

# タンデム加速器を用いた原子核散乱実験

横江 大樹, 谷口 紘大, 佐倉 慶汰, 山口 凜太郎, 森田彩の介

February 2024

# 目次

1	原子核散乱の理論	3
1.1	本章の概要	3
1.2	ラザフォード散乱	4
1.3	核力による散乱	5
1.4	原子核モデル	7
1.5	微分断面積の理論値	8
2	原子核散乱実験のセットアップ	10
2.1	本章の概要	10
2.2	加速器	11
2.3	真空チェンバー内のセットアップ	12
3	検出装置とシミュレーション	17
3.1	本章の概要	17
3.2	検出装置	17
3.3	シミュレーション	19
4	ラザフォード散乱の解析	24
4.1	本章の概要	24
4.2	Al,Au 標的の解析	24
4.3	C,H 標的の解析	25
4.4	キャリブレーション結果	26
5	原子核散乱反応の解析	27
5.1	本章の概要	27
5.2	微分散乱断面積の導出方法	27
5.3	準安定状態のフィット	30
5.4	Al の微分散乱断面積	33
5.5	Au の微分散乱断面積	37
5.6	C の微分散乱断面積	41
5.7	まとめ	44
6	謝辞	45
7	付録	46
7.1	Gaussian と CrystalBall の比較 (山口)	46
7.2	Al50° にあった謎のピーク (山口)	47
7.3	ラザフォード散乱の低エネルギー側の山をカウント数に入れるべきか (山口)	50
7.4	作った回路について (山口)	51

# 1 原子核散乱の理論

担当 : 横江 大樹 森田 彩の介 佐倉 慶汰 山口 凜太郎

## 1.1 本章の概要

本実験は神戸大学海事研究科にあるタンデム加速器を用いて陽子を 3MeV まで加速する。加速した陽子をアルミ標的に照射するとラザフォード散乱と核力散乱がおこる。そのうち稀事象である核反応を観測するのが本実験の目的である。

また金とポリエチレンもエネルギーキャリブレーションのために使用する。

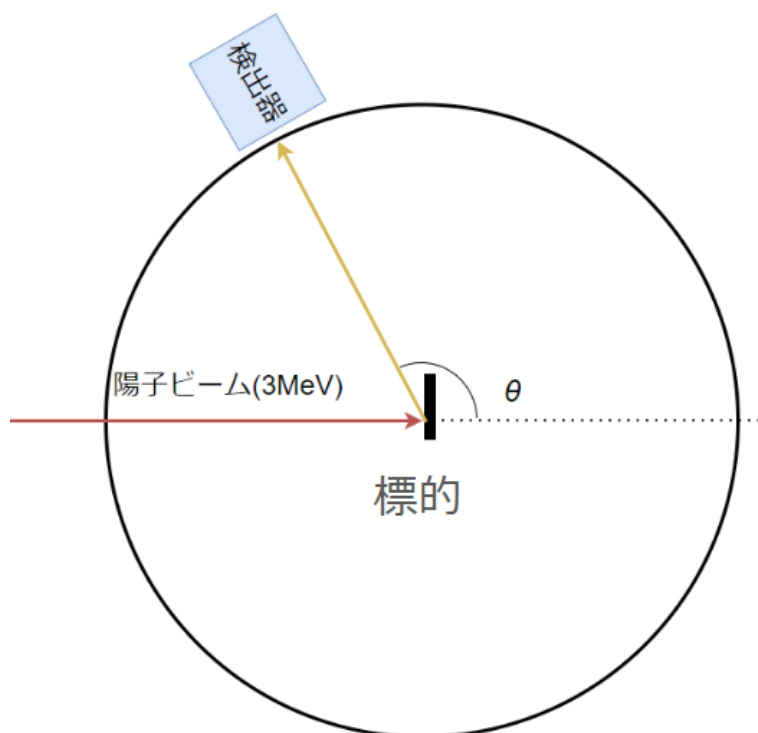


図 1.1 実験のイメージ図

## 1.2 ラザフォード散乱

陽子が標的に入射した際はクーロン力によって散乱される。クーロン力による散乱をラザフォード散乱と呼ぶ。クーロン散乱の微分断面積は以下の通りである。この式より、小角度散乱の場合は微分断面積が大きくなりカウントが増加する。微分断面積の導出は荷電粒子同士が散乱される状況を考えたらいい。[1]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Ze^2}{16\pi\epsilon_0 E_{CM}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \theta_{cm}} \quad (1.1)$$

