi$$

$$|y\rangle = |x'\rangle \sin \phi + |y'\rangle \cos \phi$$



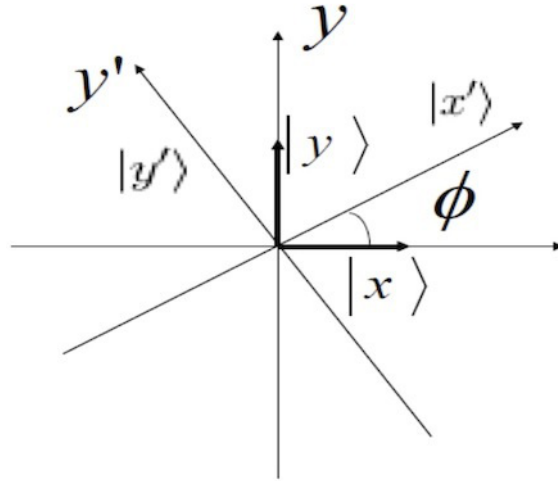


図 1.1: 図の説明

と書けるので、光子対の状態は次のように書ける。

$$\begin{aligned}
 |F\rangle &= \frac{i}{\sqrt{2}}[|x_1\rangle|y_2\rangle + |y_1\rangle|x_2\rangle] \\
 &= \frac{i}{\sqrt{2}}[|x_1\rangle|x'\rangle \sin \phi + |x_1\rangle|y'\rangle \cos \phi + |y_1\rangle|x'\rangle \sin \phi + |y_1\rangle|y'\rangle \cos \phi]
 \end{aligned}$$

この系において

1. 直線偏光測定器  $\alpha$  で x 偏光を測定した時 ( $\alpha = +1$ )

直線偏光測定器  $\beta$  では y 偏光 ( $\beta = -1$ ) となる。

このとき、系の状態は

$$\text{光子 1 については } |x_1\rangle$$

$$\text{光子 2 については } |y_2\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}|x'\rangle \sin \phi + |y'\rangle \cos \phi$$

の状態となる。従って、

$$\alpha = 1, \quad \beta = +1 \text{ となる確率は } \frac{1}{2} \sin 2\phi$$

$$\alpha = 1, \quad \beta = -1 \text{ となる確率は } \frac{1}{2} \cos 2\phi$$

2. 直線偏光測定器  $\beta$  で y 偏光を測定した時 ( $\alpha = -1$ )

直線偏光測定器  $\beta$  では x 偏光 ( $\beta = +1$ ) となる。

このとき、系の状態は

光子 1 については  $|x_2\rangle$

光子 2 については  $|y_2\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}|x'\rangle \cos \phi - |y'\rangle \sin \phi$

の状態になる。従って、

$$\begin{aligned}\alpha = -1, \quad \beta = +1 \text{ となる確率は } & \frac{1}{2} \cos 2\phi \\ \alpha = -1, \quad \beta = -1 \text{ となる確率は } & \frac{1}{2} \sin 2\phi\end{aligned}$$

よって、(1),(2) より

$$\begin{aligned}\langle \alpha\beta \rangle &= \frac{1}{2}[\sin 2\phi - \cos 2\phi] + \frac{1}{2}[-\cos 2\phi + \sin 2\phi] \\ &= -\cos 2\phi\end{aligned}$$

今、4回の測定において、角度をそれぞれ  $\phi_1 = 0, \phi_2 = \frac{3\pi}{8}, \phi_3 = \frac{\pi}{8}, \phi_4 = \frac{\pi}{4}$  とおくと

$$S = |\langle \alpha_4\beta_2 \rangle + \langle \alpha_4\beta_3 \rangle| + |\langle \alpha_1\beta_2 \rangle - \langle \alpha_1\beta_3 \rangle| = 2\sqrt{2} > 2$$

となり、量子力学は Bell の不等式を破る。

## 1.6 隠れた変数理論と Bell の不等式

隠れた変数理論における偏光の相関を

$$\langle \alpha\beta \rangle = -k \cos 2\phi \tag{1.1}$$

と仮定する。これを Bell の不等式に代入すると

$$S = |\cos 2(\phi_4 - \phi_2) + \cos 2(\phi_4 - \phi_3)| + |\cos 2(\phi_1 - \phi_2) + \cos 2(\phi_1 - \phi_3)| < \frac{2}{|k|}$$

となる。相関 S は  $\phi_1 = 0, \phi_2 = \frac{3\pi}{8}, \phi_3 = \frac{\pi}{8}, \phi_4 = \frac{\pi}{4}$  のとき最大となるので

$$S_{max} = 2\sqrt{2} < \frac{2}{|k|}$$

よって、

$$|k| < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

となる。これが隠れた変数理論における相関の強さの上限である。

## 2 測定原理

### 2.1 k の測定方法

511keV のガンマ線の偏光を直接測定するのは、一般的に困難であるから本実験では Compton 散乱を用いて、間接的に k の値を求めていく。

実験では線源として  $^{22}\text{Na}$  を用いる。 $^{22}\text{Na}$  の  $\beta^+$  崩壊によって放出された  $e^+$  がまわりの  $e^-$  と束縛状態を作り、対消滅を起こす。それにより、Back-to-Back に放出された 2 つの  $\gamma$  線をプラスチックシンチレーターでコンプトン散乱させ、それを NaI シンチレーターで検出する。

次に、Compton 散乱を用いてどのように偏光状態を測定するかを示していく。まず、Compton 散乱の断面積とガンマ線の偏光状態の関係は、Klein-Nishina の式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left( \frac{k_s}{k_0} \right)^2 (\zeta - 2\sin^2\theta\cos^2\eta)$$

から求められる。ただし

$\theta$  : コンプトン散乱角

$\eta$  : 散乱面と偏光面のなす角

$k_0$  : 入射ガンマ線の波数

$k_s = \frac{k_0}{1 + \frac{\hbar k_0}{m_e c}(1 - \cos\theta)}$  : 散乱されたガンマ線の波数

$\zeta = \frac{k_s}{k_0} + \frac{k_0}{k_s}$  : 波数の比

$r_e = \frac{\hbar\alpha}{m_e c}$  : 古典的電子半径

である。

ガンマ線の Compton 散乱角についてはさまざまな角度  $\theta$  が考えられるが、今は理想的に  $\theta = 90^\circ$  として導出していく。このとき、上下どちらのガンマ線でも  $\zeta = \frac{5}{2}$  となる。

ここでガンマ線の偏光方向は、散乱面と偏光面が平行である場合と散乱面と偏光面が垂直である場合の 2 通りが考えられるが、その断面積は Klein-Nishina の式からそれぞれ

$$\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} = \frac{r_e}{2} \left( \frac{k_s}{k_0} \right)^2 (\zeta - 2\sin^2\theta)$$

$$\frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega} = \frac{r_e}{2} \left( \frac{k_s}{k_0} \right)^2 \zeta$$

となる。よってこの式から

$$\begin{aligned} \text{散乱面 1//偏光面 1 となる確率} & \quad \frac{\zeta_1 - 2}{2(\zeta_1 - 1)} = \frac{1}{6} \\ \text{散乱面 1 偏光面 1 となる確率} & \quad \frac{\zeta_1}{2(\zeta_1 - 1)} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

と導出できる。

一方で、散乱面 1//偏光面 1 のとき  $\alpha = +1$  であるから、(1.1) 式より  $\langle \alpha\beta \rangle = -k \cos 2\phi$  なので  $\beta = -k \cos 2\phi$  となる。ここで  $\beta = +1$  となる確率を  $c_+$ 、 $\beta = -1$  となる確率を  $c_-$  とおくと

$$\begin{aligned} c_+ - c_- &= -k \cos 2\phi \\ c_+ + c_- &= 1 \end{aligned}$$

から

$$\begin{aligned} \text{散乱面 2//偏光面 2 となる確率} & \quad c_+ = \frac{1 - k \cos 2\phi}{2} \\ \text{散乱面 2 偏光面 2 となる確率} & \quad c_- = \frac{1 + k \cos 2\phi}{2} \end{aligned}$$

となる。

以上の議論から、散乱面 1//偏光面 1 のときに上下の検出器でガンマ線を同時に観測する確率は

$$\begin{aligned} & \frac{\zeta_1 - 2}{2(\zeta_1 - 1)} \left[ \frac{1 - k \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2 - 2}{2(\zeta_2 - 1)} + \frac{1 + k \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2}{2(\zeta_2 - 1)} \right] \\ & \quad = \frac{1}{36} (3 + 2k \cos \phi) \end{aligned}$$

であり、同様な求め方で散乱面 1 偏光面 1 のときに上下の検出器でガンマ線を同時に観測する確率は

$$\begin{aligned} & \frac{\zeta_1}{2(\zeta_1 - 1)} \left[ \frac{1 + k \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2 - 2}{2(\zeta_2 - 1)} + \frac{1 - k \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2}{2(\zeta_2 - 1)} \right] \\ & \quad = \frac{5}{36} (3 - 2k \cos \phi) \end{aligned}$$

と求めることができる。

よって

$$\left( \frac{1}{\zeta_1 - 1} \right) \left( \frac{1}{\zeta_2 - 1} \right) = \frac{4}{9} \quad (2.1)$$

なので、二つの確率の和は

$$\begin{aligned} P(\phi) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - k \left( \frac{1}{\zeta_1 - 1} \right) \left( \frac{1}{\zeta_2 - 1} \right) \cos 2\phi \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{4}{9} k \cos 2\phi \right) \end{aligned}$$

となる。これは、上下の検出器でガンマ線を同時に観測する確率を与えるから、実験で coincidence rate の  $\phi$  依存性を確かめれば、 $k$  の値を決定できる。

### 3 実験装置

#### 3.1 架台

##### 3.1.1 概要

線源として  $^{22}\text{Na}$  を用い、上下に back to back に2つの  $\gamma$  線を生じさせ、それぞれプラスチックシンチレーターでコンプトン散乱させる。反跳された電子はプラスチックシンチレーターで検出し、エネルギーを測定する。散乱された  $\gamma$  線は NaI シンチレーターで検出され、そのエネルギーも測定する。反跳された電子と  $\gamma$  線のエネルギーの和が  $511\text{keV}$  であることを確かめ、線源から back to back に出た  $\gamma$  線であることを確認する。2つの  $\gamma$  線の散乱平面がなす角度  $\phi$  が  $0, 45, 90, 135, 180$  度となる場所に NaI シンチレーターをセットできるように、予め台にネジ穴を作った。

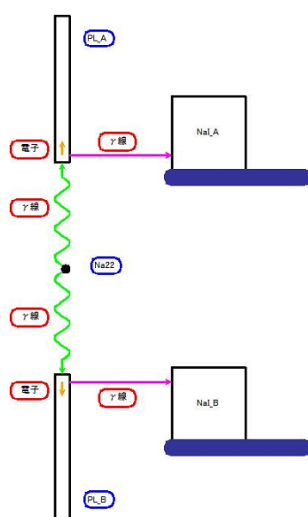


図 3.1: 概略図

### 3.1.2 実験装置

図2のように台の上部と下部にシンチレーターと光電子増倍管 (H6410) を設置し、コンプトン散乱角が90度となるように設置した。線源は台の上部と下部の中間に置いた。台と垂直な方向にz軸をとり、NaI A と NaI B が z 軸周りになす角度を  $\phi$  とし、台の上部に  $\phi$  の角度にあわせて45度ずつネジ穴を設置した。(図3) 線源周辺に関して、線源から直接 NaI シンチレーターに  $\gamma$  線が入射する事を防ぐために真ちゅうで遮蔽した。またコリメーターの径を1cmとした。(図4) 最後にプラスチックシンチレーターと線源、NaI シンチレーターとプラスチックシンチレーターの距離を7cmとしたが、これはシミュレーションの結果から得た値である。(図5)

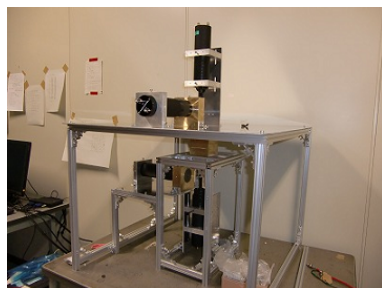


図 3.2: 概略図

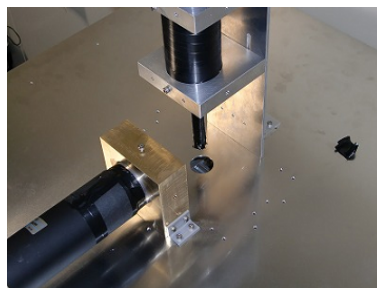


図 3.3: 台上部ネジ穴

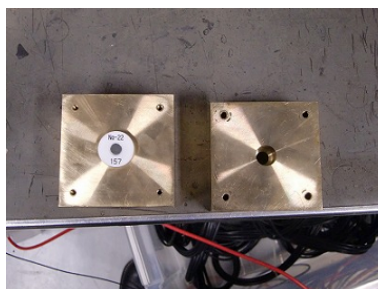


図 3.4: 線源の遮蔽

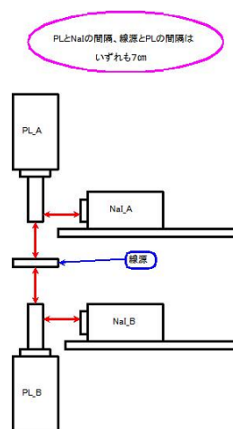


図 3.5: プラスチックシンチレーターと NaI シンチレーター、線源とプラスチックシンチレーターの間隔

### 3.1.3 シンチレーター

物質には原子番号が大きいほど光電効果を起こしやすく、原子番号が小さいほどコンプトン散乱を起こしやすいという性質がある。よって図 1 のようにコンプトン散乱を起こさせる場所にプラスチックシンチレーターを、光電効果を起こさせる場所に NaI シンチレーターを設置した。

プラスチックシンチレーターのサイズは  $1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 10\text{cm}$  とした。底面を  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$  にしたのは back to back にでた  $\gamma$  線を捕らえたいからであり、このサイズでシミュレーションをとった結果十分なイベント数が得られたことから底面を  $1\text{cm}$  の正方形とした。また、図 6 に示す光子のエネルギーと散乱を起こさせるのに必要な単位面積当たりの物質の質量との関係を示したデータを用い、シンチレーターの高さを決定した。今回のプラスチックであれば主成分が C であり、光子のエネルギーが  $511\text{keV}$  であることから、単位面積当たり約  $10\text{g}$  のプラスチックが必要とわかる。これとプラスチックの密度 (約  $1\text{g}/\text{cm}^3$ ) から高さが  $10\text{cm}$  必要という事実を得た。NaI シンチレーターは径が  $56\text{mm}$  のものを使った。



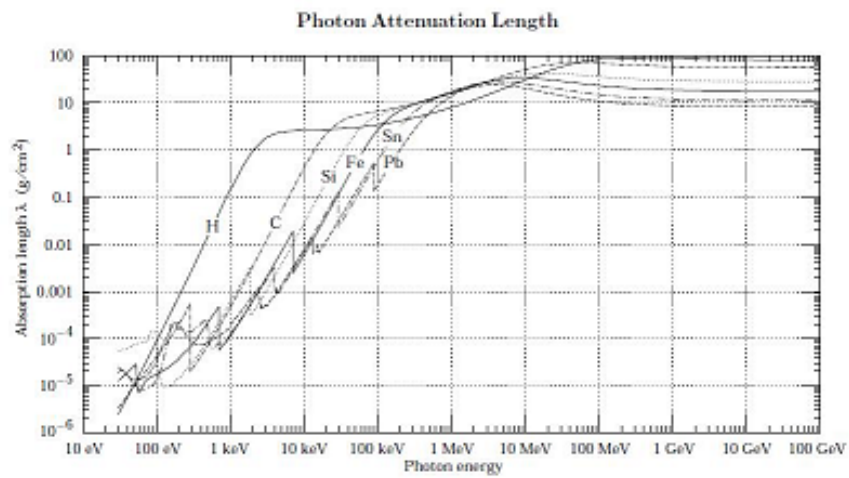


図 3.6: 光子のエネルギーと散乱を起こさせるのに必要な単位面積当たりの物質の質量との関係 [出典: *particle data book*]



図 3.7: プラスチックシンチレーター



図 3.8: NaI シンチレーター

### 3.2 データ取得システム

本実験は2つの NaI シンチレータ及び2つのプラスチックシンチレータに与えられたエネルギーを光電子増倍管で電気信号に変換し、それぞれの電荷量をアナログ-デジタル変換機 (CSADC) で記録する。

以下に本実験におけるデータ取得システムの概略図を示す。(図 3.9)

4本の光電子増倍管からのトリガーの同時計測によって CSADC のゲートを開くのが本システムの概略である。

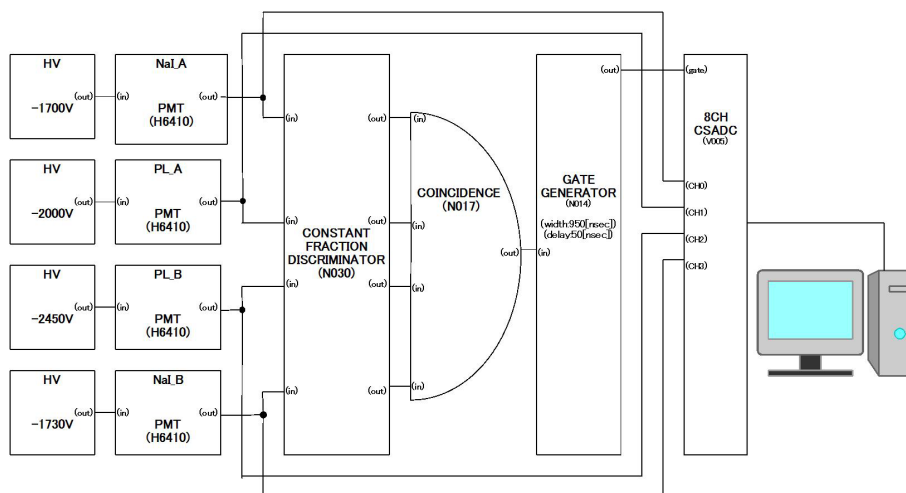


図 3.9: データ取得システムの概略図

### 3.2.1 High Voltage

PMTの電源電圧は、REPIC 林栄精器 RPH-030 を用い、 $^{22}\text{Na}$  の 1275[keV] の  $\gamma$  線を用いたエネルギー較正を行う際に ADC のダイナミックレンジを超えない範囲でなるべく大きい値に設定した。

各シンチレータの電源電圧の設定はそれぞれ、

- NaI<sub>A</sub> : -1700[V]
- NaI<sub>B</sub> : -1730[V]
- PL<sub>A</sub> : -2000[V]
- PL<sub>B</sub> : -2450[V]

とした。

### 3.2.2 Constant Fraction Discriminator

ゲートへ信号を送るために Constant Fraction Discriminator (豊伸電子 4CH コンスタントフラクションディスクリミネータ (N030)) を用いた。NaI シンチレータは A, B どちらも CF (コンスタントフラクション) モードと

し、プラスチックシンチレータは A,B どちらも LE (レベルディスクリ) モードにして用いた。

各シンチレータの Threshold の設定はそれぞれ、

- NaI<sub>A</sub> : 2[mV] (20[nsec] デイレイさせた)
- NaI<sub>B</sub> : 1[mV] (20[nsec] デイレイさせた)
- PL<sub>A</sub> : 30[mV]
- PL<sub>B</sub> : 30[mV]

とした。

### 3.2.3 Coincidence

2本の $\gamma$ 線がそれぞれ NaI シンチレータ及びプラスチックシンチレータで検出された事象を選択するために、Coincidence (豊伸電子 4 ホールドコインシデンス (N017)) を用いて NaI シンチレータ2つとプラスチックシンチレータ2つの計4つのシンチレータで同時計測を行い、信号を gate generator へ送った。

### 3.2.4 Gate Generator

信号が正確に検出できるように、ゲートの幅が約 950[nsec] となるように Gate Generator (豊伸電子 2CH ゲートジェネレータ (N014)) を設定した。

ゲートの幅とタイミングの調整をオシロスコープで確認した図を以下に示す。

上の図 3.10 において、ch1、ch2 はそれぞれ 2本の $\gamma$ 線を NaI シンチレータ A,B で検出した信号である。また、ch3 はその2本の NaI シンチレータで同時計測を行い、ゲートへ送った信号である。

ch1、ch2 が ch3 の幅に収まるようにゲートの幅を調整した。

### 3.2.5 CSADC

本実験で用いたアナログ-デジタル変換機は、豊伸電子 8CH CSADC (V005) である。

この ADC は以下の性能をもつ。

- 0 ~ 1000 [pC] のチャージを検出

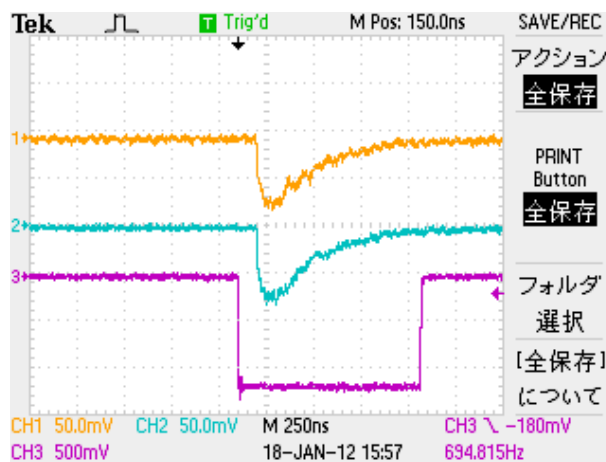


図 3.10: ゲートの幅とタイミングの調整

- bit 数:14bit
- 入力インピーダンス:50[Ω]

この ADC の較正の図を示す。(図 3.11)

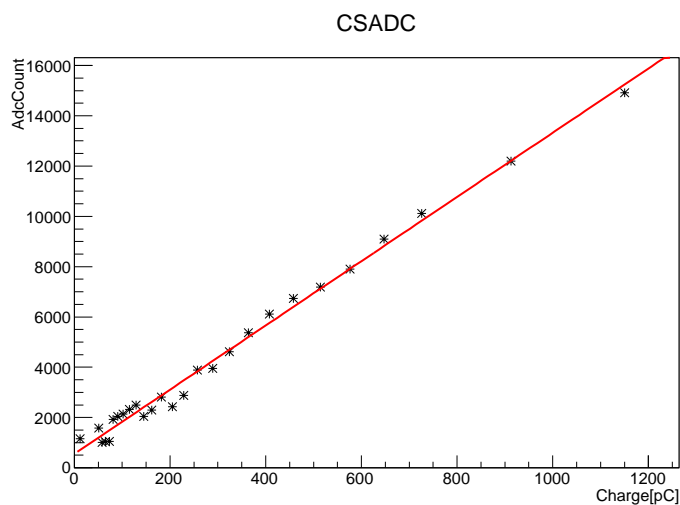


図 3.11: CSADC の較正結果

図 3.11 は、信号を減衰させながら ADC のスペクトルを測定し、その信号の電荷量と ADC で得られるカウントとの対応をプロットしたものである。

図 3.11 から、この ADC の検出できる範囲(ダイナミックレンジ)が 0~1000[pC] であることが確認できる。またこのチャンネルのペDESTAL が 500 程度であると読み取れる。(ただしこれはゲートの幅に依存する)

## 4 シミュレーション

### 4.1 シミュレーションの目的

前章までの議論により、相関値  $k$  は隠れた変数理論の場合、

$$k \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

という弱い相関を示し、量子力学の場合、

$$k = 1$$

という強い相関を持つことを示した。ここで前章の議論では Compton 散乱角  $\theta$  と散乱面と偏光面のなす角  $\eta$  を

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \eta = \begin{cases} 0 & (\text{散乱面と偏光面が平行}) \\ \pi/2 & (\text{散乱面と偏光面と垂直}) \end{cases} \quad (4.1)$$

のみと理想化し、上下の NaI シンチレータで同時に  $\gamma$  線を観測する確率

$$P(\phi) = \frac{1}{2} \left[ 1 - k \left( \frac{4}{9} \right) \cos 2\phi \right]$$

を導出したのであった。しかし実際の実験では各シンチレータに大きさがあ  
る為、式 (4.1) の様に単純に理想化することが出来ない。この章では上記以外  
の  $\theta, \eta$  の寄与を考慮したシミュレーション結果を解析し、相関値  $k$  の値を導  
出することを目的とする。また Coincidence event (上下のプラスチックシンチ  
レータ、NaI シンチレータで同時に得られた事象) の頻度である Coincidence  
rate の算出や、実験で得られた各シンチレータのエネルギースペクトルを比  
較評価することもシミュレーションを行う主な目的の一つである。

### 4.2 シミュレーションの概要

#### 4.2.1 導入したソフトウェア

シミュレーションを行う上で導入したソフトウェアは「geant4」である。  
「geant4」とは素粒子が物質中で起こす複雑な振る舞いや反応を、乱数を用い  
て計算する「モンテカルロ法」に基づいてシミュレーションすることのでき  
るソフトウェアである。

#### 4.2.2 実験とシミュレーションにおけるセットアップの相違点

実際の実験では NaI シンチレータは上下に 1 つずつであるが、シミュレ  
ーションでは高速化の為に、NaI シンチレータを上下に 8 つ、 $45^\circ$  ずつ配置し  
た。以下はシミュレーションにおける実験装置の立体図である。

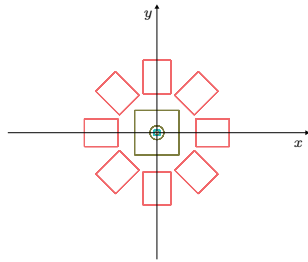


図 4.1: x-y 平面

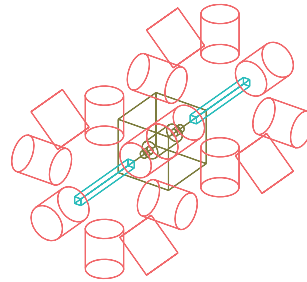


図 4.2: 斜め方向からの俯瞰図

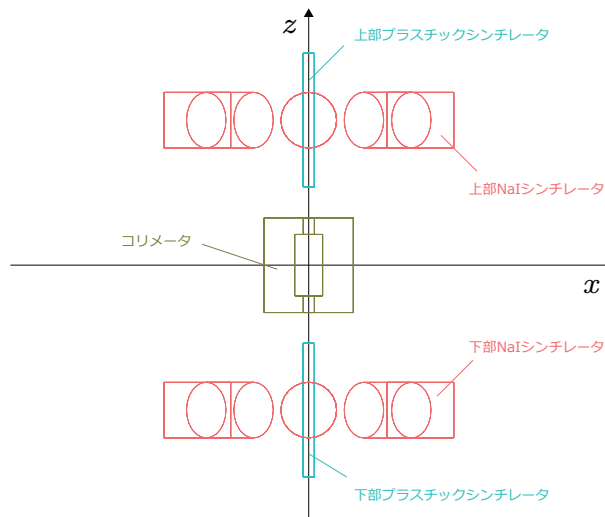


図 4.3: x-z 平面

### 4.3 データ解析

相関値  $k$  を求める為に、

偏向	有
$^{22}\text{Na}$ の崩壊点	原点
コリメータの視野角	$0^\circ$
$^{22}\text{Na}$ の崩壊数	$1 \times 10^8$ [Events]

という設定の下でシミュレーションを行った。ただし、上部 NaI シンチレータは1つのみを扱うものとする。

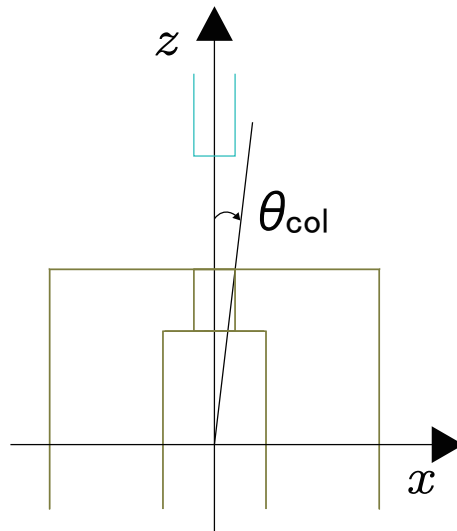


図 4.4:

シミュレーション結果から物理プロセスを理解する為に、以下の4つの条件

- 条件 1 (Ideal)→4.3.2 節  
各シンチレータの分解能を考慮せず、Compton 散乱角  $\theta = 90^\circ$  のみと理想化した場合
- 条件 2 (Geo)→4.3.3 節  
各シンチレータの分解能を考慮せず、Compton 散乱角  $\theta = 90^\circ$  以外の寄与も考慮した場合
- 条件 3 (Resolved)→4.3.6 節  
各シンチレータの分解能を考慮し、Compton 散乱角  $\theta = 90^\circ$  のみと理想化した場合
- 条件 4 (Real)→4.3.7 節  
各シンチレータの分解能を考慮し、Compton 散乱角  $\theta = 90^\circ$  以外の寄与も考慮した場合

の下で解析を行い、相関値  $k$  を導出した。

#### 4.3.1 シミュレーションで得られた各シンチレータのエネルギー・スペクトル

以下は分解能を考慮しない場合のシミュレーション結果の各シンチレータのエネルギー・スペクトルである。

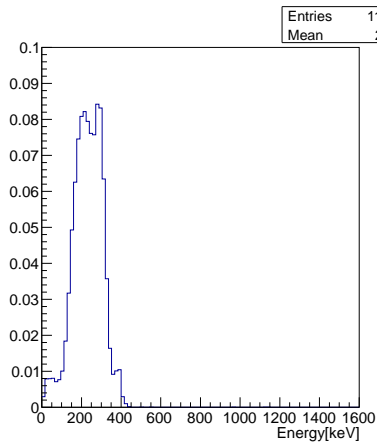


図 4.5: プラスチック・シンチレータ ( $z > 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

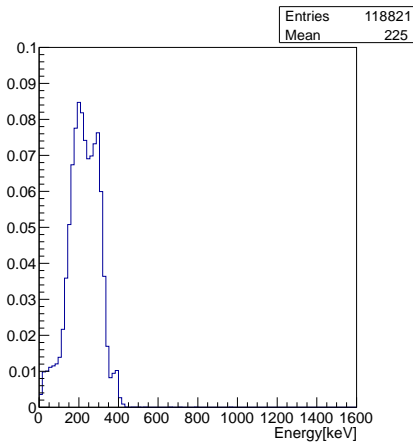


図 4.6: プラスチック・シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

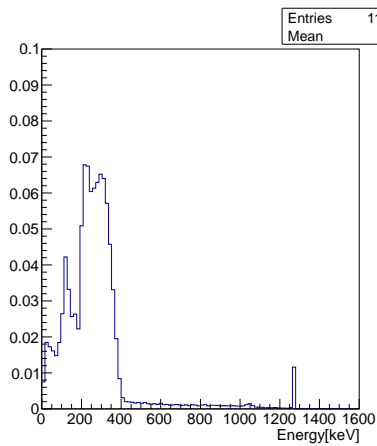


図 4.7: NaI シンチレータ ( $z > 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

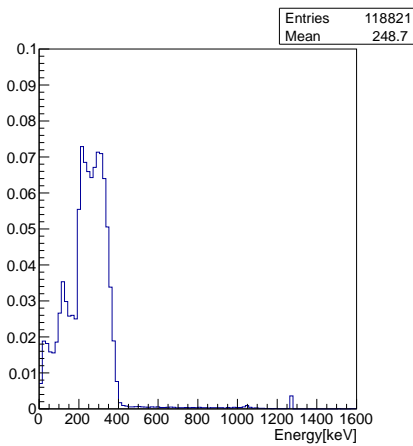


図 4.8: NaI シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

上図において 1275[KeV] にピークがあるのは、1275[KeV] の  $\gamma$  線が偶然同時計測により検出されたバックグラウンド事象であると考えられる。



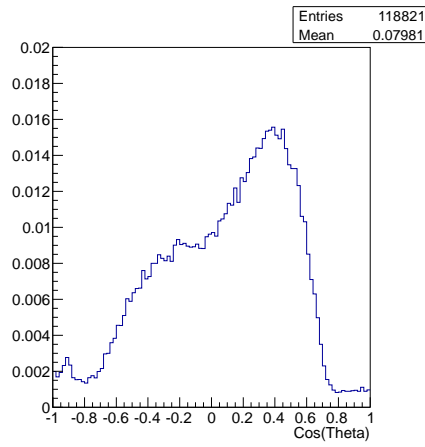


図 4.9:  $\cos \theta(z > 0)$

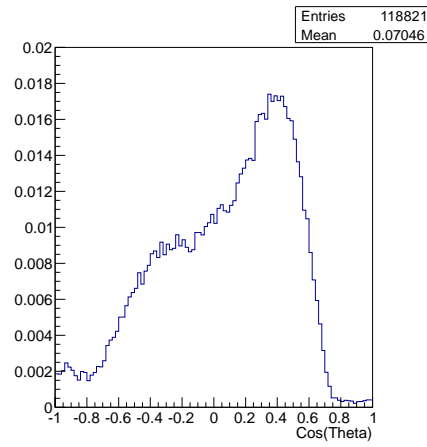


図 4.10:  $\cos \theta(z < 0)$

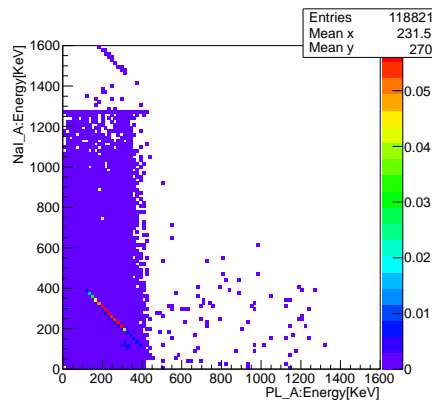


図 4.11: NaI シンチレータとプラスチック  
シンチレータで得られたエネルギー・  
スペクトル ( $z > 0$ )

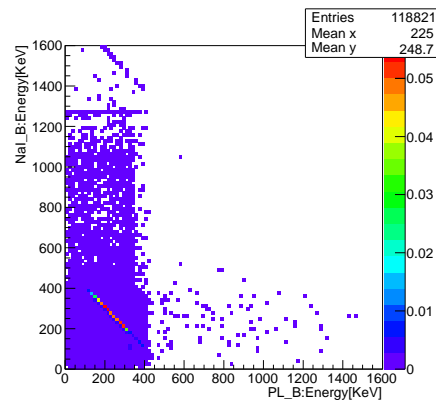


図 4.12: NaI シンチレータとプラスチック  
シンチレータで得られたエネルギー・  
スペクトル ( $z < 0$ )

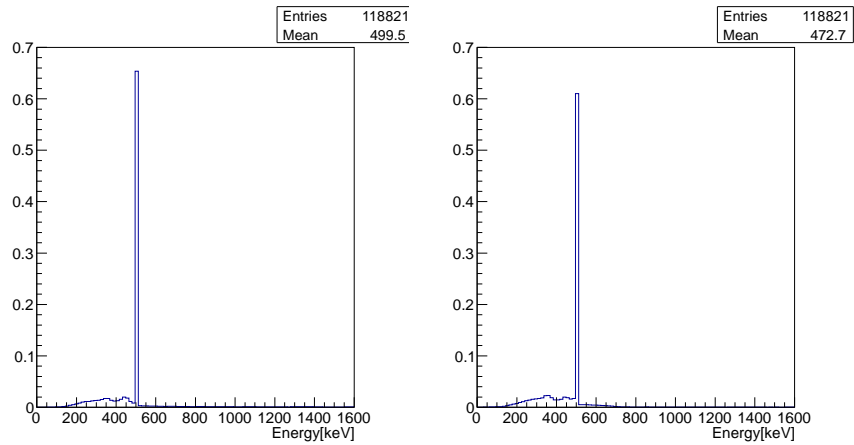


図 4.13: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )  
 図 4.14: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )

上図において、511KeV のピークが信号となる事象である。511KeV 以外のバックグラウンド事象は主に二つあると考えられる。

- NaI に入射した  $\gamma$  線が光電効果ではなくコンプトン散乱をした影響 (511keV 以下のバックグラウンド)
- 1275keV の  $\gamma$  線による影響 (511keV 以上のバックグラウンド)

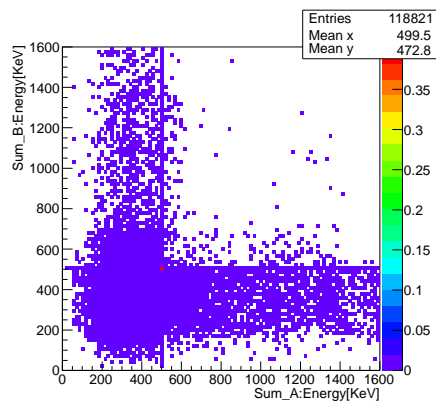


図 4.15:  $z > 0$  に散乱した  $\gamma$  線と  $z < 0$  に散乱した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

### 4.3.2 条件 1(Ideal)

条件 1(Ideal) では Compton 散乱角  $\theta$  と、散乱面と偏向面のなす角  $\eta$  を前章までの議論における理想的な値

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \eta = \begin{cases} 0 & (\text{散乱面と偏光面が平行}) \\ \pi/2 & (\text{散乱面と偏光面と垂直}) \end{cases}$$

に近づける為に、 $\theta = \frac{\pi}{2}$  付近の事象を抽出して  $k$  を計算する。以下では、前節で扱った分解能を考慮しない場合のシミュレーション結果から  $\gamma$  線のエネルギー  $E_0$  が

$$511 - 1[\text{KeV}] \leq E_0 \leq 511 + 1[\text{KeV}]$$

また Compton 散乱角  $\theta$  を

$$-0.05 \leq \cos \theta \leq 0.05$$

の Coincidence event(上下のプラスチックシンチレータ、NaI シンチレータで同時に得られた事象) を抽出し、解析を行うこととする。

条件 1(Ideal) における各シンチレータのエネルギー・スペクトル 条件 1(Ideal) における各スペクトルが以下である。

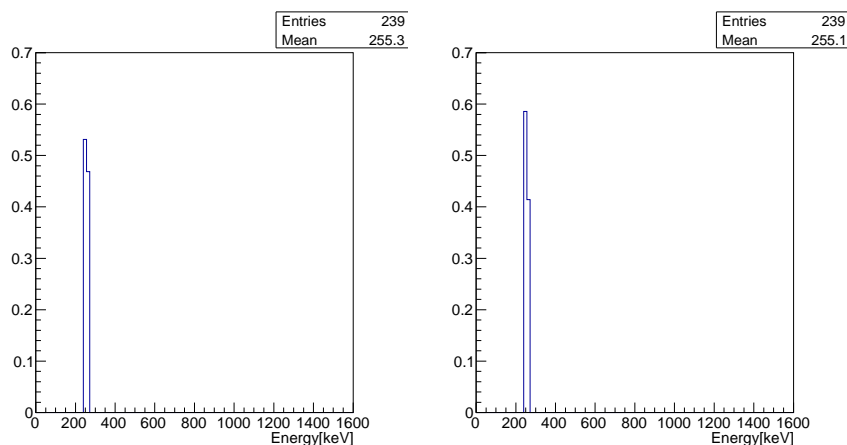


図 4.16: プラスチック・シンチレータ ( $z > 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル  
 図 4.17: プラスチック・シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

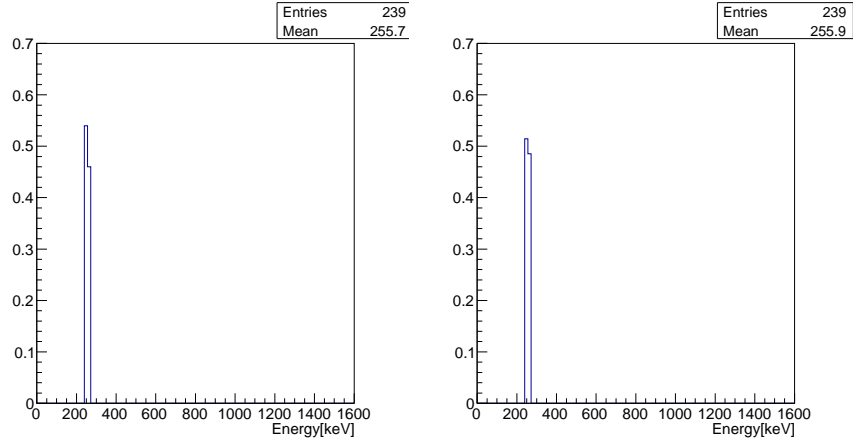


図 4.18: NaI シンチレータ ( $z > 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

図 4.19: NaI シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

ここで、Compton 散乱における散乱角  $\theta$  と散乱する  $\gamma$  線のエネルギー  $E_s$  の関係は

$$\cos \theta = 2 - \frac{E_0}{E_s}$$

であった。以下の図は NaI シンチレータで得られたエネルギー  $E_s$  をこの関係式を用いて  $\cos \theta$  に変換した図である。

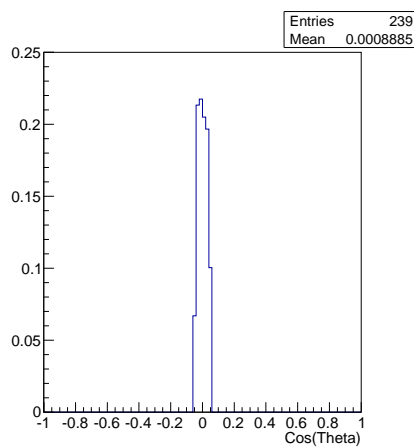


図 4.20:  $\cos \theta (z > 0)$

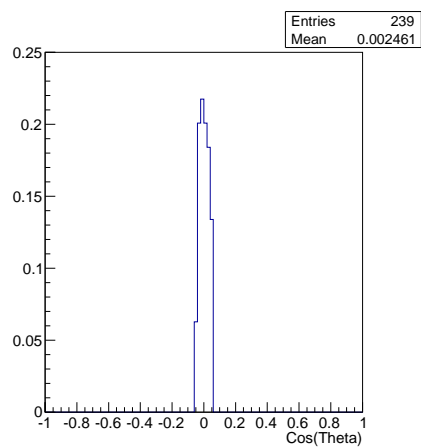


図 4.21:  $\cos \theta (z < 0)$

上図から確かに  $-0.05 \leq \cos \theta \leq 0.05$  の Coincidence event のみを抽出出来ていることが分かる。また図 4.3.2、図 4.3.2、図 4.3.2、図 4.3.2 において、約  $511/2[\text{KeV}]$  の単色スペクトルをなしているのは  $\theta$  の値に  $-0.05 \leq \cos \theta \leq 0.05$  の制限をかけている為である。

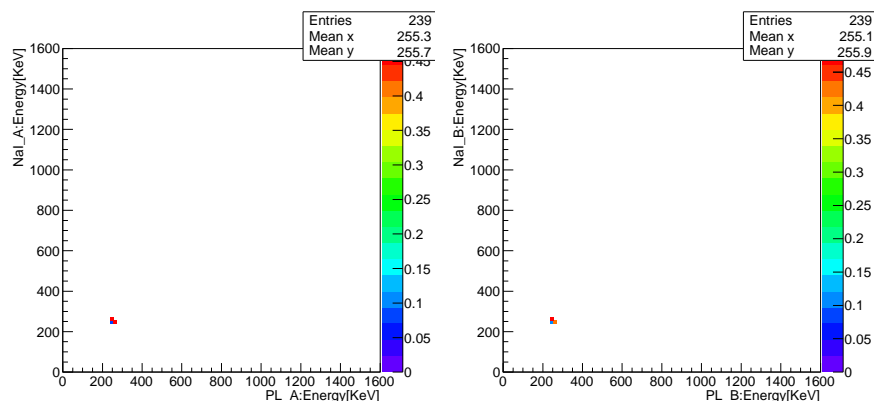


図 4.22: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z > 0$ )  
 図 4.23: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z < 0$ )

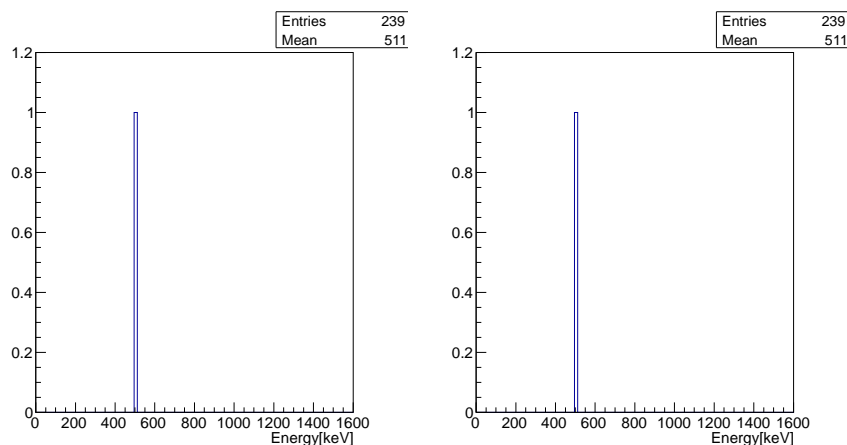


図 4.24: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )  
 図 4.25: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )

上図から確かに  $511 - 1[\text{KeV}] \leq E_0 \leq 511 + 1[\text{KeV}]$  の Coincidence event

のみを抽出出来ていることが分かる。

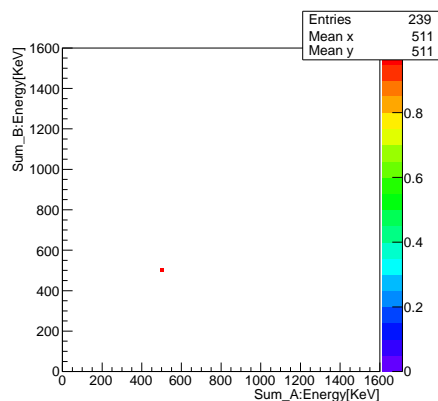


図 4.26:  $z > 0$  に散乱した  $\gamma$  線と  $z < 0$  に散乱した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  と相関値  $k$  以下に Coincidence event と上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  との関係を示す。

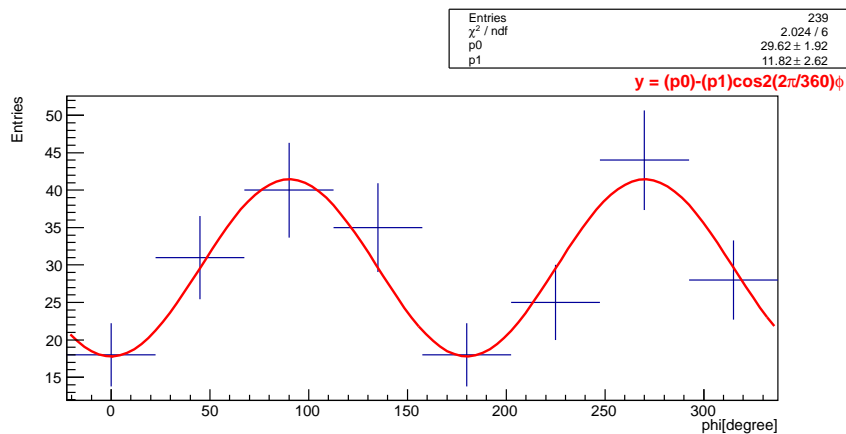


図 4.27: 上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  と相関値  $k$  との関係

ここで、得られたヒストグラムをフィット関数

$$y = p_0 - p_1 \cos 2\phi \quad (4.2)$$

でフィットした。得られたパラメータを以下に示す。

$$\begin{aligned} p_0 &= 29.6 \pm 1.92 \\ p_1 &= 11.8 \pm 2.62 \\ \frac{p_1}{p_0} &= 0.399 \pm 0.0923 \end{aligned}$$

ここで、 $p_1/p_0$  の誤差を求めるにあたって、誤差を含む式の除算

$$\frac{A \pm \sigma_A}{B \pm \sigma_B} = \frac{A}{B} \pm \frac{A}{B} \sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2}$$

を用いた。

相関値  $k$  の導出 ( $\eta$  の寄与を考慮しない場合) Compton 散乱における微分散乱断面積  $d\sigma/d\Omega$  は Klein-Nishina の式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 (\zeta - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \eta)$$

で表される。ただし、

$$\zeta = \frac{E_0}{E_s} + \frac{E_s}{E_0} \quad (4.3)$$

である。その他のパラメータについても、前章までの議論と同様である。前章までの議論では Compton 散乱角  $\theta$  と散乱面と偏光面のなす角  $\eta$  を

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \eta = \begin{cases} 0 & (\text{散乱面と偏光面が平行}) \\ \pi/2 & (\text{散乱面と偏光面と垂直}) \end{cases} \quad (4.4)$$

のみと理想化し、散乱面と偏光面が平行の時の微分断面積

$$\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 (\zeta - 2 \sin^2 \theta)$$

と散乱面と偏光面が垂直の時の微分断面積

$$\frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 \zeta$$

の2つのパラメータを用いることで上下の NaI シンチレータで同時に  $\gamma$  線を観測する確率

$$P(\phi) = \frac{1}{2} \left[ 1 - k \left( \frac{4}{9} \right) \cos 2\phi \right]$$

を導出したのであった。しかし実際の実験では各シンチレータに大きさがあ  
る為、式 (4.4) の様に単純に理想化することが出来ない。そこでまず、 $\eta$  を

$$\eta = \begin{cases} 0 & (\text{散乱面と偏光面が平行}) \\ \pi/2 & (\text{散乱面と偏光面と垂直}) \end{cases}$$

のみと理想化し、 $\theta = \frac{\pi}{2}$  以外の場合を考慮した時の確率  $P(\phi)$  を議論する。前章までの議論より、散乱面と偏光面が平行である時の確率は

$$\begin{aligned} P_{\parallel} &= \frac{\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}} \\ &= \frac{\frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 (\zeta - 2 \sin^2 \theta)}{\frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 (2\zeta - 2 \sin^2 \theta)} \\ &= \frac{\zeta - 2 \sin^2 \theta}{2(\zeta - \sin^2 \theta)} \end{aligned}$$

また散乱面と偏光面が垂直である時の確率は

$$\begin{aligned} P_{\perp} &= \frac{\frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}} \\ &= \frac{\frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 \zeta}{\frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 (2\zeta - 2 \sin^2 \theta)} \\ &= \frac{\zeta}{2(\zeta - \sin^2 \theta)} \end{aligned}$$

であるので、上下の検出器で  $\gamma$  線を同時に観測する確率は

$$\begin{aligned} P(\phi) &= P_{\parallel 1} \left( \frac{1 - k \cos \phi}{2} P_{\parallel 2} + \frac{1 + k \cos \phi}{2} P_{\perp 2} \right) + P_{\perp 1} \left( \frac{1 + k \cos \phi}{2} P_{\parallel 2} + \frac{1 - k \cos \phi}{2} P_{\perp 2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (P_{\parallel 1} P_{\parallel 2} + P_{\parallel 1} P_{\perp 2} + P_{\perp 1} P_{\parallel 2} + P_{\perp 1} P_{\perp 2}) \\ &\quad + \frac{1}{2} k \cos \phi (-P_{\parallel 1} P_{\parallel 2} + P_{\parallel 1} P_{\perp 2} + P_{\perp 1} P_{\parallel 2} - P_{\perp 1} P_{\perp 2}) \\ (\text{右辺第 1 項}) &= \frac{1}{2} ((P_{\parallel 1} + P_{\perp 1}) P_{\parallel 2} + (P_{\parallel 1} + P_{\perp 1}) P_{\perp 2}) \\ &= \frac{1}{2} (P_{\parallel 1} + P_{\perp 1}) (P_{\parallel 2} + P_{\perp 2}) \\ &= \frac{1}{2} \quad (\because P_{\parallel 1} + P_{\perp 1} = 1, P_{\parallel 2} + P_{\perp 2} = 1) \\ (\text{右辺第 2 項}) &= \frac{1}{2} k \cos \phi ((-P_{\parallel 1} + P_{\perp 1}) P_{\parallel 2} + (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1}) P_{\perp 2}) \\ &= \frac{1}{2} k \cos \phi (-1)(P_{\parallel 1} - P_{\perp 1})(P_{\parallel 2} - P_{\perp 2}) \\ &= \frac{1}{2} k \cos \phi (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1})(P_{\parallel 2} - P_{\perp 2}) \end{aligned}$$

よって、

$$P(\phi) = \frac{1}{2} [1 - k \cos \phi (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1})(P_{\parallel 2} - P_{\perp 2})]$$

と求めることができる。ここで、

$$P(\phi) \equiv \frac{1}{2} [1 - k g(\theta_1, \theta_2, \zeta_1, \zeta_2) \cos \phi]$$



とおくと、

$$g(\theta_1, \theta_2, \zeta_1, \zeta_2) = (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1}) (P_{\parallel 2} - P_{\perp 2})$$

を得る。ここで、

$$\begin{aligned} P_{\parallel} - P_{\perp} &= \frac{\zeta - 2 \sin^2 \theta}{2(\zeta - \sin^2 \theta)} - \frac{\zeta}{2(\zeta - \sin^2 \theta)} \\ &= \frac{-2 \sin^2 \theta}{2(\zeta - \sin^2 \theta)} \\ &= -\frac{\sin^2 \theta}{\zeta - \sin^2 \theta} \end{aligned}$$