$Z$  : ターゲットの原子番号

$e$  : 素電荷 =  $1.60 \times 10^{-19}[C]$

$E_{CM}$  : 重心系における入射粒子のエネルギー

$\theta_{CM}$  : 図 1.2 に示すような、入射粒子の散乱方向

この微分断面積は量子論でも同じ結果になる。[2] ラザフォード散乱は弾性散乱なのでエネルギーの受け渡しが無い。したがって反応前後で原子核の組成は変化しない。

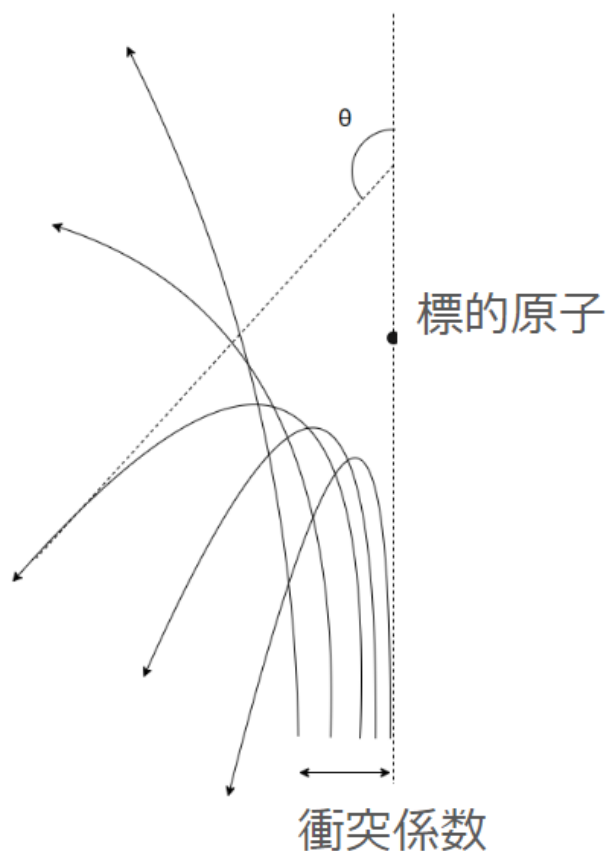


図 1.2 ラザフォード散乱



### 1.3 核力による散乱

陽子がアルミの原子核まで近づく際には核力が働き、核力を介して原子核反応が起こる。この反応には非弾性散乱が含まれているので、陽子のエネルギーの一部がアルミの原子核に受け渡される場合もある。1.2節で述べたように小角度はラザフォード散乱のカウンtrateが高いので核反応を観測しようとしてもラザフォード散乱のカウンtrateに埋もれてしまう。今回はカウンtrateが少ない大角度(130度)で大統計をとり、核反応の観測を試みた。

本実験で観測できるであろう非弾性散乱は2種類今から順を追って説明する。

#### 1. アルミの準安定状態ができる核反応

$^{27}\text{Al}$  は 843keV, 1014keV に準安定状態をもつ。[3] 3MeV の陽子が原子核まで近づくときエネルギーの受け渡しがおこり 2 つの準安定状態になる。準安定状態は数 10ps で  $\gamma$  線を出して基底状態に戻る。