であるので、

$$\begin{aligned} g(\theta_1, \theta_2, \zeta_1, \zeta_2) &= (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1}) (P_{\parallel 2} - P_{\perp 2}) \\ &= \left( -\frac{\sin^2 \theta_1}{\zeta_1 - \sin^2 \theta_1} \right) \left( -\frac{\sin^2 \theta_2}{\zeta_2 - \sin^2 \theta_2} \right) \\ &= \left( \frac{\sin^2 \theta_1}{\zeta_1 - \sin^2 \theta_1} \right) \left( \frac{\sin^2 \theta_2}{\zeta_2 - \sin^2 \theta_2} \right) \end{aligned}$$

と求めることができる。これに  $\zeta_1$  と  $\zeta_2$  の重み  $f(\zeta_1)$ 、 $f(\zeta_2)$  を考慮することで、

$$g(\theta_1, \theta_2, \zeta_1, \zeta_2) = \int \int \left( \frac{\sin^2 \theta_1}{\zeta_1 - \sin^2 \theta_1} \right) \left( \frac{\sin^2 \theta_2}{\zeta_2 - \sin^2 \theta_2} \right) f(\zeta_1) f(\zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2 \quad (4.5)$$

と表すことができる。次に積分範囲であるが Compton 散乱角  $\theta$  とエネルギーの関係式より

$$\begin{aligned} \cos \theta &= 2 - \frac{E_0}{E_s} \\ \rightarrow \frac{E_0}{E_s} &= 2 - \cos \theta \end{aligned}$$

ここで  $E_0 = 511$  [KeV]、 $E_s$  は NaI シンチレータで得られたエネルギーである。また

$$\zeta = \frac{E_0}{E_s} + \frac{E_s}{E_0}$$

であるので、

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{1}{2 - \cos \theta} + 2 - \cos \theta \\ \rightarrow (2 - \cos \theta) \zeta &= 1 + (2 - \cos \theta)^2 \\ &= 5 - 4 \cos \theta + \cos^2 \theta \\ \rightarrow \cos^2 \theta + (\zeta - 4) \cos \theta + (5 - 2\zeta) &= 0 \\ \therefore \cos \theta &= \frac{-(\zeta - 4) - \sqrt{(\zeta - 4)^2 - 4(5 - 2\zeta)}}{2} \end{aligned}$$

のように  $\cos \theta$  を  $\zeta$  の関数として表すことができる。こうして得られた  $\cos \theta$  を

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

に変換し、式 (4.5) に代入することで  $g(\theta_1, \theta_2, \zeta_1, \zeta_2)$  から  $\zeta_1, \zeta_2$  のみの関数

$$g(\zeta_1, \zeta_2)$$

を得る。ここで  $\zeta$  と  $\cos \theta$  には

$$\zeta = \frac{1}{2 - \cos \theta} + 2 - \cos \theta$$

という関係があり、また  $-1 \leq \cos \theta \leq 1$  において  $\zeta$  は減少関数であるから、 $\cos \theta = -1$  のとき上限値  $\zeta = \zeta_{\max}$  を、 $\cos \theta = 1$  のとき下限値  $\zeta = \zeta_{\min}$  をとる。つまり、

$$\zeta_{\min} = \frac{1}{2 - 1} + 2 - 1 = 2$$

$$\zeta_{\max} = \frac{1}{2 + 1} + 2 + 1 = \frac{10}{3}$$

であるので積分範囲は

$$2 \leq \zeta \leq \frac{10}{3}$$

とした。こうして上下の検出器で  $\gamma$  線を同時に検出する確率は

$$P(\phi) = \frac{1}{2} [1 - kg(\zeta_1, \zeta_2) \cos 2\phi] \quad (4.6)$$

と求まる。関数 (4.2) は式 (4.6) の  $P(\phi)$  に比例するので、

$$a(p_0 - p_1 \cos 2\phi) = \frac{1}{2} (1 - kg(\zeta_1, \zeta_2) \cos \phi) \quad (\text{ただし } a \text{ は定数})$$

$$\therefore ap_0 = \frac{1}{2}$$

$$ap_1 = \frac{1}{2} kg(\zeta_1, \zeta_2)$$

よって、

$$\frac{p_1}{p_0} = kg(\zeta_1, \zeta_2)$$

という関係式を得る。こうして  $k$  の値は

$$k = \frac{1}{g(\zeta_1, \zeta_2)} \frac{p_1}{p_0}$$

と求めることができる。以下の図は  $\zeta$  とエネルギーの関係式 (4.6) を用いて、NaI シンチレータで得られたエネルギーを  $\zeta$  に変換した図である。

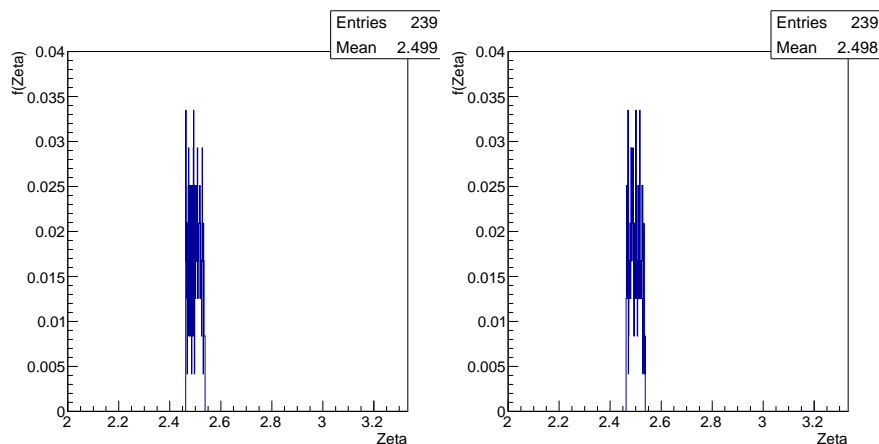


図 4.28:  $\zeta_1$  ( $z > 0$ )

図 4.29:  $\zeta_2$  ( $z < 0$ )

こうして式 (4.5) の積分を行うことによって、

$$g(\zeta_1, \zeta_2) = 0.444$$

と求めることができた。ここで、 $p_1/p_0$  は

$$\frac{p_1}{p_0} = 0.399 \pm 0.0923$$

であるので、

$$\begin{aligned} k_{\text{Ideal}} &= \frac{1}{g} \frac{p_1}{p_0} \\ &= 0.898 \pm 0.207 \end{aligned}$$

と求めることができた。

相関値  $k$  の導出 ( $\eta$  の寄与も考慮に入れた場合) 以上の議論では、まだ散乱面と偏光面のなす角  $\eta$  が

$$\eta = \begin{cases} 0 & (\text{散乱面と偏光面が平行}) \\ \pi/2 & (\text{散乱面と偏光面と垂直}) \end{cases}$$

と理想化されたままであるので、この節では上記の条件以外の  $\eta$  を考慮に入れた時の確率  $P(\phi)$  を議論する。ただし、 $\eta$  の寄与を考慮する為には、 $\gamma$  線が NaI シンチレータに入射した時の位置を知る必要がある。今回はシミュレー

シミュレーション・ソフトウェアである geant4 は用いず、Compton 散乱する  $\gamma$  線を乱数分布させることによって  $\gamma$  線の NaI シンチレータへの入射位置を求めた。

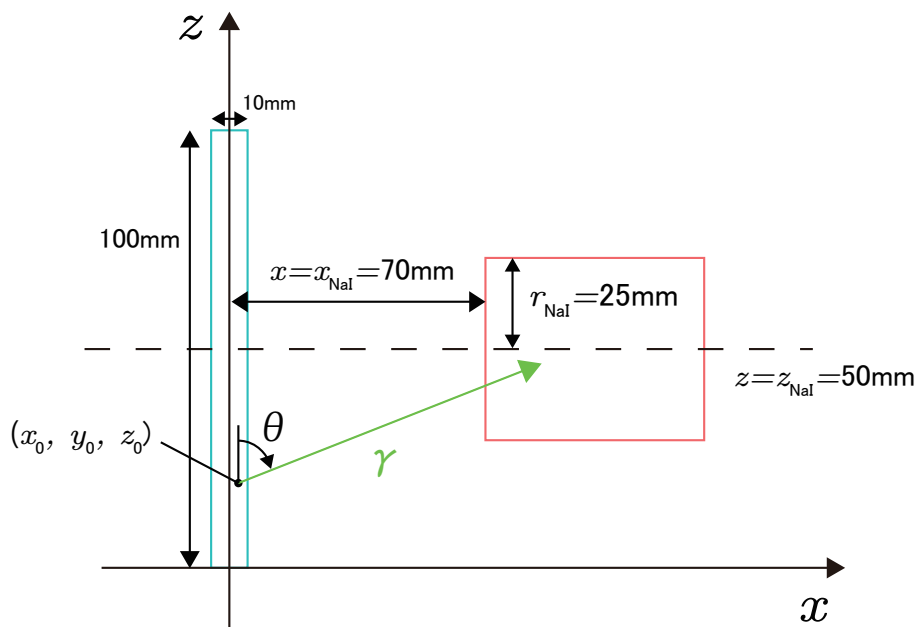


図 4.30: x-z 平面

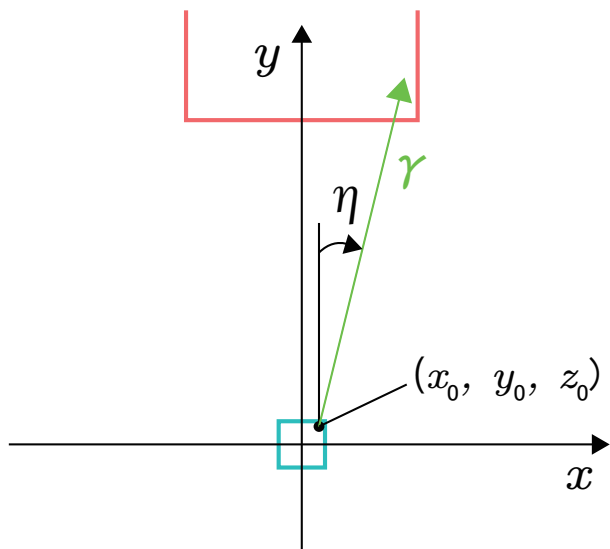


図 4.31: x-y 平面



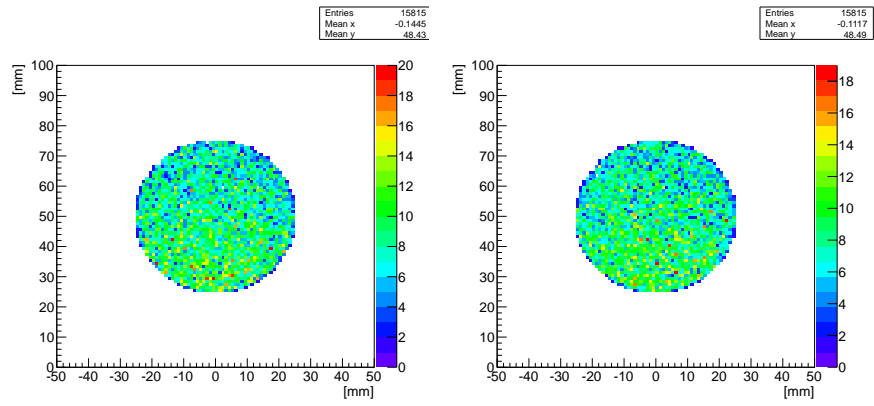


図 4.32:  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布 ( $z > 0$ )      図 4.33:  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布 ( $z < 0$ )

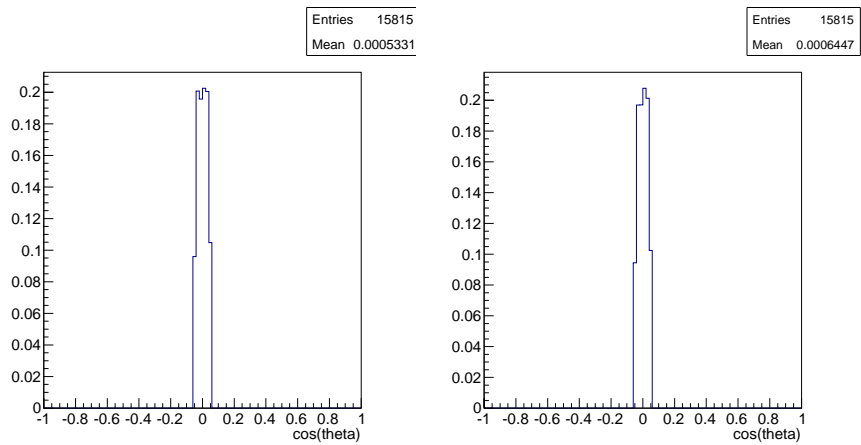
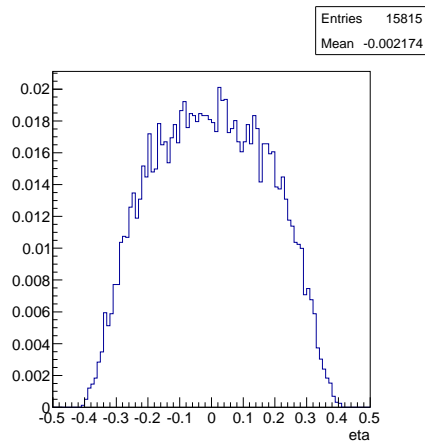
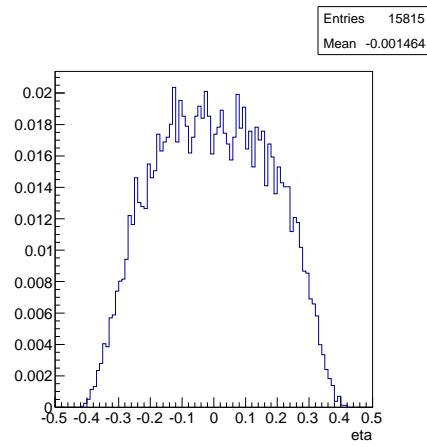


図 4.34:  $\cos \theta$  ( $z > 0$ )

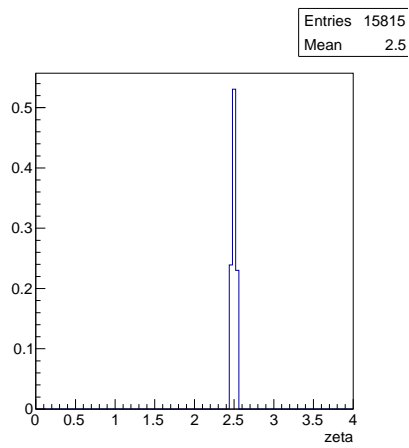
図 4.35:  $\cos \theta$  ( $z < 0$ )



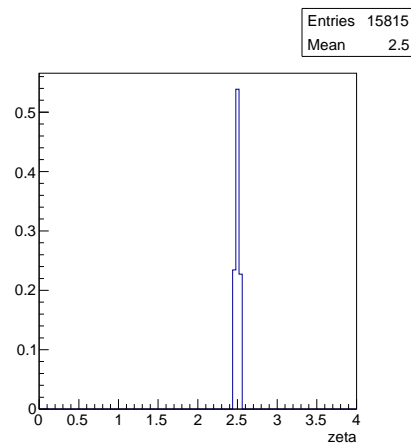
☒ 4.36:  $\eta$  ( $z > 0$ )



☒ 4.37:  $\eta$  ( $z < 0$ )



☒ 4.38:  $\zeta$  ( $z > 0$ )



☒ 4.39:  $\zeta$  ( $z < 0$ )

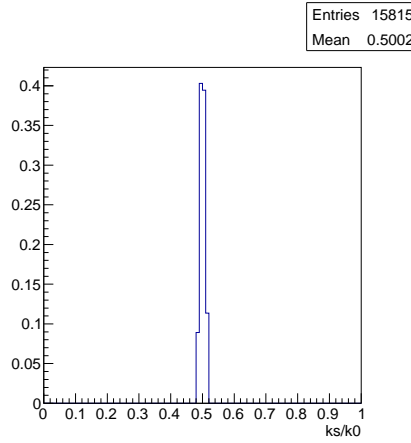


図 4.40:  $k_s/k_0$  ( $z > 0$ )

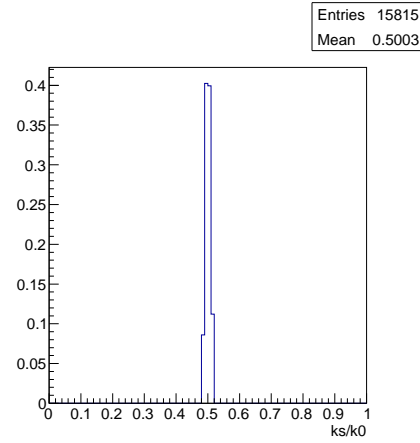


図 4.41:  $k_s/k_0$  ( $z < 0$ )

$\eta$  の範囲は

$$-\frac{\pi}{6} \leq \eta \leq \frac{\pi}{6}$$

であるので、散乱面と偏光面が平行である時の微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 (\zeta - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \eta)$$

と散乱面と偏光面が垂直の時の微分散乱断面積

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega} &= \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 (\zeta - 2 \sin^2 \theta \cos^2(\eta + \frac{\pi}{2})) \\ &= \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{k_s}{k_0}\right)^2 (\zeta - 2 \sin^2 \theta \sin^2 \eta) \end{aligned}$$

で求められる。こうして得られた微分散乱断面積のスペクトルが以下である。  
ただし簡単の為、ここでは

$$\frac{r_e^2}{2} = 1$$

とした。



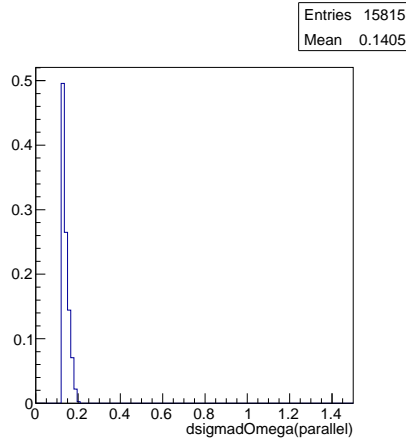


図 4.42:  $d\sigma_{\parallel}/d\Omega$  ( $z > 0$ )

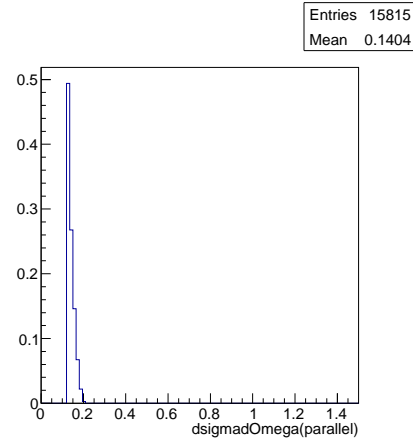


図 4.43:  $d\sigma_{\parallel}/d\Omega$  ( $z < 0$ )

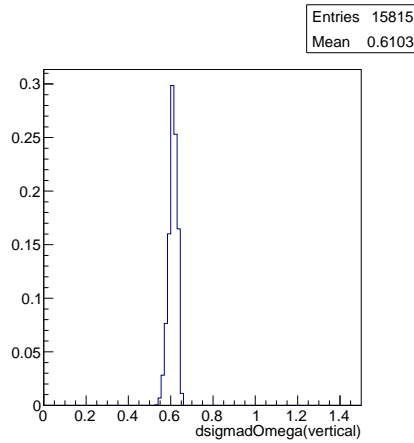


図 4.44:  $d\sigma_{\perp}/d\Omega$  ( $z > 0$ )

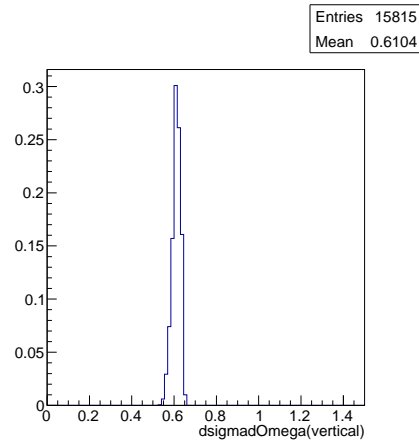


図 4.45:  $d\sigma_{\perp}/d\Omega$  ( $z < 0$ )

前述の議論より、散乱面と偏光面が平行である時の確率は

$$P_{\parallel}(\theta, \eta) = \frac{\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}}$$

また散乱面と偏光面が垂直である時の確率は

$$P_{\perp}(\theta, \eta) = \frac{\frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}}$$

である。以下にこれらの確率分布を示す。

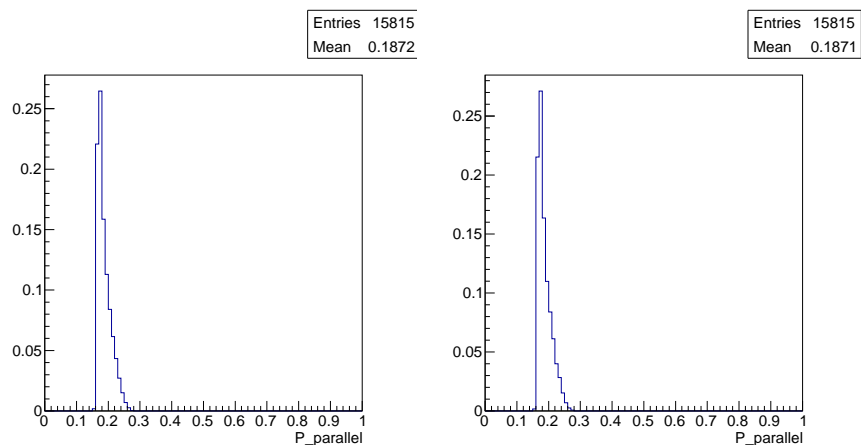


図 4.46:  $p_{\parallel}(\theta, \eta)$  ( $z > 0$ )

図 4.47:  $p_{\parallel}(\theta, \eta)$  ( $z < 0$ )

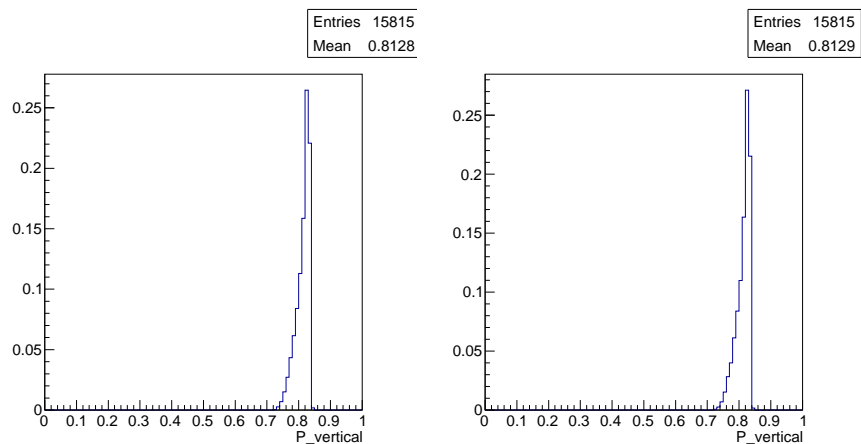


図 4.48:  $p_{\perp}(\theta, \eta)$  ( $z > 0$ )

図 4.49:  $p_{\perp}(\theta, \eta)$  ( $z < 0$ )

こうして前述と同様の議論によって、上下の検出器で  $\gamma$  線を同時に観測する確率

$$P(\phi) = \frac{1}{2} [1 - k \cos \phi (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1})(P_{\parallel 2} - P_{\perp 2})]$$

を求めることができる。ここで、

$$P(\phi) \equiv \frac{1}{2} [1 - kg(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2) \cos \phi]$$

とあと、

$$g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2) = (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1}) (P_{\parallel 2} - P_{\perp 2})$$

を得る。この様にして求められた  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$  のスペクトルが以下である。

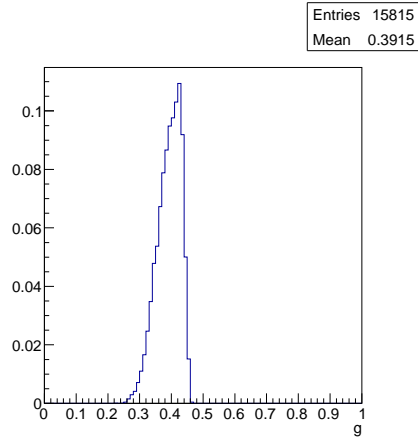


図 4.50:  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$

こうして得られた  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$  の平均値は

$$g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2) = 0.391$$

ここで、 $\frac{p_1}{p_0} = 0.399$  であるので、

$$\begin{aligned} k'_{\text{Ideal}} &= \frac{1}{g} \frac{p_1}{p_0} \\ &= 1.01 \pm 0.235 \end{aligned}$$

と求めることが出来た。

### 4.3.3 条件 2(Geo)

条件 2(Geo) では、条件 1(Ideal) 同様に、エネルギー分解能を考慮しない場合のシミュレーション結果を扱う。ただし、 $\gamma$  線のエネルギー  $E_0$  が

$$511 - 1[\text{KeV}] \leq E_0 \leq 511 + 1[\text{KeV}]$$

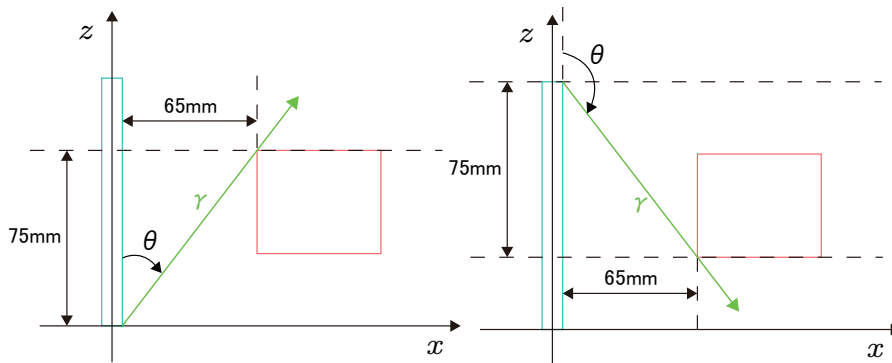


図 4.51: Compton 散乱角  $\theta$  の最小角 図 4.52: Compton 散乱角  $\theta$  の最大角

また上図より、Compton 散乱をした  $\gamma$  線が NaI シンチレータに入射する  
 為には、

$$\cos \theta \text{ の下限値 } (\cos \theta)_{\min} = -\frac{75}{\sqrt{75^2 + 65^2}} \quad (4.7)$$

$$\cos \theta \text{ の上限値 } (\cos \theta)_{\max} = \frac{75}{\sqrt{75^2 + 65^2}} \quad (4.8)$$

であるので、Compton 散乱角  $\theta$  を

$$(\cos \theta)_{\min} \leq \cos \theta \leq (\cos \theta)_{\max}$$

の Coincidence event(上下のプラスチックシンチレータ、NaI シンチレータ  
 で同時に得られた事象)を抽出し、解析を行うこととする。

条件 2(Geo)における各シンチレータのエネルギー・スペクトル 条件 2(Geo)  
 における各スペクトルが以下である。

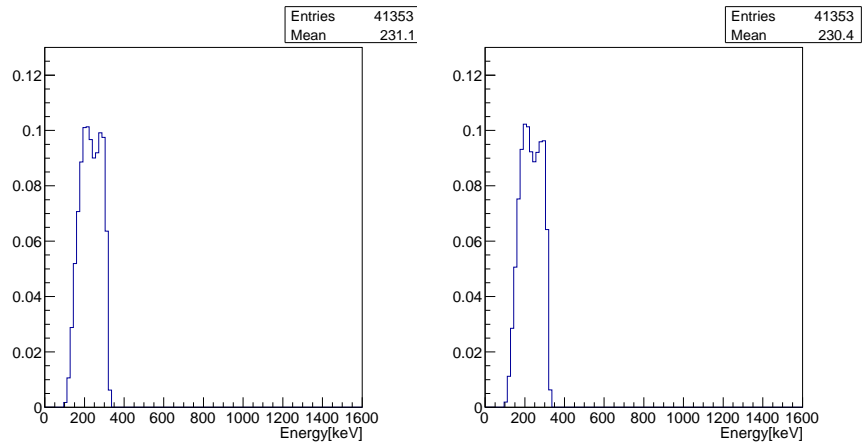


図 4.53: プラスチック・シンチレータ ( $z > 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル  
 図 4.54: プラスチック・シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

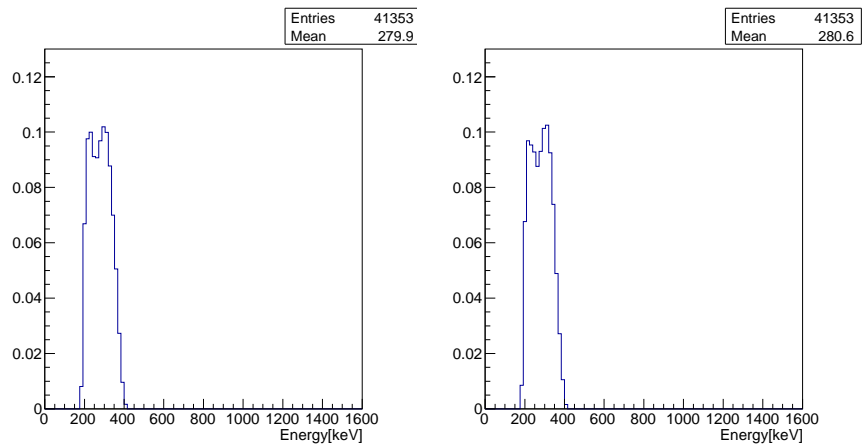


図 4.55: NaI シンチレータ ( $z > 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル  
 図 4.56: NaI シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

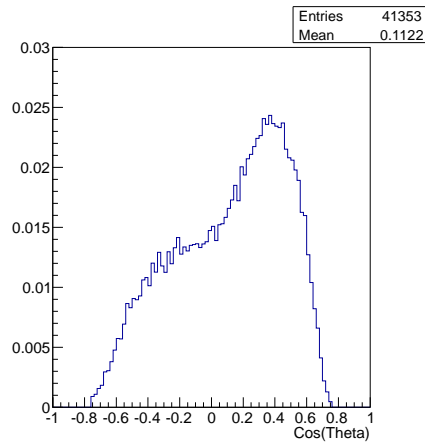


図 4.57:  $\cos \theta(z > 0)$

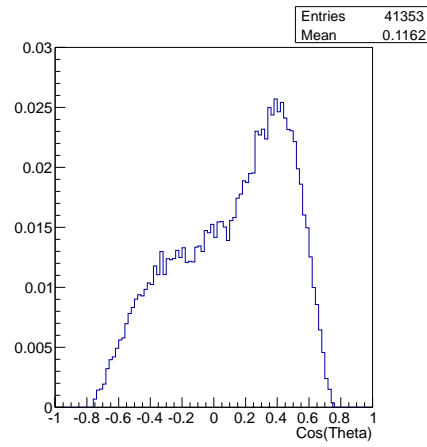


図 4.58:  $\cos \theta(z < 0)$

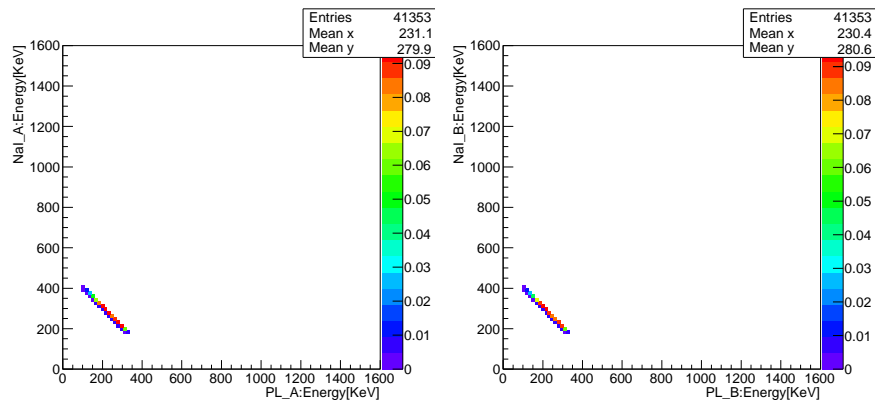


図 4.59: NaI シンチレータとプラスチックシンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z > 0$ )

図 4.60: NaI シンチレータとプラスチックシンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z < 0$ )

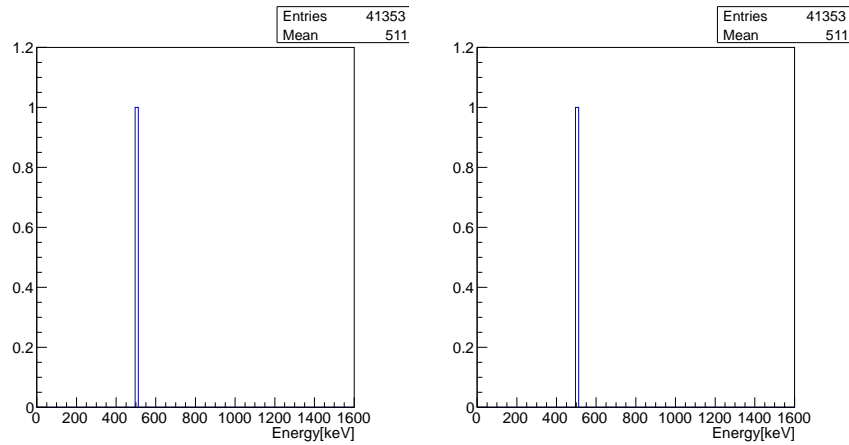


図 4.61: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )

図 4.62: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )

上図から確かに  $511 - 1[\text{KeV}] \leq E_0 \leq 511 + 1[\text{KeV}]$  の Coincidence event のみを抽出出来ていることが分かる。

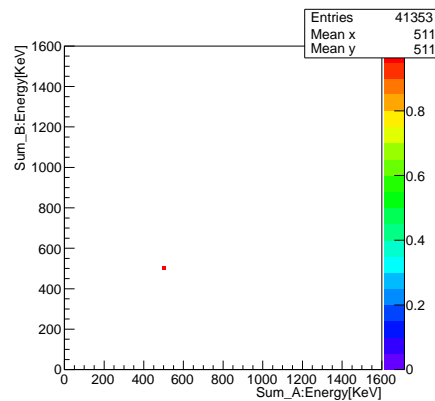


図 4.63:  $z > 0$  に散乱した  $\gamma$  線と  $z < 0$  に散乱した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトルの相関

上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  と相関値  $k$  以下に Coincidence event と、上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  との関係を示す。

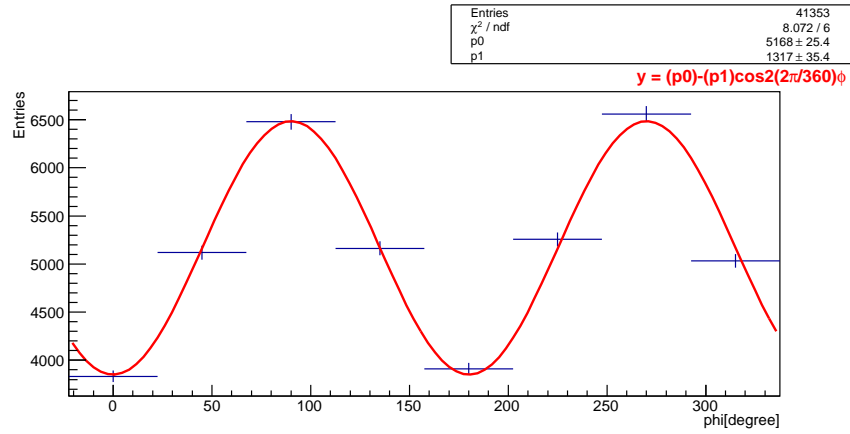


図 4.64: 上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  と相関値  $k$  との関係

ここで、得られたヒストグラムをフィット関数

$$y = p_0 - p_1 \cos 2\phi$$

でフィットした。得られたパラメータを以下に示す。

$$p_0 = 5.16 \times 10^3 \pm 25.4$$

$$p_1 = 1.31 \times 10^3 \pm 35.4$$

$$\frac{p_1}{p_0} = 0.254 \pm 0.00697$$

相関値  $k$  の導出 ( $\eta$  の寄与を考慮しない場合) 以下の図は  $\zeta$  とエネルギーの関係式 (4.6) を用いて、NaI シンチレータで得られたエネルギーを  $\zeta$  に変換した図である。



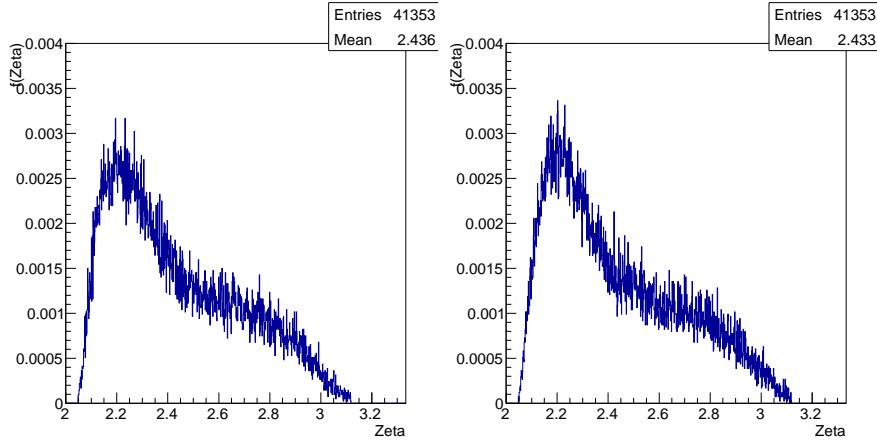


図 4.65:  $\zeta_1$  ( $z > 0$ )

図 4.66:  $\zeta_2$  ( $z < 0$ )

前節と同様に、式 (4.5) の積分を行うことによって

$$g(\zeta_1, \zeta_2) = 0.319$$

と求めることができた。ここで、 $p_1/p_0$  は

$$\frac{p_1}{p_0} = 0.254 \pm 0.00697$$

であるので、

$$\begin{aligned} k_{\text{Geo}} &= \frac{1}{g} \frac{p_1}{p_0} \\ &= 0.798 \pm 0.0218 \end{aligned}$$

と求めることができた。

相関値  $k$  の導出 ( $\eta$  の寄与も考慮に入れた場合) 前節の議論と同様のパラメータを用いて、Compton 散乱する  $\gamma$  線のシミュレーションを行った。ただし、ここでは式 (4.7)、式 (4.8) における  $(\cos \theta)_{\min} \leq \cos \theta \leq (\cos \theta)_{\max}$  のイベントを扱う為、上記の範囲で  $\cos \theta$  を一様分布させた。こうして得られた  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布が以下である。

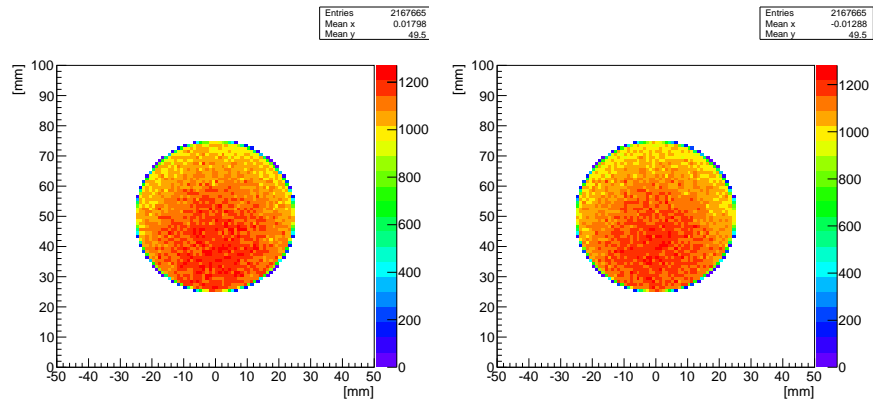


図 4.67:  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布 ( $z > 0$ )      図 4.68:  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布 ( $z < 0$ )

以下は上下に放出される  $\gamma$  線が共にこれらの条件を満たす時の各パラメータ  $\theta_1, \eta_1, \theta_2, \eta_2$  (ここで 1: 上部、2: 下部) のスペクトルである。

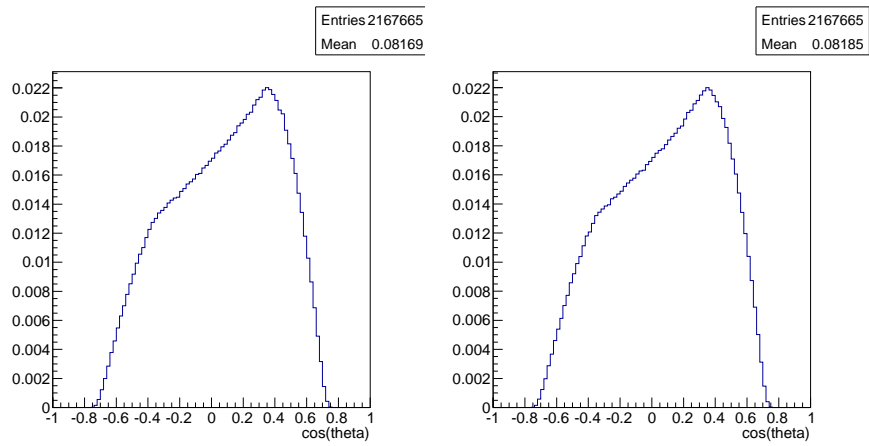


図 4.69:  $\cos \theta$  ( $z \geq 0$ )

図 4.70:  $\cos \theta$  ( $z < 0$ )

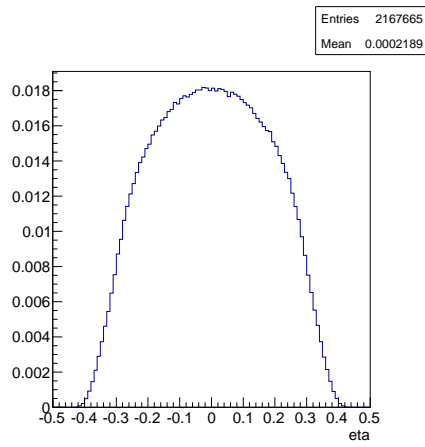


図 4.71:  $\eta$  ( $z \geq 0$ )

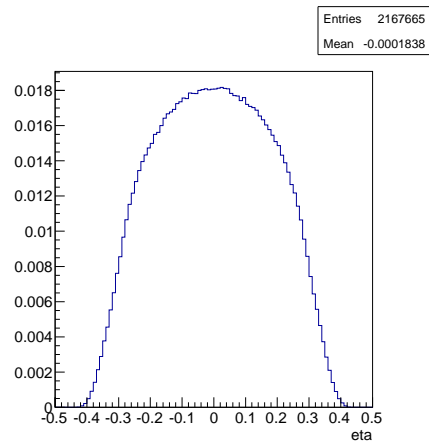


図 4.72:  $\eta$  ( $z < 0$ )

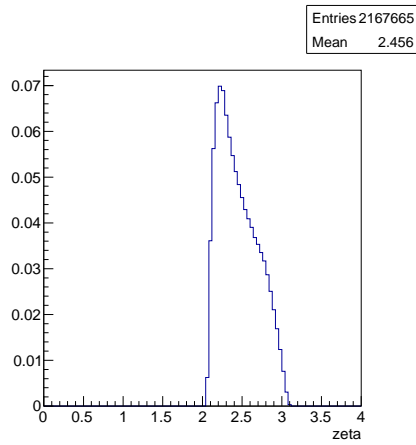


図 4.73:  $\zeta$  ( $z \geq 0$ )

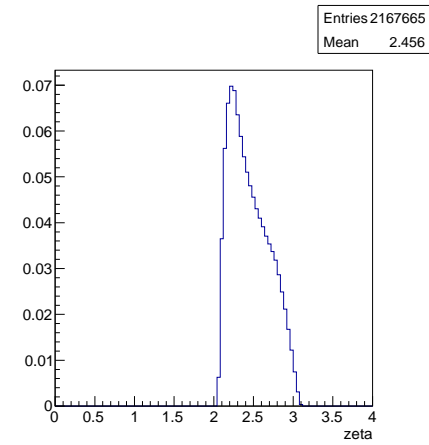


図 4.74:  $\zeta$  ( $z < 0$ )

こうして得られた微分散乱断面積のスペクトルが以下である。

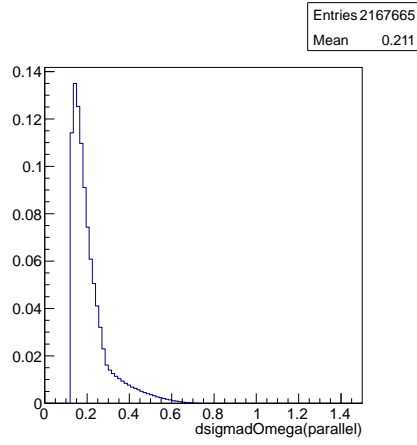


図 4.75:  $d\sigma_{\parallel}/d\Omega$  ( $z \geq 0$ )

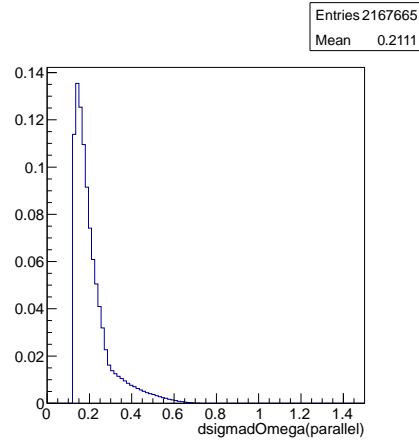


図 4.76:  $d\sigma_{\parallel}/d\Omega$  ( $z < 0$ )

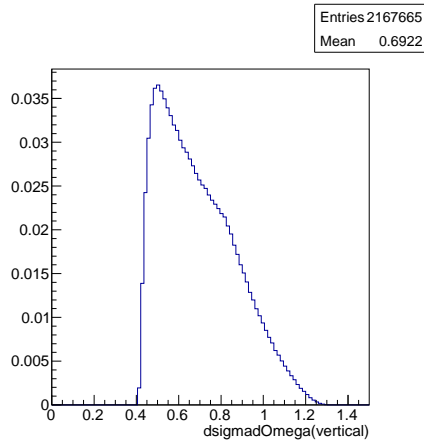


図 4.77:  $d\sigma_{\perp}/d\Omega$  ( $z \geq 0$ )

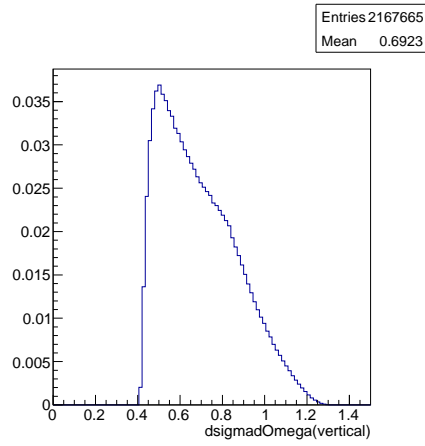


図 4.78:  $d\sigma_{\perp}/d\Omega$  ( $z < 0$ )

以下にこれらの確率分布を示す。

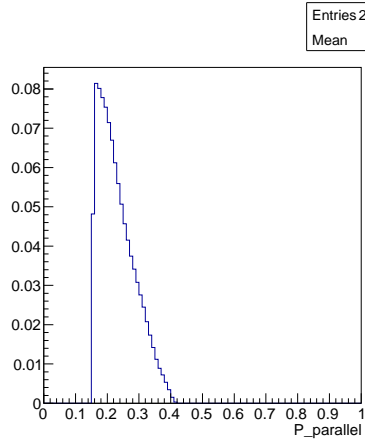


図 4.79:  $p_{\parallel}(\theta, \eta)$  ( $z \geq 0$ )

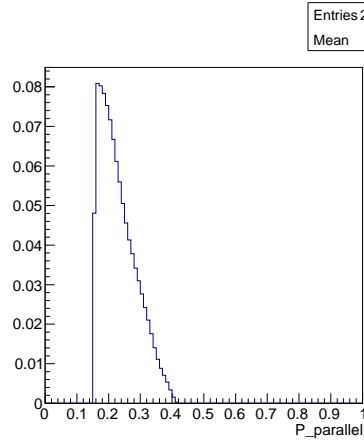


図 4.80:  $p_{\parallel}(\theta, \eta)$  ( $z < 0$ )

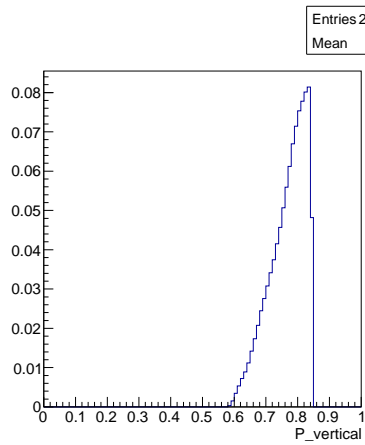


図 4.81:  $p_{\perp}(\theta, \eta)$  ( $z \geq 0$ )

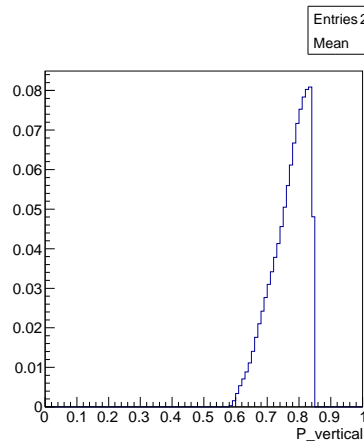


図 4.82:  $p_{\perp}(\theta, \eta)$  ( $z < 0$ )

以下に  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$  のスペクトルを示す。

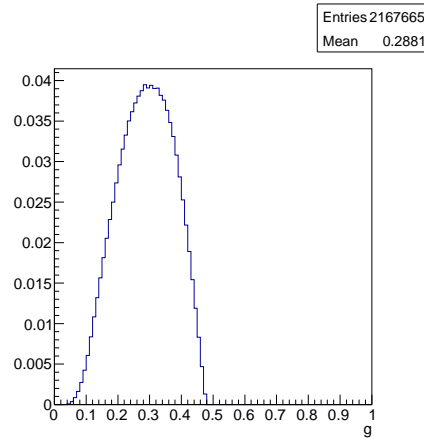


図 4.83:  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$

こうして得られた  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$  の平均値は

$$g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2) = 0.288$$

ここで、 $\frac{p_1}{p_0} = 0.254 \pm 0.00697$  であるので、

$$\begin{aligned} k'_{\text{Geo}} &= \frac{1}{g} \frac{p_1}{p_0} \\ &= 0.884 \pm 0.0242 \end{aligned}$$

と求めることが出来た。

#### 4.3.4 エネルギー分解能を考慮した場合のシミュレーション

本節では、エネルギー分解能を考慮した場合のシミュレーションを議論する。エネルギー分解能  $\sigma$  はエネルギー  $E$  の関数として

$$\sigma = p_0 \sqrt{E} \quad [\text{KeV}]$$

と表される。実験で得られた各シンチレータの比例係数  $p_0$  は以下の通りである。

$$\begin{aligned} p_0^{\text{PLA}} &= 2.4 \\ p_0^{\text{PLB}} &= 2.7 \\ p_0^{\text{NaIA}} &= 0.87 \\ p_0^{\text{NaIB}} &= 0.87 \end{aligned}$$

以上のことから、シミュレーションで得られた各シンチレータのエネルギー・スペクトルを平均  $E$ 、標準偏差  $\sigma = p_0\sqrt{E}$  のガウス関数に基づいて分布させた。

シミュレーションで得られた各シンチレータのエネルギー・スペクトル 以下はエネルギー分解能を考慮した場合のシミュレーション結果における各シンチレータのエネルギー・スペクトルである。

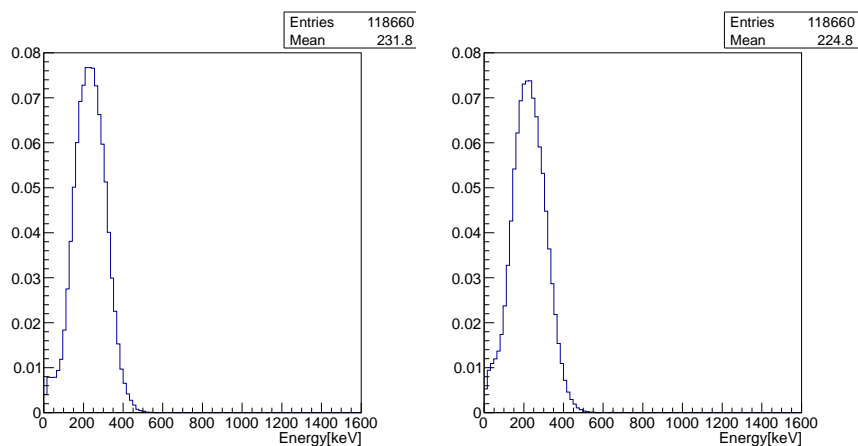


図 4.84: プラスチック・シンチレータ ( $z > 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル  
 図 4.85: プラスチック・シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