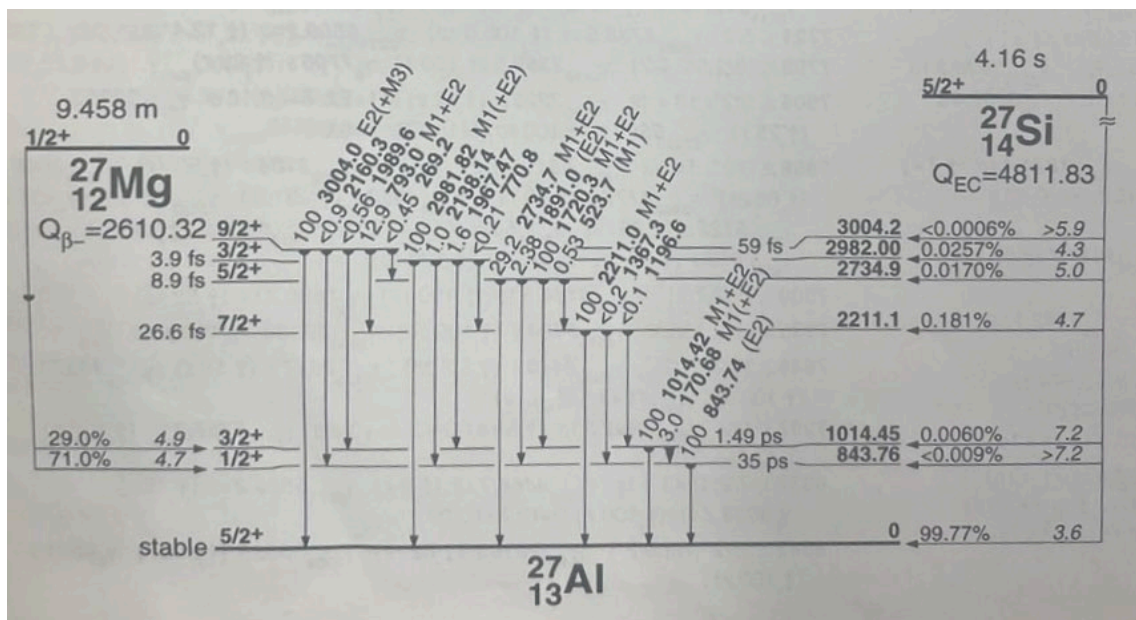
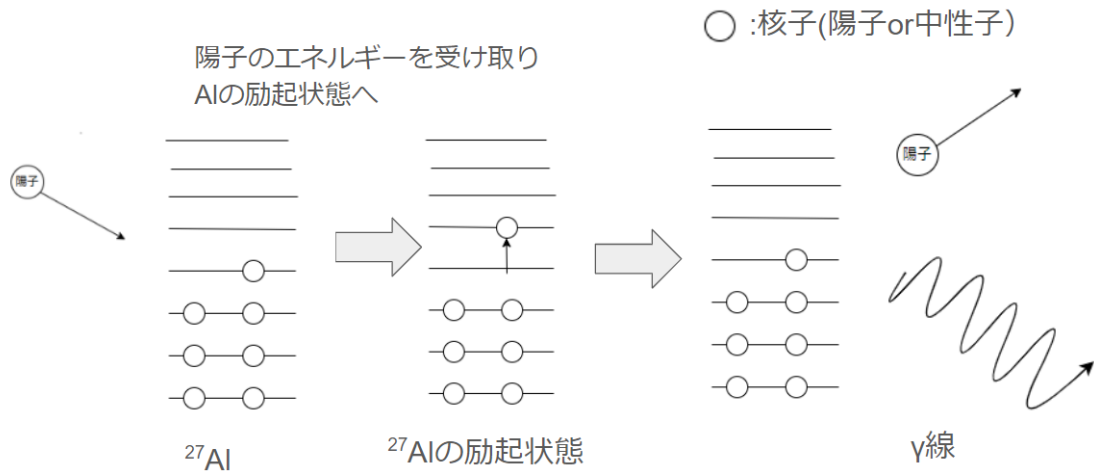