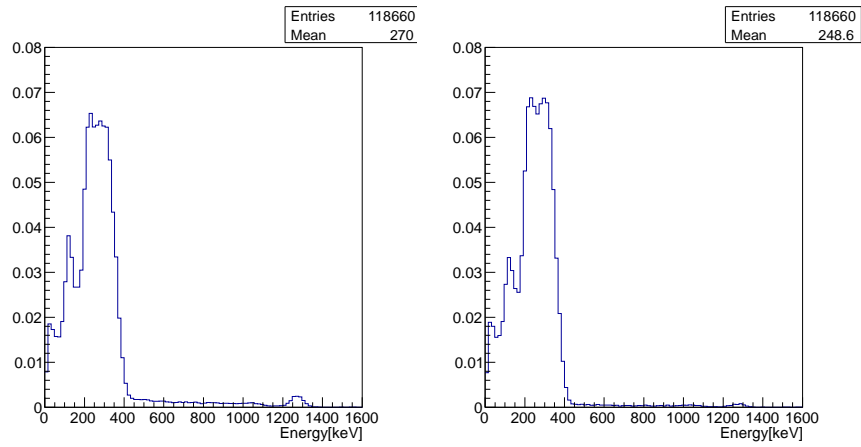


図 4.86: NaI シンチレータ ( $z > 0$ ) に図 4.87: NaI シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

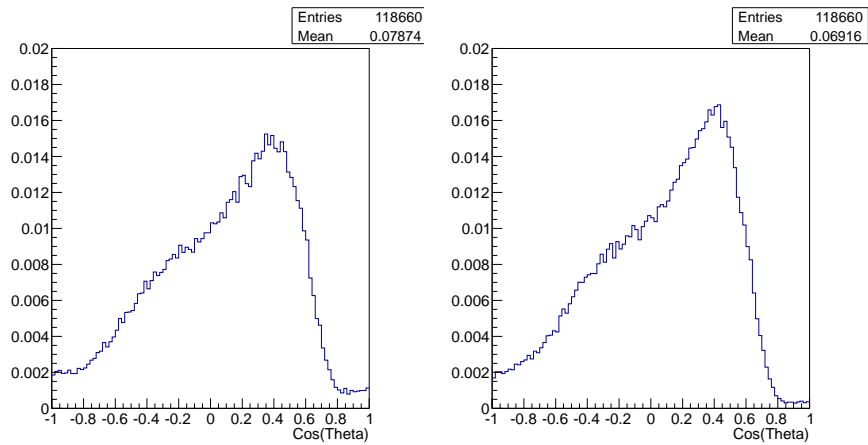


図 4.88:  $\cos \theta (z > 0)$

図 4.89:  $\cos \theta (z < 0)$

Compton 散乱した  $\gamma$  線が NaI シンチレータに入射する為の条件 (4.7)、(4.8) より

$$(\cos \theta)_{\min} \leq \cos \theta \leq (\cos \theta)_{\max}$$

$$\rightarrow -0.755 \leq \cos \theta \leq 0.755$$

であることから、この領域外の事象はバックグラウンド事象であると判断できる。



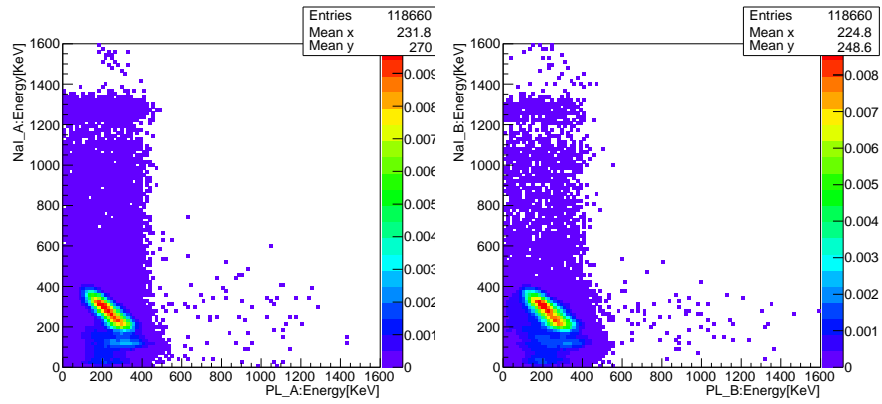


図 4.90: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z > 0$ )

図 4.91: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z < 0$ )

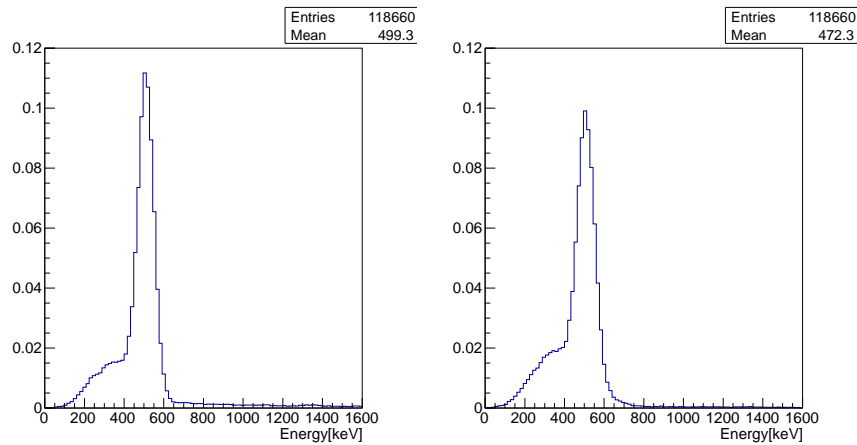


図 4.92: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )

図 4.93: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z < 0$ )

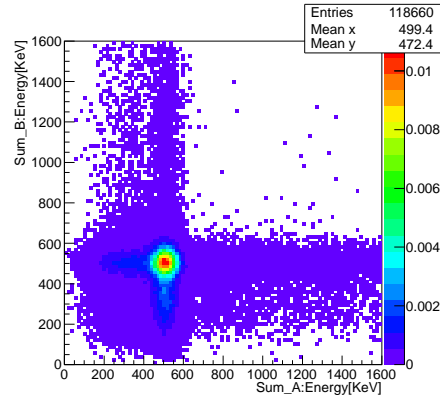


図 4.94:  $z > 0$  に散乱した  $\gamma$  線と  $z < 0$  に散乱した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトルの相関

#### 4.3.5 エネルギー・カット

以上のスペクトルから 511[KeV] の  $\gamma$  線の事象を抽出する為には、エネルギー・ウィンドウを定める必要がある。図 4.3.4 と図 4.3.4 に示したエネルギー・スペクトルを、511[KeV] から  $\pm 50$ [KeV] の領域でガウス関数を用いて上図をフィットした図が以下である。

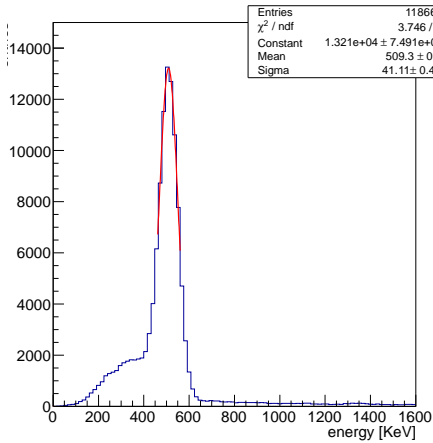


図 4.95:

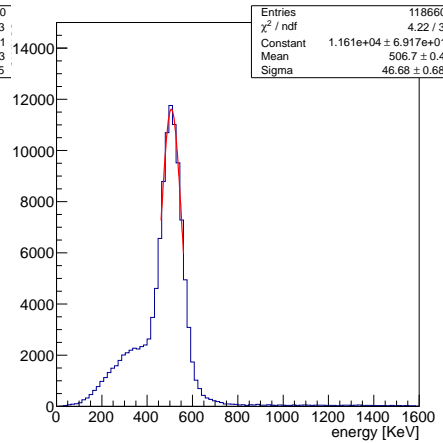


図 4.96:

ガウス関数の標準偏差  $\sigma$  は、

$$\sigma_A = 41.1 \text{ [KeV]}$$

$$\sigma_B = 46.6 \text{ [KeV]}$$

であった。このことから条件 3(Resolved) と条件 4(Real) では、信号となる事象のエネルギー・ウィンドウを

$$511 - 2.5\sigma \leq E_{\text{Sum}} \leq 511 + 2.5\sigma \text{ [KeV]}$$

としてエネルギーをカットすることとする。

#### 4.3.6 条件 3(Resolved)

条件 3(Resolved) では、分解能を考慮した場合のシミュレーション結果から  $\gamma$  線のエネルギー  $E_0$  が

$$511 - 2.5\sigma[\text{KeV}] \leq E_0 \leq 511 + 2.5\sigma[\text{KeV}]$$

また Compton 散乱角  $\theta$  を

$$-0.05 \leq \cos \theta \leq 0.05$$

の Coincidence event(上下のプラスチックシンチレータ、NaI シンチレータで同時に得られた事象) を抽出し、解析を行うこととする。

条件 3(Resolved) における各シンチレータのエネルギー・スペクトル 条件 3(Resolved) における各スペクトルが以下である。

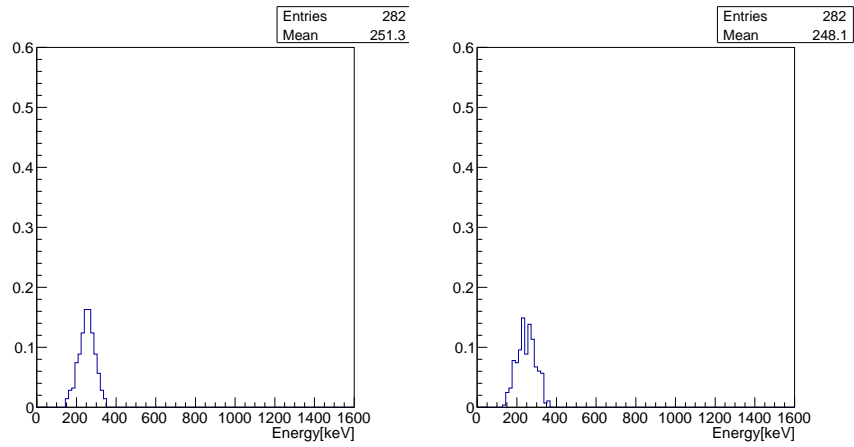


図 4.97: プラスチック・シンチレータ ( $z > 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル  
 図 4.98: プラスチック・シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

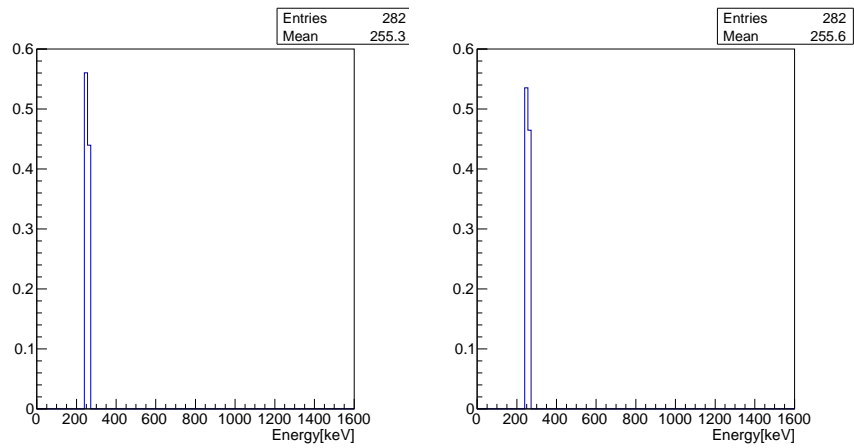


図 4.99: NaI シンチレータ ( $z > 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル  
 図 4.100: NaI シンチレータ ( $z < 0$ ) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

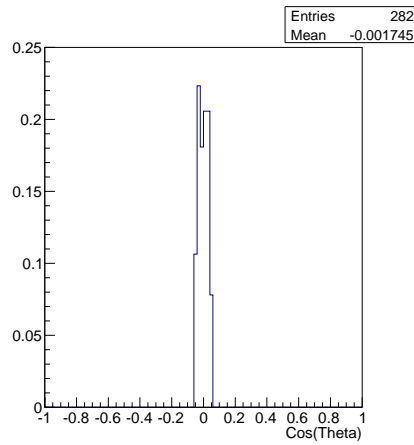


図 4.101:  $\cos\theta(z > 0)$

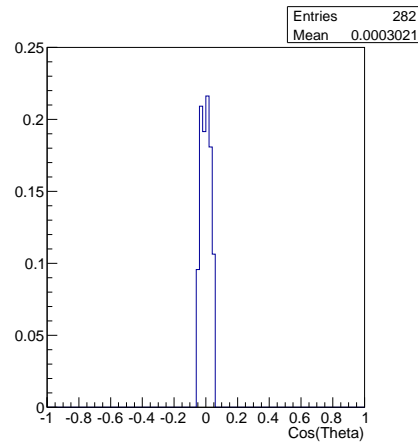


図 4.102:  $\cos\theta(z < 0)$

上図から確かに  $-0.05 \leq \cos\theta \leq 0.05$  の Coincidence event を抽出できていることが分かる。

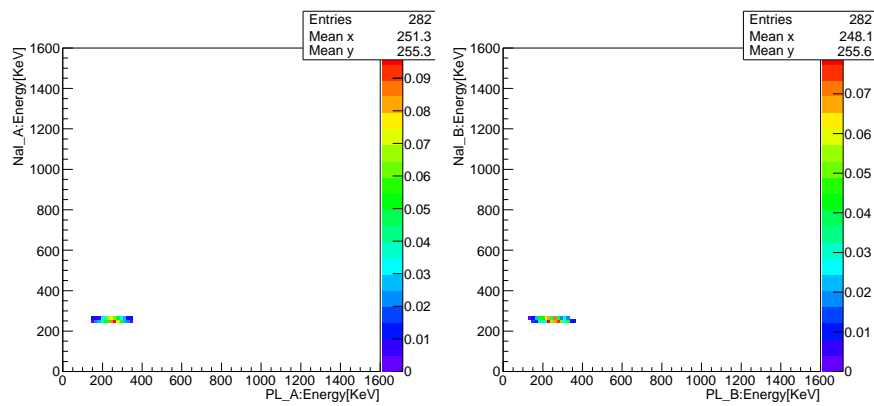


図 4.103: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z > 0$ )  
 図 4.104: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z < 0$ )

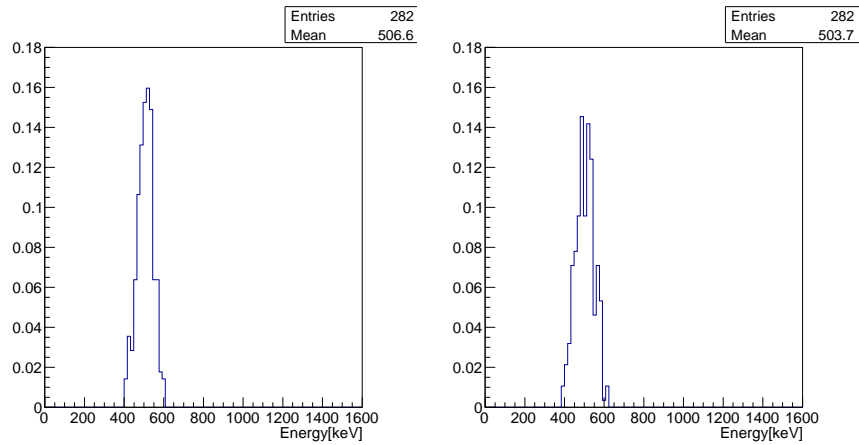


図 4.105: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )  
 図 4.106: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )

上図から確かに  $511 - 2.5\sigma[\text{KeV}] \leq E_0 \leq 511 + 2.5\sigma[\text{KeV}]$  の Coincidence event のみを抽出できていることが分かる。

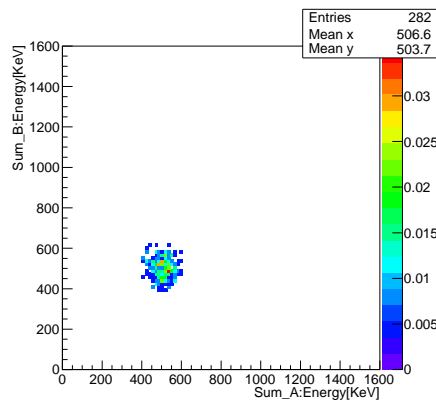


図 4.107:  $z > 0$  に散乱した  $\gamma$  線と  $z < 0$  に散乱した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトルの相関

上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  と相関値  $k$  以下に Coincidence event と、上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  との関係を示す。

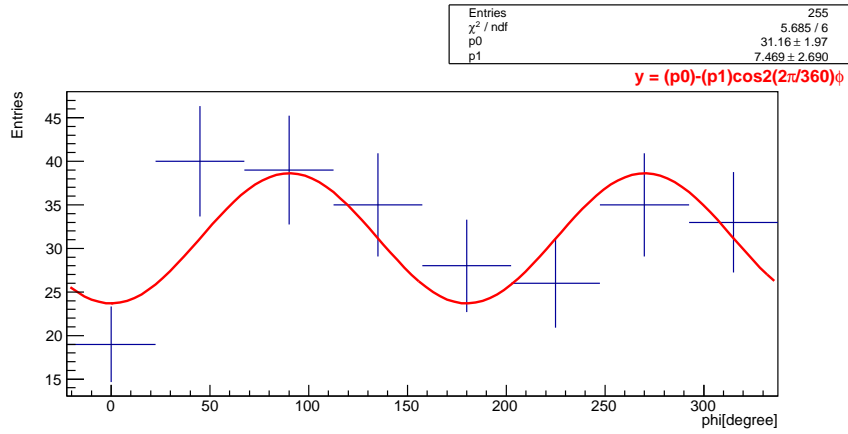


図 4.108: 上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  と相関値  $k$  との関係

ここで、得られたヒストグラムをフィット関数

$$y = p_0 - p_1 \cos 2\phi$$

でフィットした。得られたパラメータを以下に示す。

$$p_0 = 31.1 \pm 1.97$$

$$p_1 = 7.46 \pm 2.69$$

$$\frac{p_1}{p_0} = 0.239 \pm 0.0876$$

相関値  $k$  の導出 ( $\eta$  の寄与を考慮しない場合) 以下の図は  $\zeta$  とエネルギーの関係式 (4.6) を用いて、NaI シンチレータで得られたエネルギーを  $\zeta$  に変換した図である。

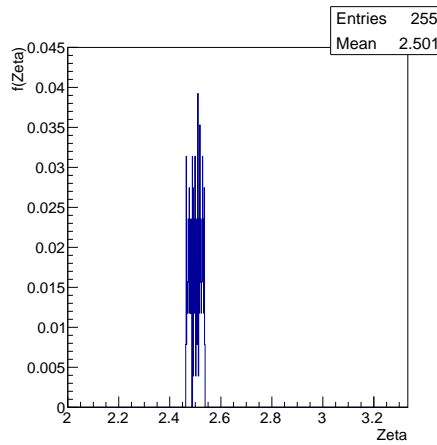


図 4.109:  $zeta_1$  ( $z > 0$ )

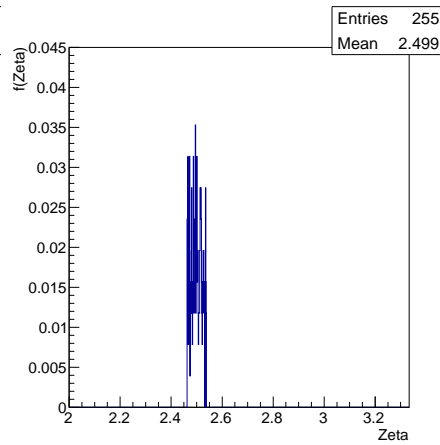


図 4.110:  $zeta_2$  ( $z < 0$ )

前述の議論と同様に、式 (4.5) の積分を行うことによって

$$g(\zeta_1, \zeta_2) = 0.443$$

と求めることができた。ここで、 $p_1/p_0$  は

$$\frac{p_1}{p_0} = 0.239 \pm 0.0876$$

であるので、

$$\begin{aligned} k_{\text{Resolved}} &= \frac{1}{g} \frac{p_1}{p_0} \\ &= 0.540 \pm 0.197 \end{aligned}$$

と求めることができた。

相関値  $k$  の導出 ( $\eta$  の寄与も考慮に入れた場合) 前節の議論と同様のパラメータを用いて、Compton 散乱する  $\gamma$  線のシミュレーションを行った。ただし、ここでは  $-0.05 \leq \cos \theta \leq 0.05$  のイベントを扱う為、上記の範囲で  $\cos \theta$  を一様分布させた。こうして得られた  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布が以下である。



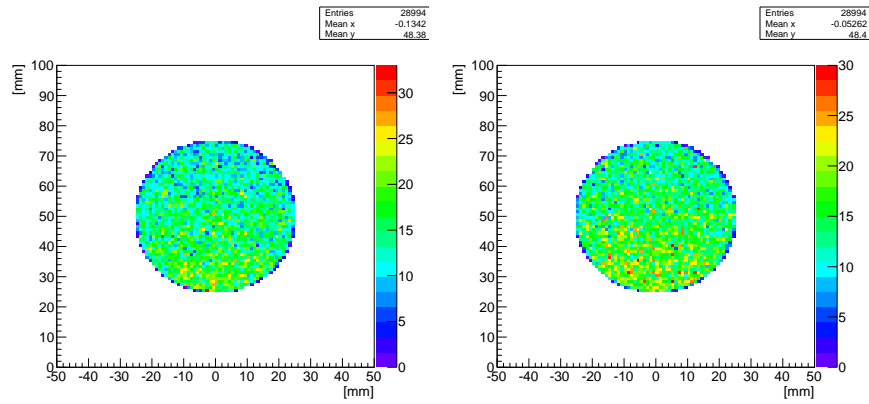
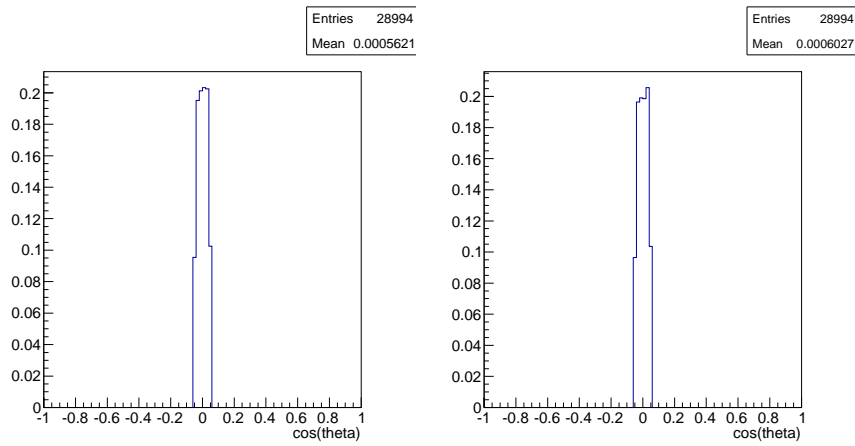


図 4.111:  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布図 ( $z > 0$ )      図 4.112:  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布 ( $z < 0$ )

以下は上下に放出される  $\gamma$  線が共にこれらの条件を満たす時の各パラメータ  $\theta_1, \eta_1, \theta_2, \eta_2$  (ここで 1: 上部、2: 下部) のスペクトルである。



☒ 4.113:  $\cos \theta$  ( $z > 0$ )

☒ 4.114:  $\cos \theta$  ( $z < 0$ )

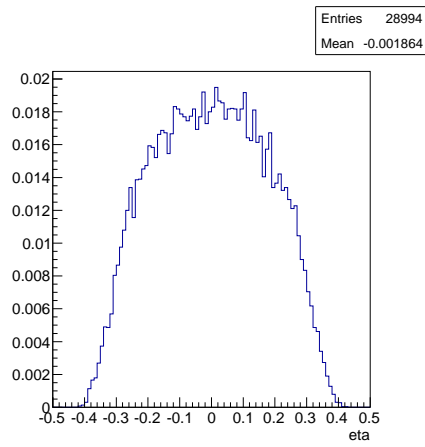


図 4.115:  $\eta$  ( $z > 0$ )

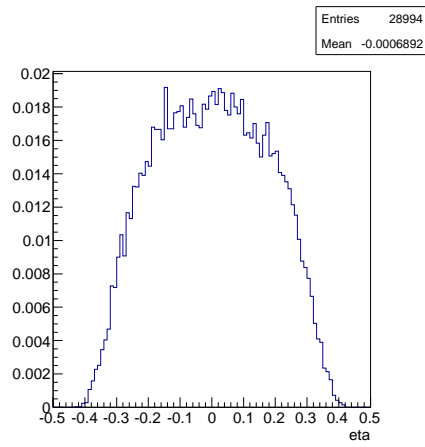


図 4.116:  $\eta$  ( $z < 0$ )

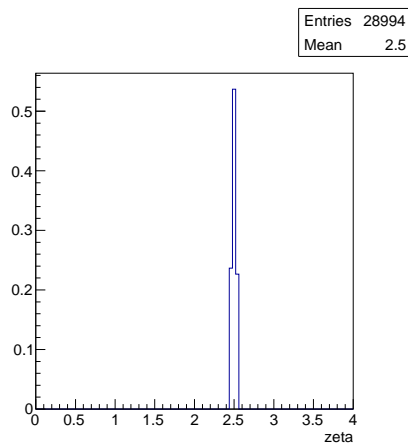


図 4.117:  $\zeta$  ( $z > 0$ )

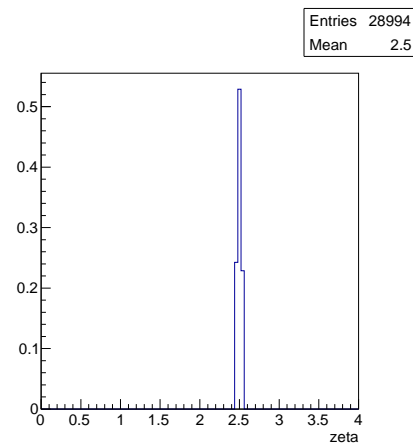


図 4.118:  $\zeta$  ( $z < 0$ )

こうして得られた微分散乱断面積のスペクトルが以下である。

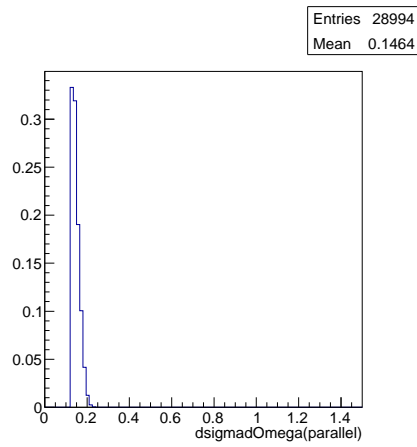


図 4.119:  $d\sigma_{\parallel}/d\Omega$  ( $z > 0$ )

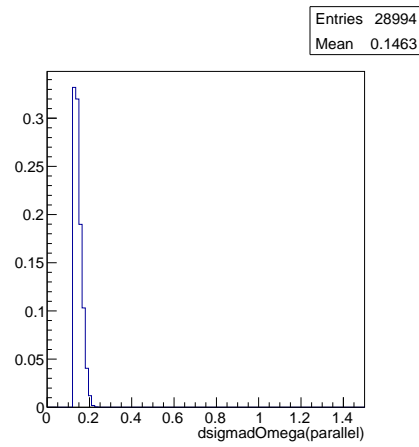


図 4.120:  $d\sigma_{\parallel}/d\Omega$  ( $z < 0$ )

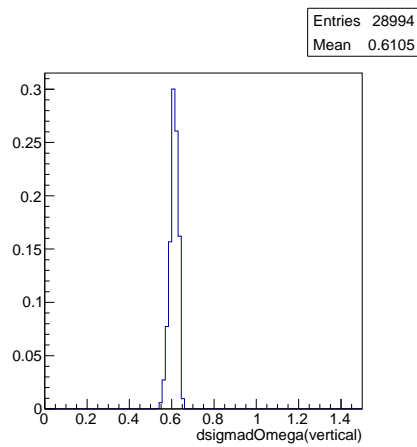


図 4.121:  $d\sigma_{\perp}/d\Omega$  ( $z > 0$ )

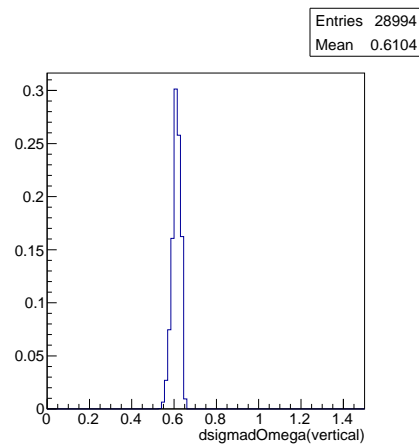


図 4.122:  $d\sigma_{\perp}/d\Omega$  ( $z < 0$ )

以下にこれらの確率分布を示す。

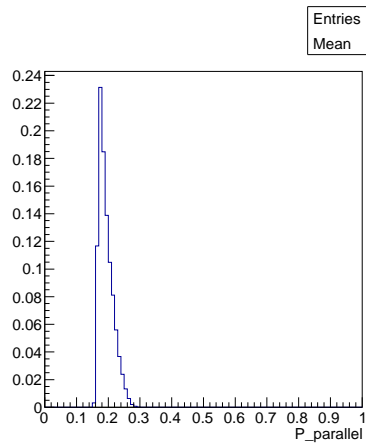


図 4.123:  $p_{\parallel}(\theta, \eta)$  ( $z > 0$ )

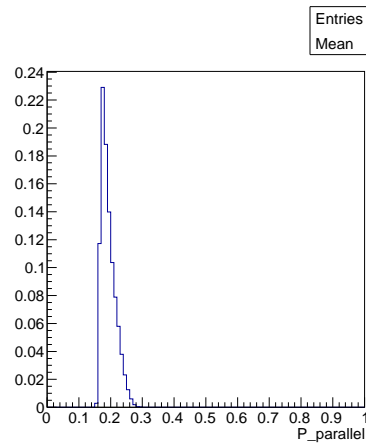


図 4.124:  $p_{\parallel}(\theta, \eta)$  ( $z < 0$ )

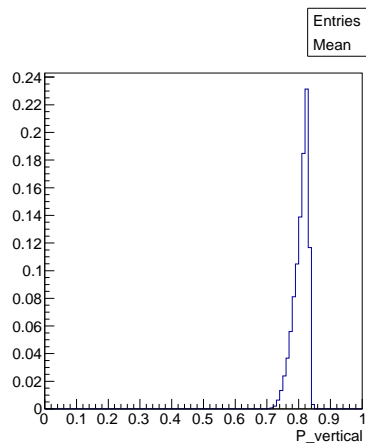


図 4.125:  $p_{\perp}(\theta, \eta)$  ( $z > 0$ )

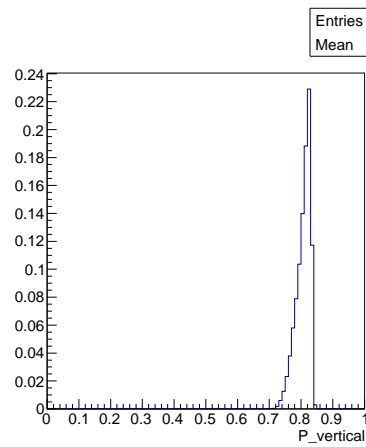


図 4.126:  $p_{\perp}(\theta, \eta)$  ( $z < 0$ )

以下に  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$  のスペクトルを示す。

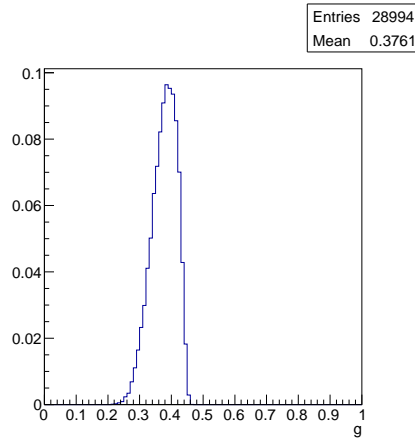


図 4.127:  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$

こうして得られた  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$  の平均値は

$$g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2) = 0.376127$$

ここで、 $\frac{p_1}{p_0} = 0.239 \pm 0.0876$  であるので、

$$\begin{aligned} k'_{\text{Resolved}} &= \frac{1}{g} \frac{p_1}{p_0} \\ &= 0.637 \pm 0.233 \end{aligned}$$

と求めることが出来た。

#### 4.3.7 条件 4(Real)

条件 4(Real) では、本実験をより良く再現する為、上記のデータから  $\gamma$  線のエネルギー  $E_0$  が

$$511 - 2.5\sigma[\text{KeV}] \leq E_0 \leq 511 + 2.5\sigma[\text{KeV}]$$

また Compton 散乱角  $\theta$  を 4.3.3 節と同様に

$$\begin{aligned} (\cos \theta)_{\min} &= -\frac{75}{\sqrt{75^2 + 65^2}} \\ (\cos \theta)_{\max} &= \frac{75}{\sqrt{75^2 + 65^2}} \end{aligned}$$

として、

$$(\cos \theta)_{\min} \leq \cos \theta \leq (\cos \theta)_{\max}$$

の Coincidence event(上下のプラスチックシンチレータ、NaI シンチレータで同時に得られた事象) を抽出し、解析を行うこととする。

条件 4(Real) における各シンチレータのエネルギー・スペクトル 条件 4(Real)  
 における各スペクトルが以下である。

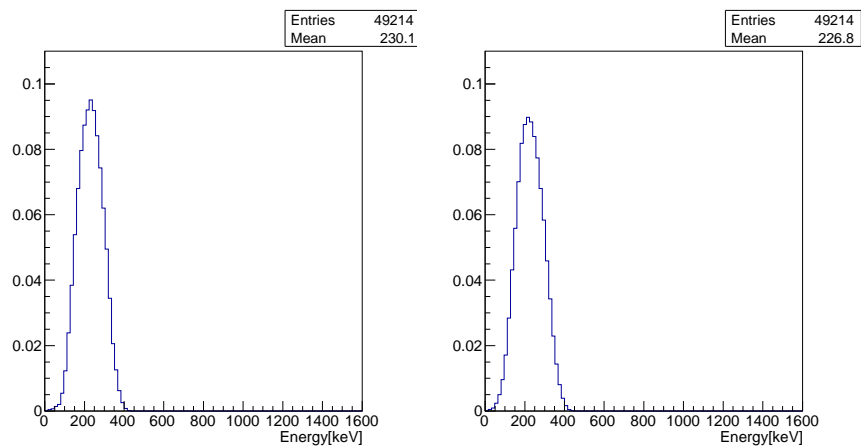


図 4.128: プラスチック・シンチレータ (z > 0) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル  
 図 4.129: プラスチック・シンチレータ (z < 0) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

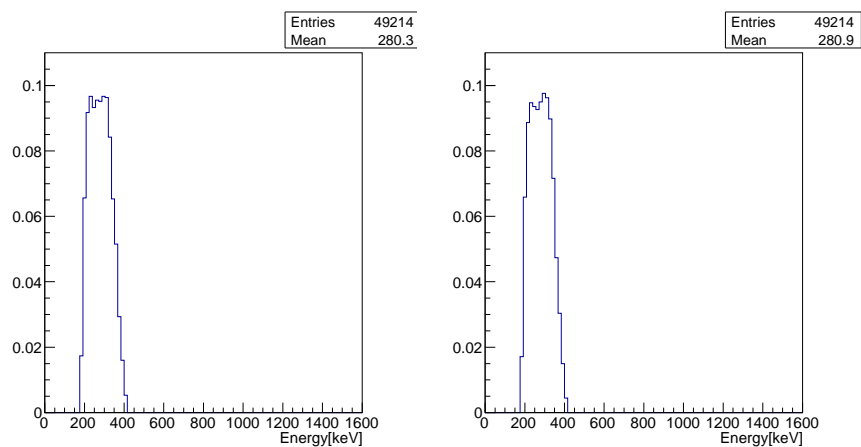


図 4.130: NaI シンチレータ (z > 0) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル  
 図 4.131: NaI シンチレータ (z < 0) に入射した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトル

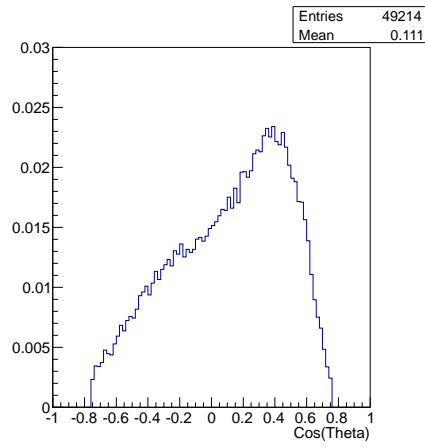


図 4.132:  $\cos\theta(z > 0)$

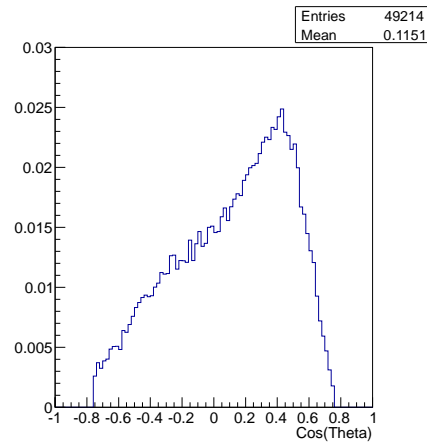


図 4.133:  $\cos\theta(z < 0)$

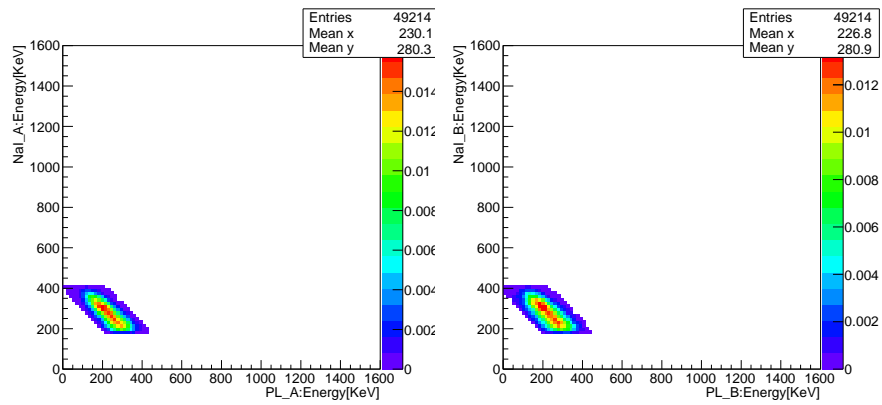


図 4.134: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z > 0$ )  
 図 4.135: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギー・スペクトルの相関 ( $z < 0$ )

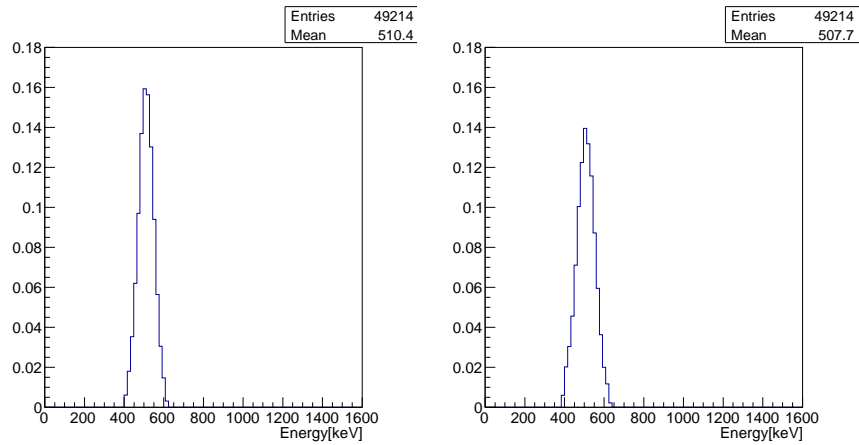


図 4.136: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )  
 図 4.137: NaI シンチレータとプラスチック・シンチレータで得られたエネルギーの和 ( $z > 0$ )

上図から確かに  $511 - 2.5\sigma[\text{KeV}] \leq E_0 \leq 511 + 2.5\sigma[\text{KeV}]$  の Coincidence event のみを抽出出来ていることが分かる。

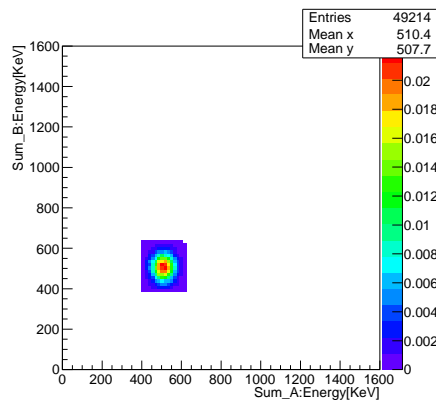


図 4.138:  $z > 0$  に散乱した  $\gamma$  線と  $z < 0$  に散乱した  $\gamma$  線のエネルギー・スペクトルの相関

上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  と相関値  $k$  以下に Coincidence event と、上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  との関係を示す。



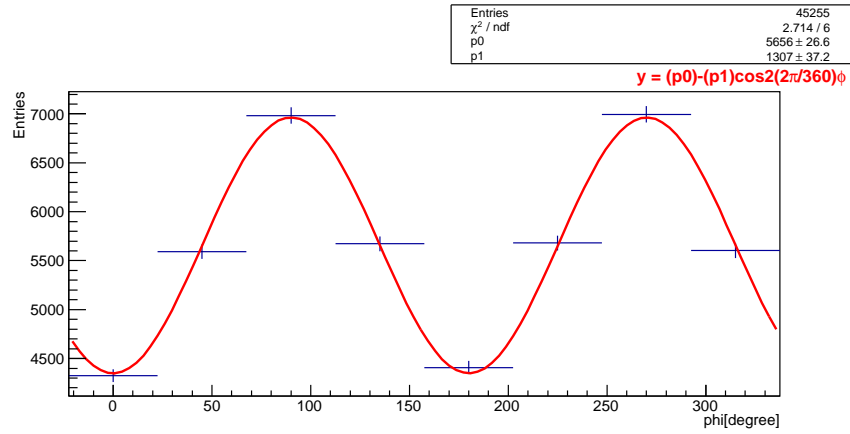


図 4.139: 上下 NaI シンチレータの相対角  $\phi$  と相関値  $k$  との関係

ここで、得られたヒストグラムをフィット関数

$$y = p_0 - p_1 \cos 2\phi$$

でフィットした。得られたパラメータを以下に示す。

$$p_0 = 5.65 \times 10^3 \pm 26.5$$

$$p_1 = 1.30 \times 10^3 \pm 37.1$$

$$\frac{p_1}{p_0} = 0.231 \pm 0.00665$$

相関値  $k$  の導出 ( $\eta$  の寄与を考慮しない場合) 以下の図は  $\zeta$  とエネルギーの関係式 (4.6) を用いて、NaI シンチレータで得られたエネルギーを  $\zeta$  に変換した図である。

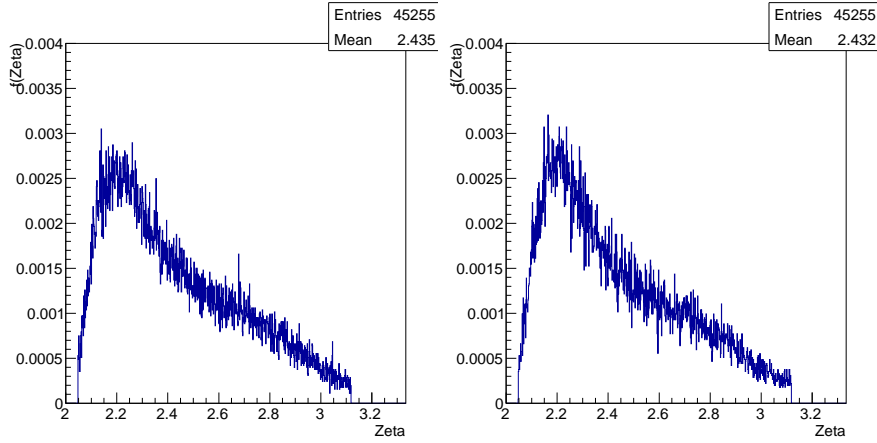


図 4.140:  $\zeta_1$  ( $z > 0$ )

図 4.141:  $\zeta_2$  ( $z < 0$ )

前述の議論と同様に、式 (4.5) の積分を行うことによって

$$g(\zeta_1, \zeta_2) = 0.314 \quad (4.9)$$

と求めることができた。ここで、 $p_1/p_0$  は

$$\frac{p_1}{p_0} = 0.231 \pm 0.00665$$

であるので、

$$\begin{aligned} k_{\text{Real}} &= \frac{1}{g} \frac{p_1}{p_0} \\ &= 0.735 \pm 0.0212 \end{aligned}$$

と求めることができた。

相関値  $k$  の導出 ( $\eta$  の寄与も考慮に入れた場合) 前節の議論と同様のパラメータを用いて、Compton 散乱する  $\gamma$  線のシミュレーションを行った。ただし、ここでは式 (4.7)、式 (4.8) における  $(\cos \theta)_{\min} \leq \cos \theta \leq (\cos \theta)_{\max}$  のイベントを扱う為、上記の範囲で  $\cos \theta$  を一様分布させた。こうして得られた  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布が以下である。

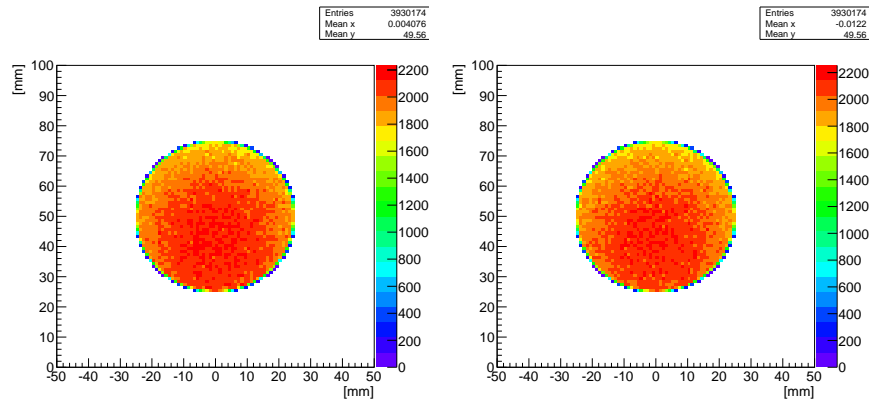


図 4.142:  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布 ( $z > 0$ )      図 4.143:  $x = x_{\text{NaI}}$  平面の  $\gamma$  線分布 ( $z < 0$ )

シミュレーションでは  $Z_{\text{NaI}} = 50[\text{mm}]$  としたことから、Coincidence event をより多く得る為には、NaI シンチレータの高さを約  $0.5[\text{mm}]$  下げれば良いことが分かる。以下は上下に放出される  $\gamma$  線が共にこれらの条件を満たす時の各パラメータ  $\theta_1, \eta_1, \theta_2, \eta_2$  (ここで 1: 上部、2: 下部) のスペクトルである。

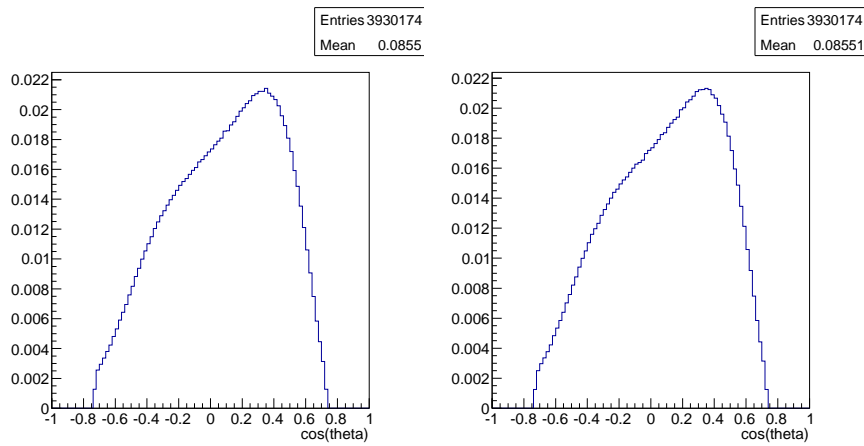


図 4.144:  $\cos \theta$  ( $z > 0$ )

図 4.145:  $\cos \theta$  ( $z < 0$ )

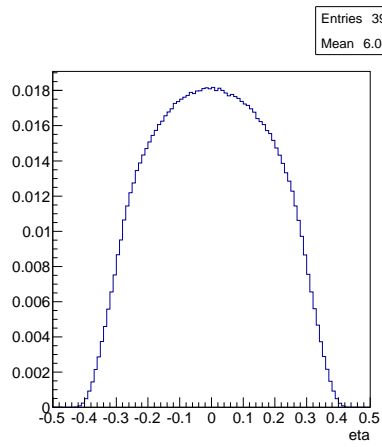


図 4.146:  $\eta$  ( $z > 0$ )

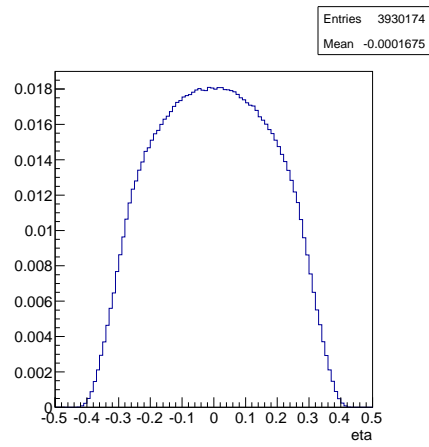


図 4.147:  $\eta$  ( $z < 0$ )

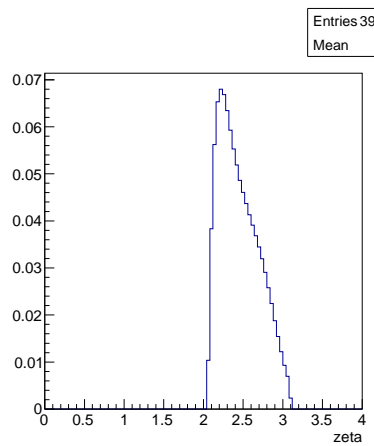


図 4.148:  $\zeta$  ( $z > 0$ )

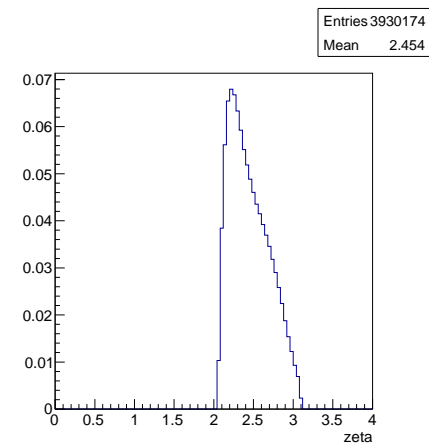


図 4.149:  $\zeta$  ( $z < 0$ )

こうして得られた微分散乱断面積のスペクトルが以下である。

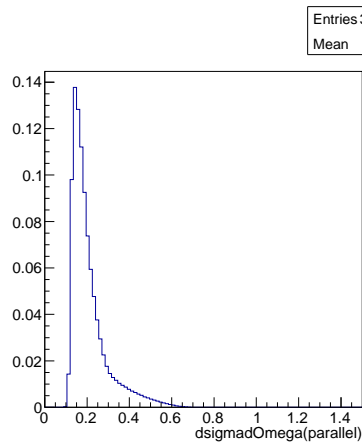


図 4.150:  $d\sigma_{\parallel}/d\Omega$  ( $z > 0$ )

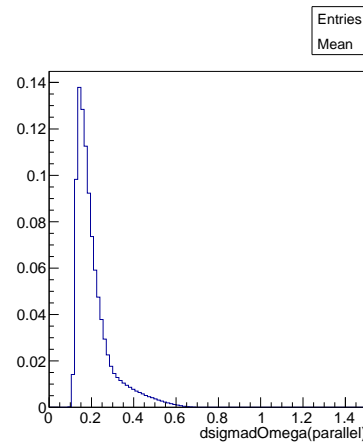


図 4.151:  $d\sigma_{\parallel}/d\Omega$  ( $z < 0$ )

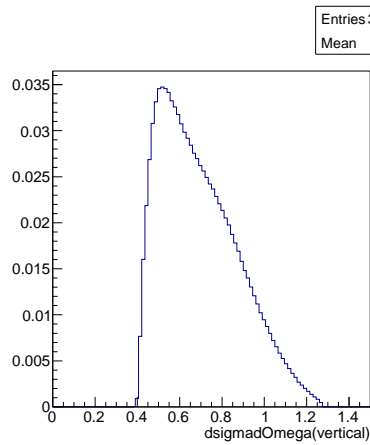


図 4.152:  $d\sigma_{\perp}/d\Omega$  ( $z > 0$ )

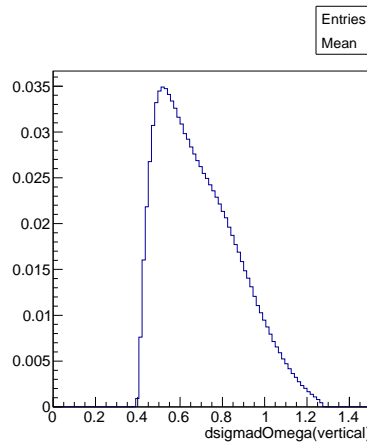


図 4.153:  $d\sigma_{\perp}/d\Omega$  ( $z < 0$ )

以下にこれらの確率分布を示す。

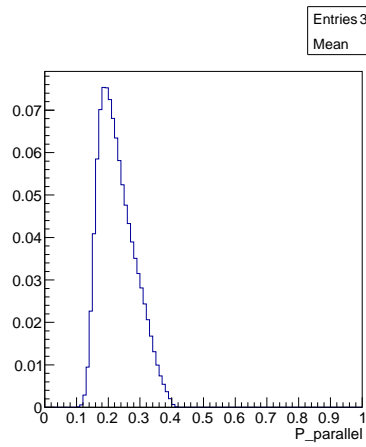


図 4.154:  $p_{\parallel}(\theta, \eta)$  ( $z > 0$ )

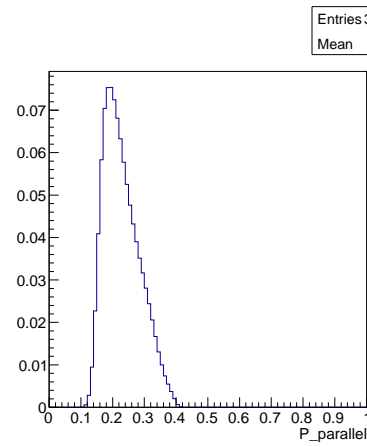


図 4.155:  $p_{\parallel}(\theta, \eta)$  ( $z < 0$ )

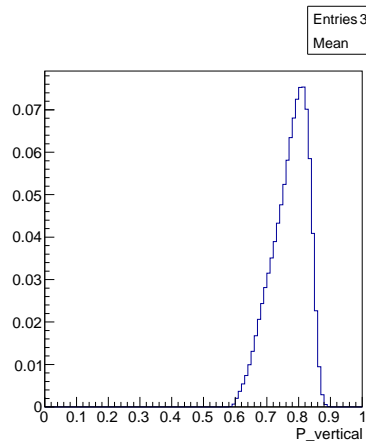


図 4.156:  $p_{\perp}(\theta, \eta)$  ( $z > 0$ )

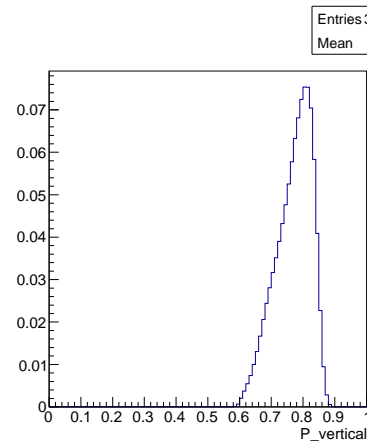


図 4.157:  $p_{\perp}(\theta, \eta)$  ( $z < 0$ )

以下に  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$  のスペクトルを示す。

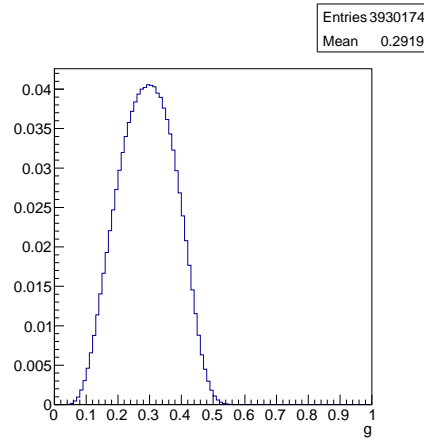


図 4.158:  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$

こうして得られた  $g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$  の平均値は

$$g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2) = 0.291 \quad (4.10)$$

ここで、 $\frac{p_1}{p_0} = 0.231 \pm 0.00665$  であるので、

$$\begin{aligned} k'_{\text{Real}} &= \frac{1}{g} \frac{p_1}{p_0} \\ &= 0.791 \pm 0.0228 \end{aligned}$$

と求めることが出来た。

#### 4.4 結論

解析における各条件を以下に示す。

条件	エネルギー分解能	$\theta$
1(Ideal)	×	$-0.05 \leq \cos \theta \leq 0.05$
2(Geo)	×	$(\cos \theta)_{\min} \leq \cos \theta \leq (\cos \theta)_{\max}$
3(Resolved)	○	$-0.05 \leq \cos \theta \leq 0.05$
4(Real)	○	$(\cos \theta)_{\min} \leq \cos \theta \leq (\cos \theta)_{\max}$

各条件における解析結果を以下に示す。

条件	$p1/p0$	$g(\zeta_1, \zeta_2)$	$g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$	k	k'
1(Ideal)	$0.399 \pm 0.0923$	0.444	0.391	$0.898 \pm 0.207$	$1.01 \pm 0.235$
2(Geo)	$0.254 \pm 0.00697$	0.319	0.288	$0.798 \pm 0.0218$	$0.884 \pm 0.0242$
3(Resolved)	$0.239 \pm 0.0876$	0.443	0.376	$0.540 \pm 0.197$	$0.637 \pm 0.233$
4(Real)	$0.231 \pm 0.00665$	0.314	0.291	$0.735 \pm 0.0212$	$0.791 \pm 0.0228$

上記の結果により、

$$-0.05 \leq \cos \theta \leq 0.05 \rightarrow (\cos \theta)_{\min} \leq \cos \theta \leq (\cos \theta)_{\max}$$

とした時の  $p_1/p_0$  の値は、Ideal→Geo で約 36% 減少、Resolved→Real で約 3% 減少する。このことから、分解能を考慮に入れた場合においては  $p_1/p_0$  に対する  $\theta$  への影響は少ないことが分かった。また、 $\eta$  の寄与を考慮に入れた時の議論であるが、 $g(\zeta_1, \zeta_2) \rightarrow g(\theta_1, \theta_2, \eta_1, \eta_2)$  において、Ideal で約 11% の減少、Geo で約 9% の減少、Resolved で約 15% の減少、Real で約 7% の減少が見られた。これらの影響は無視することが出来ない為、 $k$  を導出するにあたっては、 $\eta$  の寄与を考慮に入れなければならないことが分かる。最後に、各条件において最終的に得られた  $k$  の値であるが、 $k'$  はいずれも

$$k \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

という隠れた変数理論における弱い相関を破った (ただし、条件 3(Resolved) においては誤差の範囲内)。また今回のシミュレーション結果では Ideal の場合、

$$k' = 1.01 \pm 0.235$$

という量子力学における強い相関  $k = 1$  をうまく再現する値を得ることができている。Ideal→Real の  $k'$  の値を比較すると、約 -21% の減少が見られ、実験で得られる  $k$  の値は約 0.79 付近であることが期待される。また  $k$  の導出にあたって、実験に用いるべき  $g$  の値は

$$g = 0.291$$

であると判断した。以上の議論に加え、今後は本章で示した各スペクトルの比較を行うことによるバック・グラウンドの除去など更なる研究が必要である。

## 5 準備実験

実際に測定を開始する前に準備実験を行った。



## 5.1 NaI シンチレータ

### 5.1.1 エネルギー較正

ADC で得られたカウントとエネルギーとの対応を見るために、NaI シンチレータについてエネルギー較正を行った。

エネルギー較正に用いる線源は以下の 3 つ。

1.  $^{22}\text{Na}$  ( 511[keV], 1275[keV] )
2.  $^{60}\text{Co}$  ( 1173[keV], 1333[keV] )
3.  $^{137}\text{Cs}$  ( 662[keV] )

各線源のスペクトルは図 5.1 である。

ここで、各線源のピークをそれぞれガウシアンでフィットした。例として  $^{22}\text{Na}$  の 1 つ目のピークをフィットした図を示す。( 図 5.2 )

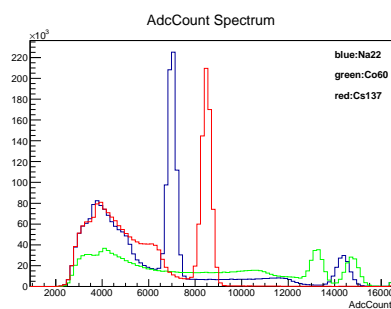


図 5.1: 各線源のスペクトル

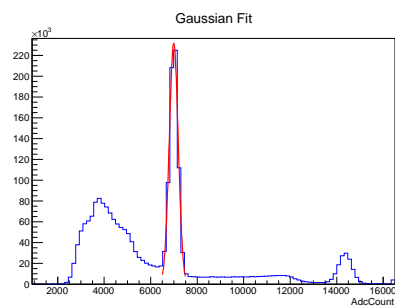


図 5.2:  $^{22}\text{Na}$  のピークのガウシアンフィット

フィットして得られたガウシアン の mean の値とエネルギーの値との対応をプロットし、1 次関数でフィットした。( 図 5.3 )

図 5.3 における  $b$  がこの ADC のチャンネルのペDESTAL である。

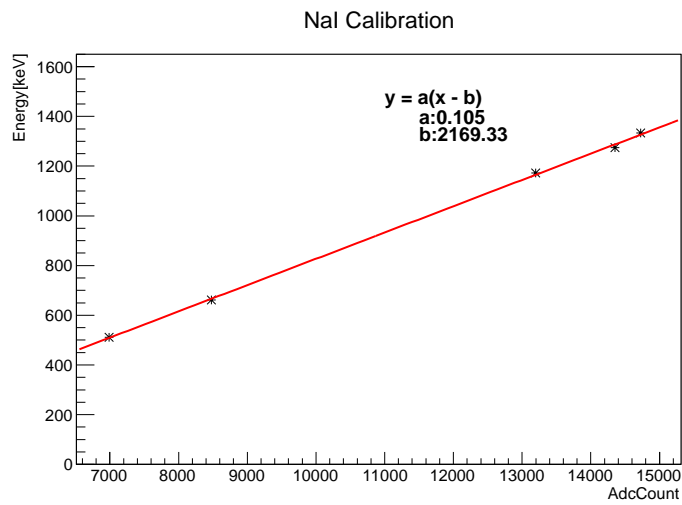


図 5.3: エネルギー較正結果

得られた1次関数のパラメータ(図 5.3 における a,b)から検出器較正を行い、エネルギーのスペクトルを見た。

各線源のエネルギーのスペクトルを図 5.4 に示す。

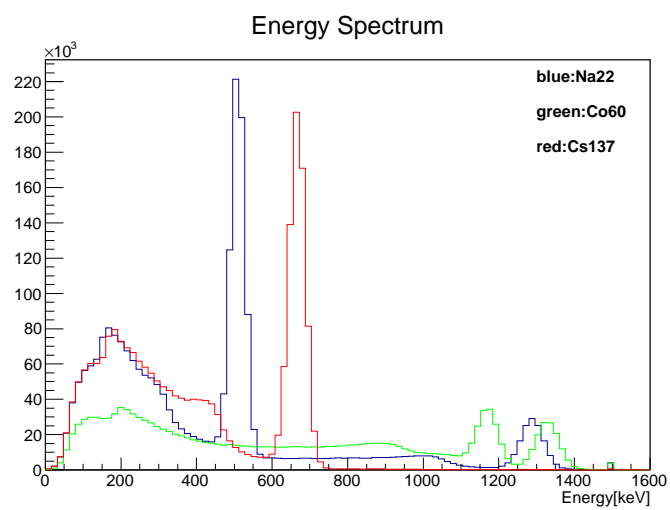


図 5.4: 各線源のエネルギーのスペクトル

以上の手順で A,B 2つの NaI シンチレータのエネルギー較正を行った。  
較正結果を表 1 に示す。

	a(傾き)	b(ベデスタル)
NaI <sub>A</sub>	0.105	2169.33
NaI <sub>B</sub>	0.106	2178.55

表 1: NaI<sub>A,B</sub> の較正結果

### 5.1.2 エネルギー分解能

次に、検出器較正の結果から NaI シンチレータの分解能を求めた。

<sup>22</sup>Na のエネルギーのスペクトルの各ピークをガウシアンでフィットした。

例として、<sup>22</sup>Na の 1 つ目のピークをフィットした図を示す。(図 5.5)

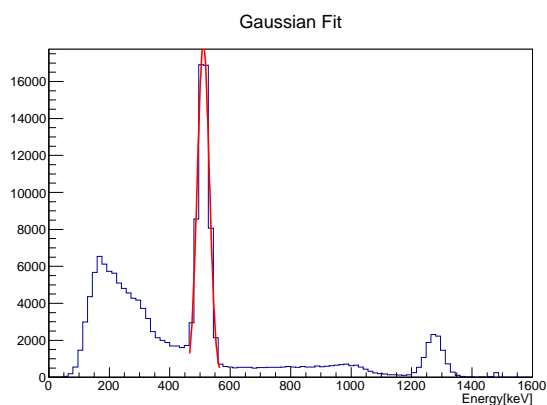


図 5.5: <sup>22</sup>Na のピークのガウシアンフィット (横軸 Energy)

フィットして得られた  $\sigma$  の値とエネルギーとの対応をプロットし、 $\frac{1}{\sqrt{E}}$  に比例する関数でフィットした。(図 5.6, 図 5.7)

この結果により、エネルギー分解能のエネルギー依存が以下の式で表される。ただし  $p0$  は図 5.6、図 5.7 中に示す。

$$2.35 \times p0 \times \frac{1}{\sqrt{E[\text{keV}]}} \times 100 \quad [\%] \quad (5.1)$$

図 5.6、図 5.7 中の黒点\*が測定点を表し、赤の曲線が分解能のエネルギー依存を表すグラフである。

また、光電子数を  $N$ 、 $\sigma$  の分解能を  $\sigma_R[\%]$  とすると、 $\frac{\sigma_R[\%]}{100} = \frac{1}{\sqrt{N}}$  の関係にある。

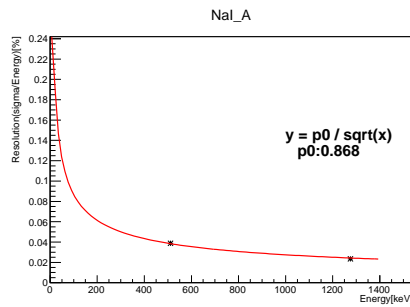


図 5.6: NaI<sub>A</sub> の分解能

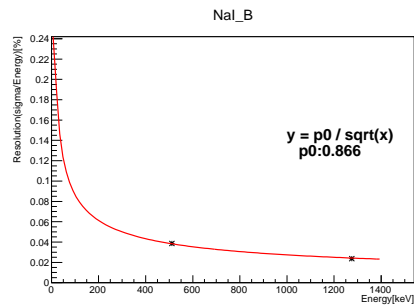


図 5.7: NaI<sub>B</sub> の分解能

以上より、2つのNaIシンチレータの511[keV]における分解能及び光電子数を求めると、以下ようになった。

	分解能 (FWHM)	光電子数
NaI <sub>A</sub>	9.0 [%]	661
NaI <sub>B</sub>	9.0 [%]	699

表 2: NaI<sub>A,B</sub> の分解能及び光電子数

## 5.2 プラスチックシンチレータ

### 5.2.1 エネルギー較正

ADCで得られたカウントとエネルギーとの対応を見るために、プラスチックシンチレータについてもNaIシンチレータと同様にエネルギー較正を行った。

<sup>22</sup>Naを線源に用い、プラスチックシンチレータでのコンプトン散乱によるコンプトンエッジを見た。(図 5.8)

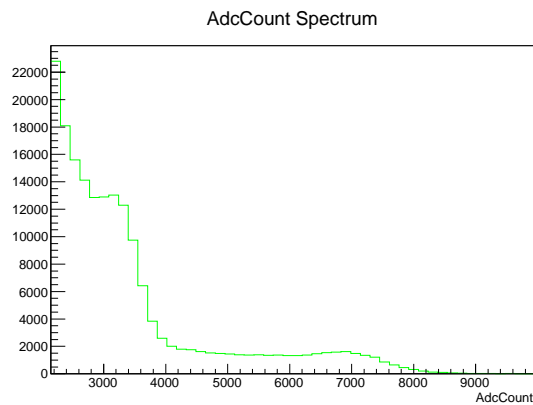


図 5.8: プラスチックシンチレータで検出されるコンプトンエッジ

次に、コンプトンエッジを誤差関数  $Erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  でフィットした。(図 5.9)

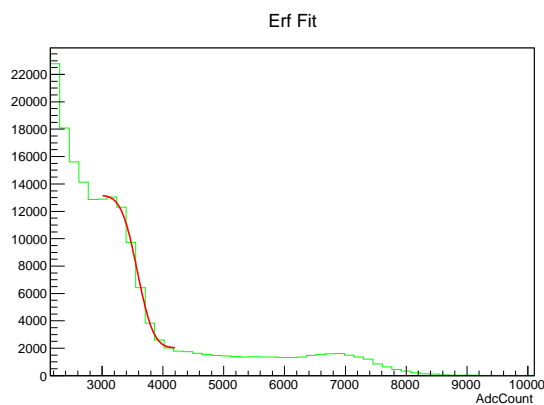


図 5.9: コンプトンエッジの誤差関数フィット

得られた mean の値とエネルギーの値との対応をプロットし、1次関数でフィットした。(図 5.10) コンプトンエッジのエネルギーは以下の式から求めた。

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + 1.92(1 - \cos\theta)} \quad (5.2)$$

ここで、 $E_{\gamma}, E_{\gamma'}$  はそれぞれ散乱前後の  $\gamma$  線のエネルギーで、 $\theta$  は散乱角である。式 5.2 より、それぞれのピークのコンプトンエッジは

- 511[keV] の  $\gamma$  線のコンプトンエッジのエネルギー  $\Rightarrow$  341[keV]
- 1275[keV] の  $\gamma$  線のコンプトンエッジのエネルギー  $\Rightarrow$  1062[keV]

となった。

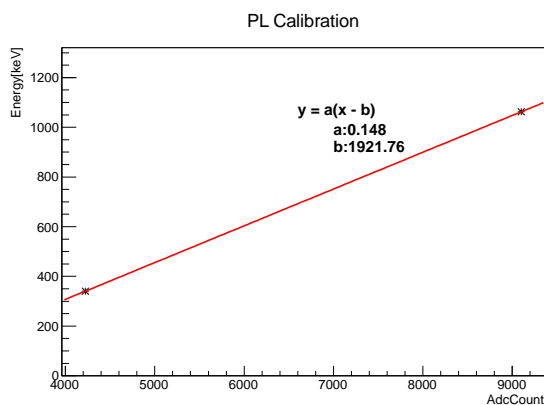


図 5.10: エネルギー較正結果

較正結果を表 3 に示す。

	a(傾き)	b(ペDESTAL)
PL <sub>A</sub>	0.148	1921.76
PL <sub>B</sub>	0.140	1798.00

表 3: PL<sub>A,B</sub> の較正結果

以上の検出器較正の結果から得られたエネルギーのスペクトルを図 5.11、  
図 5.12 に示す。

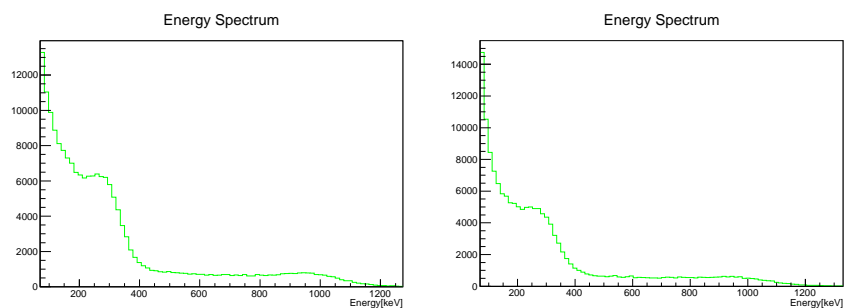


図 5.11: PL<sub>A</sub> で検出したエネルギーのスペクトル  
図 5.12: PL<sub>B</sub> で検出したエネルギーのスペクトル

### 5.2.2 エネルギー分解能

次に、検出器較正の結果からプラスチックシンチレータの分解能を求めた。

<sup>22</sup>Na のエネルギーのスペクトルのコンプトンエッジを誤差関数でフィットした。例として、<sup>22</sup>Na の 511[keV] のコンプトンエッジをフィットした図を示す。(図 5.13)

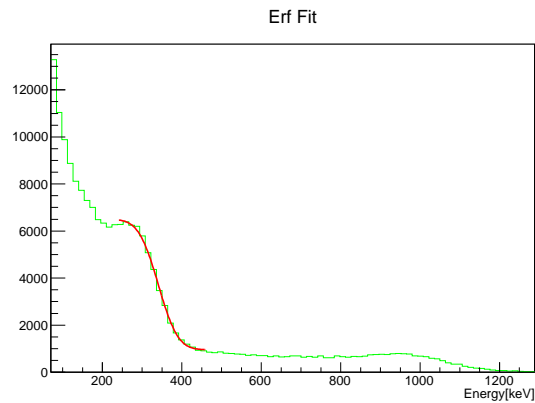


図 5.13:  $^{22}\text{Na}$  の 511[keV] のコンプトンエッジの誤差関数フィット (横軸 Energy)

フィットして得られた  $\sigma$  の値とエネルギーとの対応をプロットし、 $\frac{1}{\sqrt{E}}$  に比例する関数でフィットした。(図 5.14, 図 5.15)

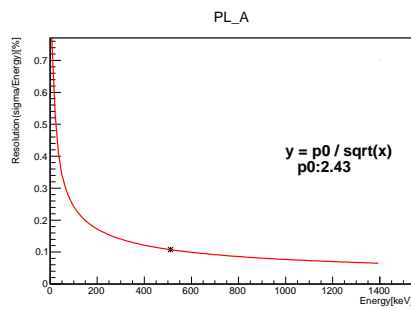


図 5.14:  $PL_A$  の分解能

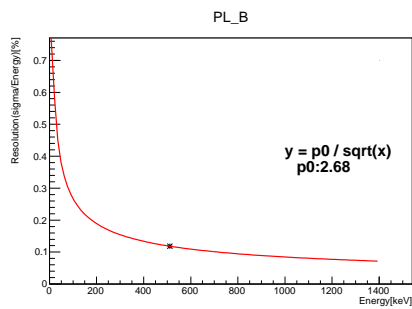


図 5.15:  $PL_B$  の分解能

図 5.6、図 5.7 中の黒点\*が測定点を表し、赤の曲線が分解能のエネルギー依存を表すグラフである。

以上より、NaI シンチレータと同様に 2 つのプラスチックシンレータの 511[keV] における分解能及び光電子数を求めると、以下のようになった。

	分解能 (FWHM)	光電子数
NaI <sub>A</sub>	25.3 [%]	86
NaI <sub>B</sub>	27.8 [%]	71

表 4:  $PL_{A,B}$  の分解能及び光電子数

## 5.3 動作確認

### 5.3.1 動作確認のセットアップ

較正した検出器を用いて目的とする事象を検出できるかどうかを確認した。線源及び検出器を以下の写真のように設置した。(図 5.16)

これは NaI シンチレータ A,B の相対角  $\phi$  が 0 度の状態である。線源からプラスチックシンチレータまでの距離、及びプラスチックシンチレータから NaI シンチレータまでの距離はともに本実験と同じく 7[cm] とした。

この写真の状態で測定し、back-to-back に放出される 511[keV] のエネルギーをもつ  $\gamma$  線を検出した。

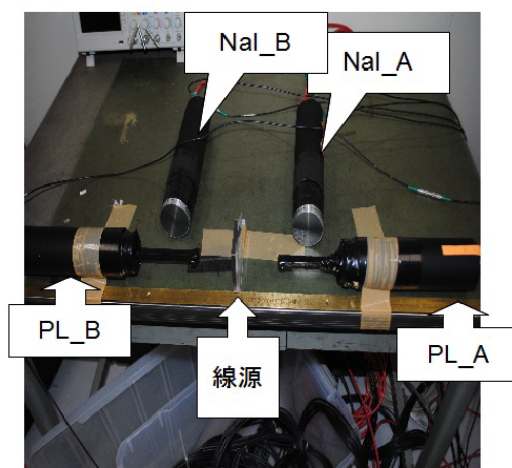


図 5.16: 検出器の動作確認のセットアップ

測定時間は 50000[sec] (約 14 時間) で、同時計数率は約 20[mHz] であった。

### 5.3.2 検出結果

以下の図は各シンチレータの検出結果である。



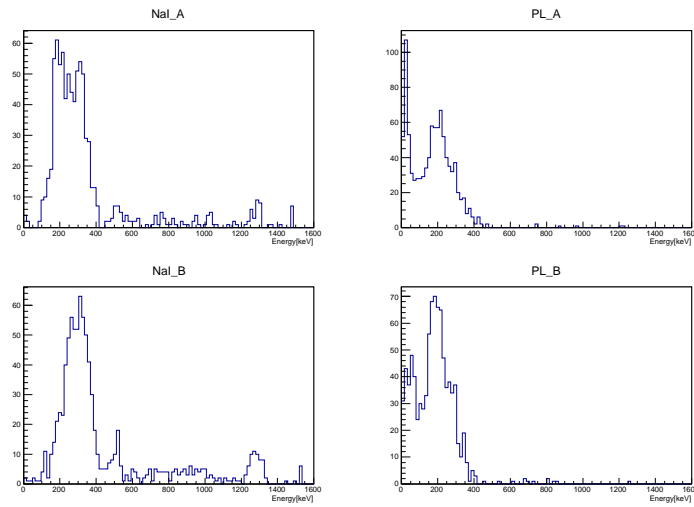


図 5.17: 各シンチレータによるスペクトル

図 5.17 上段右図と下段右図が、 $^{22}\text{Na}$  から back-to-back に放出される  $\gamma$  線を 2つのプラスチックシンチレータで検出したスペクトルで、上段左図と下段左図が、プラスチックシンチレータで散乱された  $\gamma$  線をそれぞれ NaI シンチレータで検出したスペクトルである。

次に、A,B それぞれの NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの相関を図 5.18 に示す。

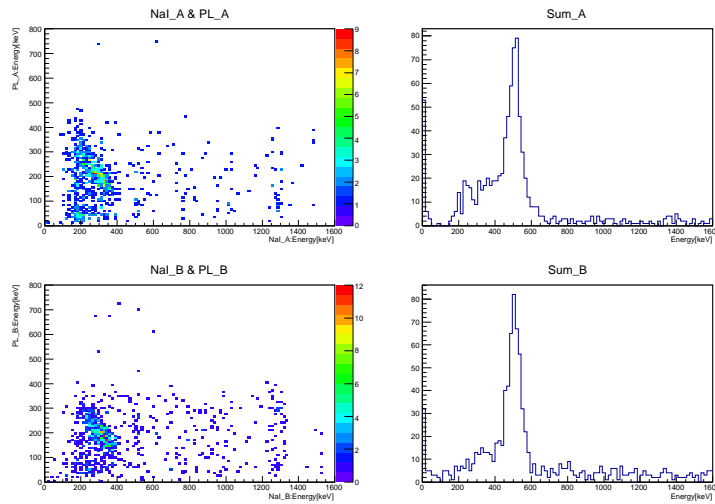


図 5.18: NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの相関

図 5.18 中の SumA,B は、NaI シンチレータとプラスチックシンチレータのそれぞれのエネルギーを足し合わせたものである。

図 5.18 上段左図と下段左図から、A,B とともに合計 511[keV] の事象の帯が見られる。また上段右図と下段右図から、A,B とともに合計 511[keV] にピークが立っていることが分かる。

### 5.3.3 解析

以上の結果から信号らしきイベントを抜き出した。(図 5.19)

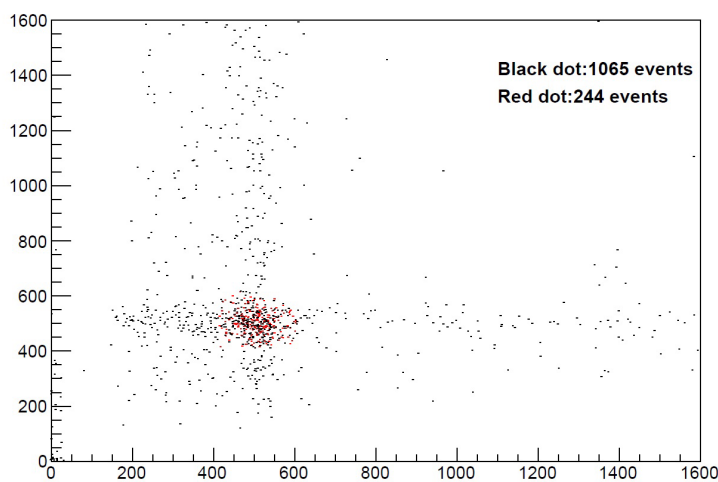


図 5.19: 信号らしきイベント

図 5.19 における黒点は全イベントで、赤点は上で求めた各シンチレータの分解能から NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの合計の  $\sigma$  を求め、その  $\sigma$  を用いてエネルギーを  $2.5\sigma$  の範囲でカットしたときのイベントである。

この赤点で示したイベントが 511[keV] の信号であると考えられる。

較正を行った検出器によって信号が確認でき、またこのエネルギーの範囲での同時計数率が約 5[mHz] であることが分かった。

本実験では 2 つの NaI シンチレータの角度とこの同時計数率の依存性を見る。

### 5.3.4 シミュレーションとの比較

最後に、上記の範囲でエネルギーをカットしたときの各シンチレータが検出したスペクトルをシミュレーションの結果と比較した。

以下がその比較の図である。

赤で表したスペクトルがシミュレーションの結果で、青で表したスペクトルが実験の結果である。(縦軸 [イベント数] は規格化してある)

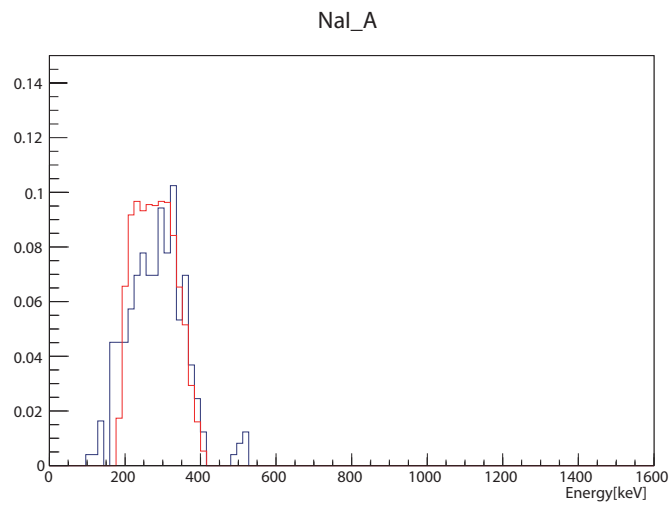


図 5.20: NaI<sub>A</sub> で検出されたスペクトル

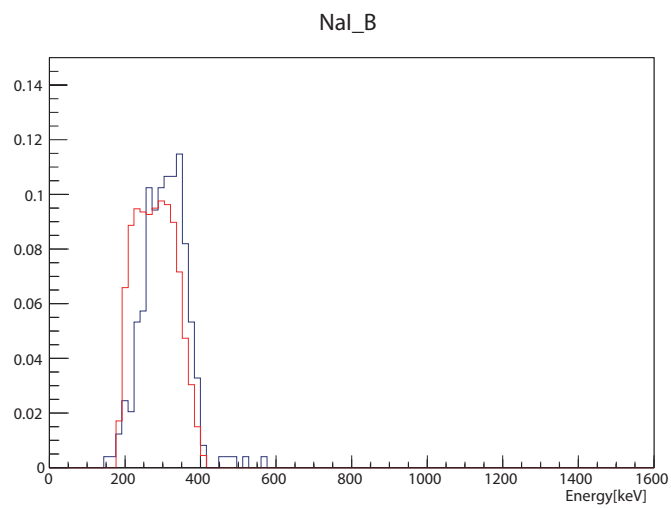


図 5.21: NaI<sub>B</sub> されたスペクトル

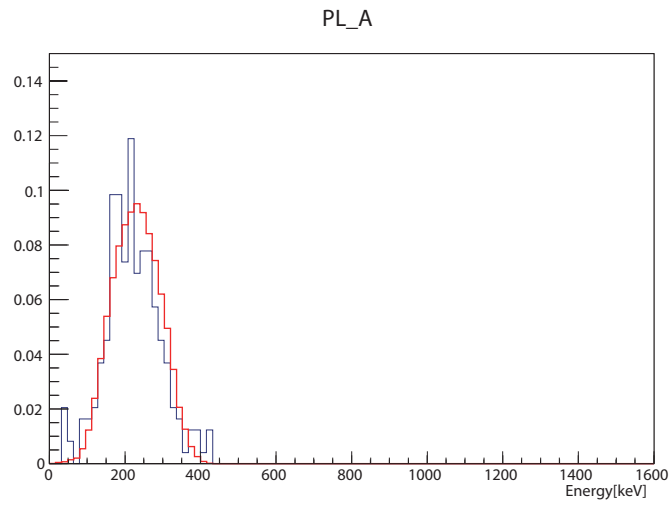


図 5.22: PL<sub>A</sub> されたスペクトル

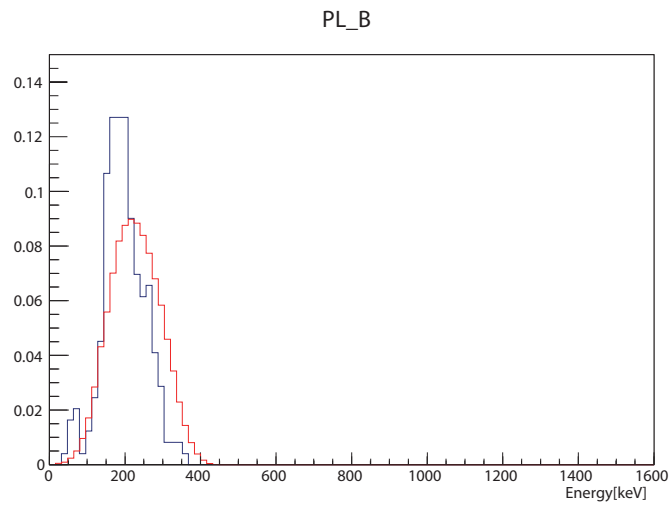


図 5.23: PL<sub>B</sub> されたスペクトル

以上の比較結果から、各シンチレータがそれぞれシミュレーションとほぼ同じエネルギーの範囲でピークが立っており、スペクトルの形がほぼ同じであることが確認できた。

## 6 測定・解析

### 6.1 測定

前述の装置を用いて 2012 年 2 月 20 日 (月) ~ 2 月 25 日 (金) の 5 日間でデータを収集した。

その 5 日間で、2 つの NaI シンチレータの相対角度  $\phi$  を 0 度、45 度、90 度、135 度、180 度と 45 度ずつ変化させながら、それぞれの角度について 86400[sec] (= 24[hour]) 測定した。

### 6.2 結果

得られたデータから各シンチレータのスペクトルを見た。

例として、 $\phi = 0$  のときの各シンチレータのスペクトルを図 6.1 に示す。

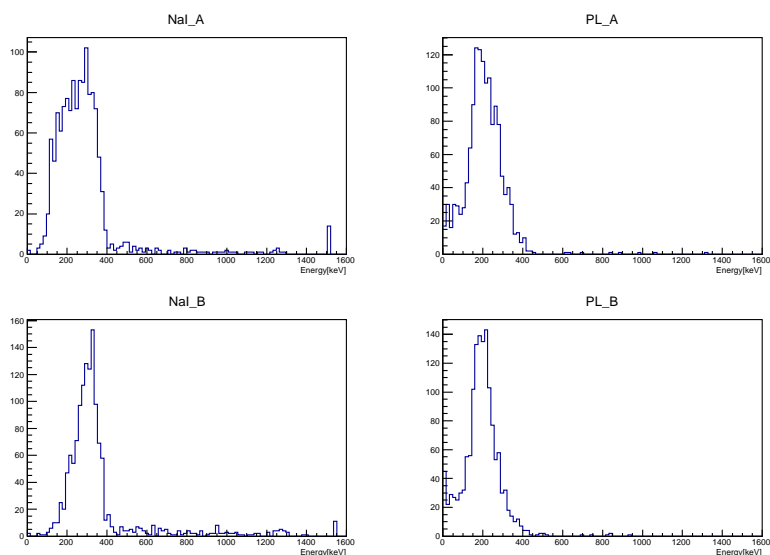


図 6.1: 各シンチレータのスペクトル ( $\phi=0$ )

図 6.1 上段右図と下段右図が、 $^{22}\text{Na}$  から back-to-back に放出される  $\gamma$  線をプラスチックシンチレータで検出したスペクトルで、上段左図と下段左図が、プラスチックシンチレータで散乱された  $\gamma$  線をそれぞれ NaI シンチレータで検出したスペクトルである。

次に、A,B それぞれの NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの相関を全ての  $\phi$  について見た。

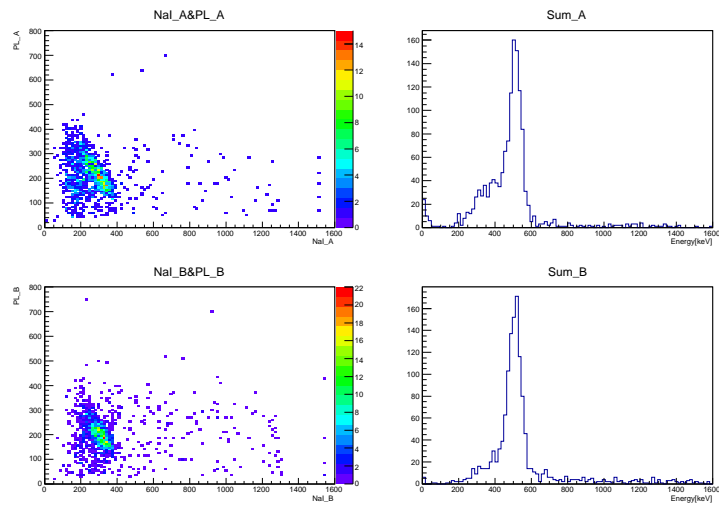


図 6.2: NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの相関 ( $\phi=0$ )

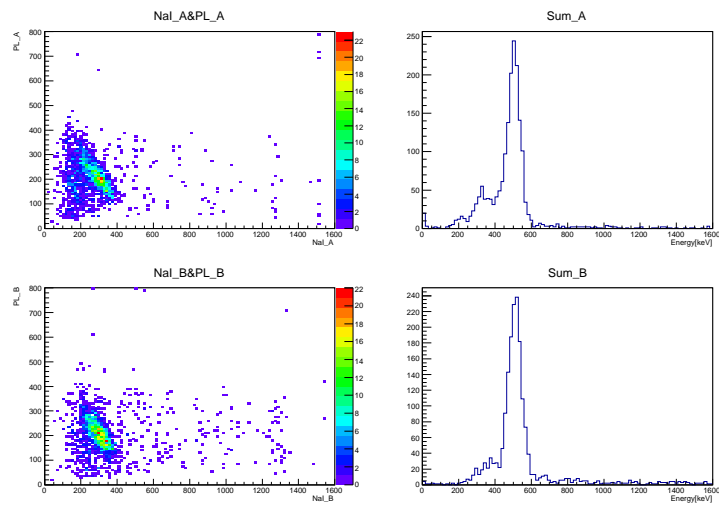


図 6.3: NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの相関 ( $\phi=\frac{\pi}{4}$ )

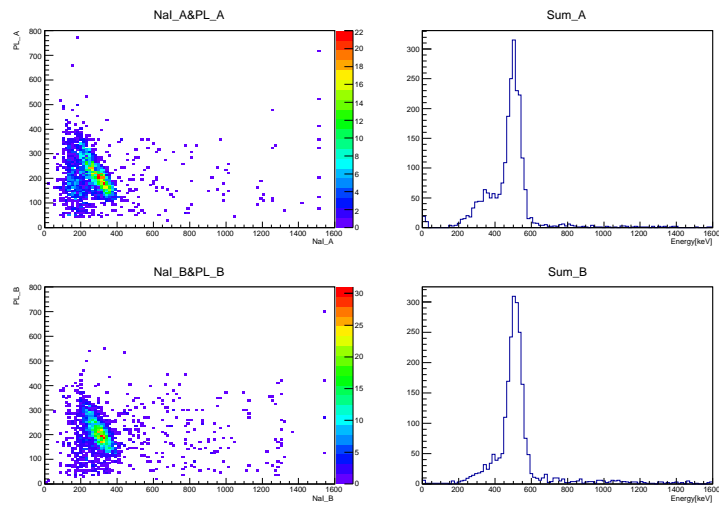


図 6.4: NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの相関 ( $\phi = \frac{\pi}{2}$ )

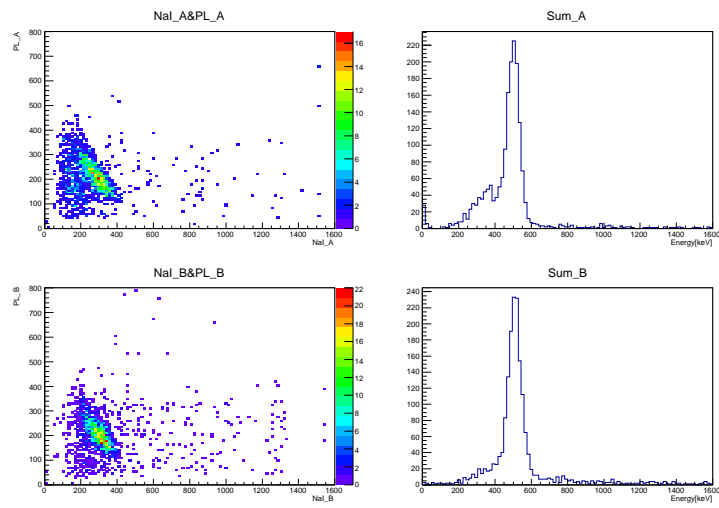


図 6.5: NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの相関 ( $\phi = \frac{3\pi}{4}$ )

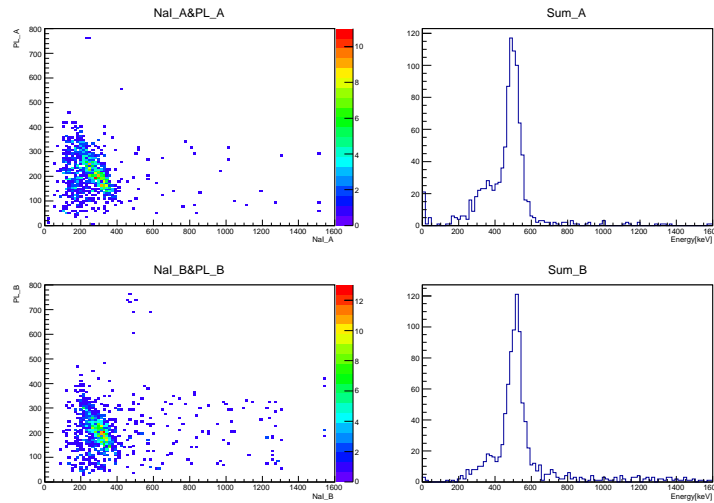


図 6.6: NaI シンチレータとプラスチックシンチレータの相関 ( $\phi=\pi$ )

図 6.2～図 6.6 における SumA,B は、NaI シンチレータとプラスチックシンチレータのそれぞれのエネルギーを足し合わせたものである。

5つのそれぞれの図の上段左図と下段左図から、A,Bともに合計511[keV]の事象の帯が見られる。また上段右図と下段右図から、A,Bともに合計511[keV]にピークが立っていることが分かる。

以上より、全ての $\phi$ について、511[keV]のエネルギーをもつ $\gamma$ 線の事象が測定されたことが確認できる。

得られたデータから、それぞれの $\phi$ について信号を抜き出した。

信号を抜き出すために、検出器較正によって各シンチレータのエネルギーを求め、そこからNaIシンチレータとプラスチックシンチレータの合計の分解能 $\sigma$ を求め、その $\sigma$ を用いてエネルギーを $2.5\sigma$ の範囲でカットした。

さらに、シミュレーションの章での議論と同様に、Compton散乱をした $\gamma$ 線がNaIシンチレータに入射するための以下の条件

$$\cos\theta_{\min} \leq \cos\theta \leq \cos\theta_{\max} \quad (6.1)$$

(ここで、 $\theta$ : 散乱角,  $\cos\theta_{\min} = \frac{-75}{\sqrt{75^2+65^2}}$ ,  $\cos\theta_{\max} = \frac{75}{\sqrt{75^2+65^2}}$ )  
を用いてイベントをカットした。

例として、 $\phi = 0$ のときの抜き出した信号を図 6.7 に示す。



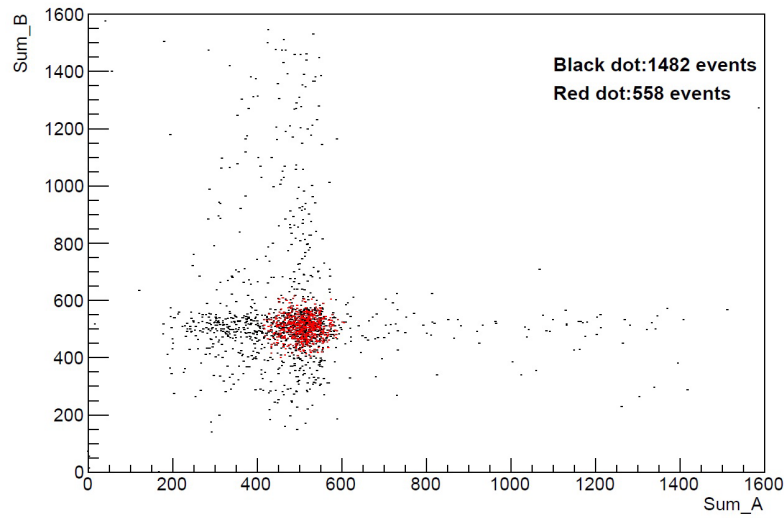


図 6.7: 信号 ( $\phi=0$ )

図 6.7 において、黒点は全イベントで赤点は上述の範囲でカットしたときのイベントである。

この赤点で示したイベントが 511[keV] の信号であると考えられる。

以上より、全ての  $\phi$  について抜き出した信号を以下の表に示す。(表 5)

相対角度 $\phi$ [度]	0	45	90	135	180
トリガー事象数 [個]	1482	1959	2437	1930	1122
カット後事象数 [個]	558	854	1135	829	401

表 5: 事象数の相対角度依存

表 5 において、トリガー事象数はそれぞれの角度についての全イベント数で、カット後事象数は上述の範囲でカットしたときのイベント数である。

次に、イベント数ではなくイベントレートで表した表を以下に示す。(表 6)

相対角度 $\phi$ [度]	0	45	90	135	180
トリガー計数率 [ $s^{-1}$ ]	17.2	22.7	28.2	22.3	13.0
カット後計数率 [ $s^{-1}$ ]	6.5	9.9	13.1	9.6	4.6

表 6: 計数率の相対角度依存

表 6 において、トリガー計数率はそれぞれの角度についての全イベント数を測定時間で割り、カット後計数率は上述の範囲でエネルギーをカットした

ときのイベント数を測定時間で割ったものである。

表 5、表 6 より、同時計測率が確かに 2 つの NaI シンチレータの相対角度  $\phi$  に依存しており、 $\phi = 90[\text{度}](= \frac{\pi}{2})$  で最大値をもつように振動していることが確認できた。

### 6.3 振幅

振動の振幅を調べるために、計数率を  $\phi$  に対してプロットし、そのプロットを  $\cos 2\phi$  でフィットした。

結果を図 6.8 に示す。

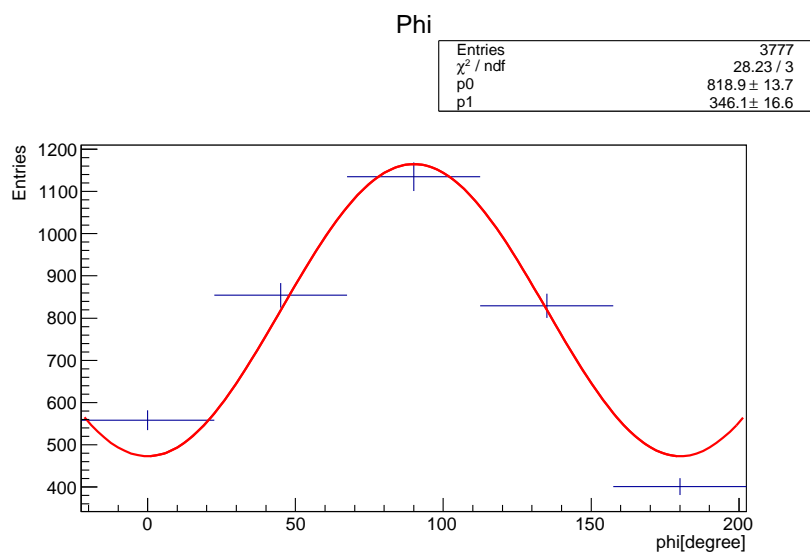


図 6.8:  $\phi$  のスペクトルの  $\cos 2\phi$  フィット

フィットした  $\cos 2\phi$  のパラメータ (図 6.8 の p0、p1) から振動の振幅を以下のように求めた。

$$\text{振幅} = \frac{p1}{p0} \approx 0.42 \pm 0.021 \quad (6.2)$$

### 6.4 議論

前述の議論より求めた  $\cos 2\phi$  の振幅を用いて k の値を求めた。

ここで k とは、これまでの議論で用いてきたように、相関の強さを表す因子である。

また  $g$  とは、「理論値」、「シミュレーションより求めた値」、「実験データより求めた値」の3つを以下のように定義した因子である。

- 理論値の場合：式(2.1)の値
- シミュレーションの場合：式(4.9)の値
- 実験：実験のデータを用いて式(4.5)の積分を実行して得られた値

それぞれの  $g$  の値を表7に示す。

	理論	シミュレーション	実験
$g$	0.44 ( $=\frac{4}{9}$ )	0.31	0.33

表 7:  $g$  の値

以上のそれぞれの  $g$  の値及び以下の式から  $k$  を求めた。

$$k = \frac{p1}{p0}(\text{振幅}) \times \frac{1}{g} \quad (6.3)$$

結果を表8に示す。

$g$	0.44 (理論値)	0.31 (シミュレーション値)	0.33 (実験値)
$k$	$0.95 \pm 0.048$	$1.36 \pm 0.069$	$1.28 \pm 0.021$

表 8:  $k$  の値

これまでの議論より、隠れた変数理論が系を支配するとき、 $|k| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$  となり、量子力学が系を支配するとき、 $k = 1$  となる。

表8の結果から、全ての場合において、 $|k| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$  となっているので、系を支配するのが隠れた変数理論ではないことが分かる。

しかし、シミュレーション及び実験データから得られる値を用いた場合、 $k$  が1を超えてしまう結果となった。

これは、図6.8で見られる  $\cos 2\phi$  の振幅が大きいことが要因だと考えられる。

図6.8中の  $\chi^2/\text{ndf}$  が大きいことから、 $\cos 2\phi$  のフィットが良くないために振幅が大きくなっていると思われる。

フィットが良くないのは、表5,6からも分かるように、本来は  $\phi = 0$  のときと  $\phi = \pi$  のときの(カット後)事象数はほぼ同じになるはずであるのに、 $\phi = \pi$  のときの(カット後)事象数が  $\phi = 0$  のときのそれと比べて少なくなっていることが影響していると考えられる。

以上のことから、 $k$  が1を超える原因は統計誤差ではなく測定誤差であると考えられるので、再実験の必要がある。

## 参考文献

清水明: ”量子論の基礎 その本質のやさしい理解のために”, サイエンス社 (2004/04)

## 謝辞

本実験は多くの方々のご指導、ご協力のもと行うことができました。

粒子物理学研究室の教員である蔵重先生、竹内先生、身内先生、山崎先生、原先生、越智先生、鈴木先生には研究室に入って右も左もわからない我々に、多くの助言、ご指導をいただきました。特に、蔵重先生、身内先生には本実験を一から指導していただき、多くのことを学びました。また、研究室の先輩方はお忙しい中、わからないことがあると快く相談に乗ってくださり、多くのアドバイスをいただきました。

本実験は粒子物理学研究室の皆様のお力添えなしでは、決して行なえませんでした。この場を借りて、厚くお礼を申し上げます。