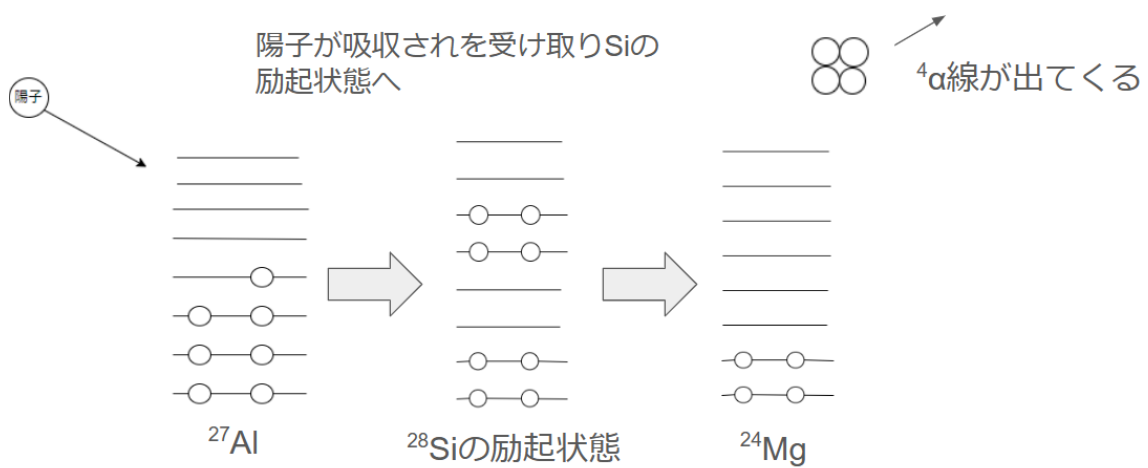
図 1.3 Al の準安定状態

2.  $^{27}\text{Al}$  が  $^{28}\text{Si}$  の励起状態を介した後 4  $\alpha$  線を放出して  $^{24}\text{Mg}$  になる核反応陽子が  $^{27}\text{Al}$  に吸収されて原子番号が一つ上がり 3.5 4MeV 程度の  $^{28}\text{Si}$  の励起状態になる。シリコンの励起状態はとても不安定であり、量子力学的時間で 4  $\alpha$  線を出して崩壊する。結果原子番号が 2 つ下がり、 $^{24}\text{Mg}$  となる。

## 準安定状態になるときのAlの核反応

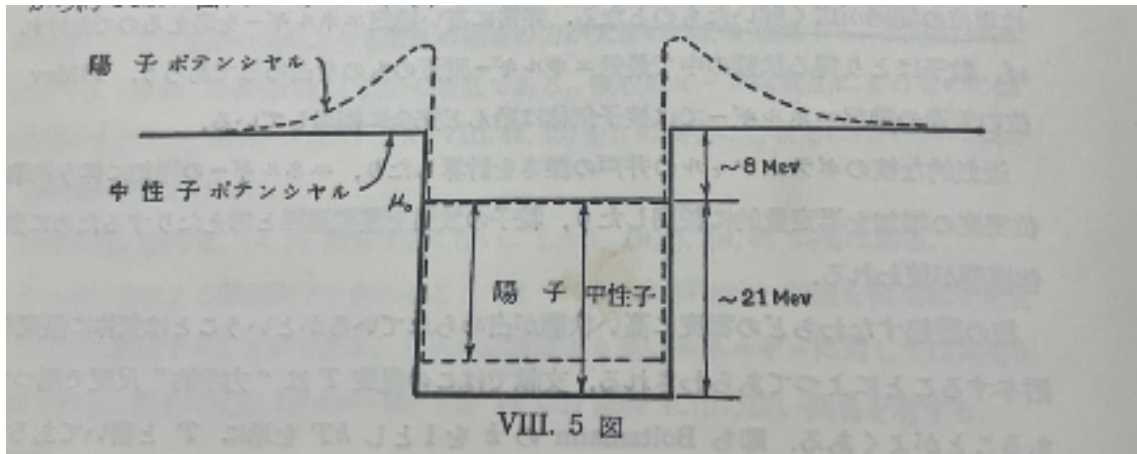


## $\alpha$ 線が出る時の核反応



## 1.4 原子核モデル

まず原子核のモデルは核の統計的気体模型を考える.[4] 図を見てのとおり原子核は有限の井戸型ポテンシャルに複数の陽子と中性子がある準位に入ってるものである. 入射陽子は荷電粒子なので数 MeV 程度のクーロンポテンシャルを感じる. よって古典論では入射陽子が原子核に入るにはある程度のエネルギーが必要となる. 量子論ではトンネル効果よりエネルギーがポテンシャルより低くても原子核内に入れる.



## 1.5 微分断面積の理論値

核力が働くのを陽子と剛体球の散乱と近似する。核力の微分断面積は

$$\frac{R^2}{4} \quad (1.2)$$

であり全断面積は

$$\pi R^2 \quad (1.3)$$

である。結果が核子の面積になる理由は衝突するまで近づかないと核力が働かないからである。

以下は核にぶつかるイメージ図である。

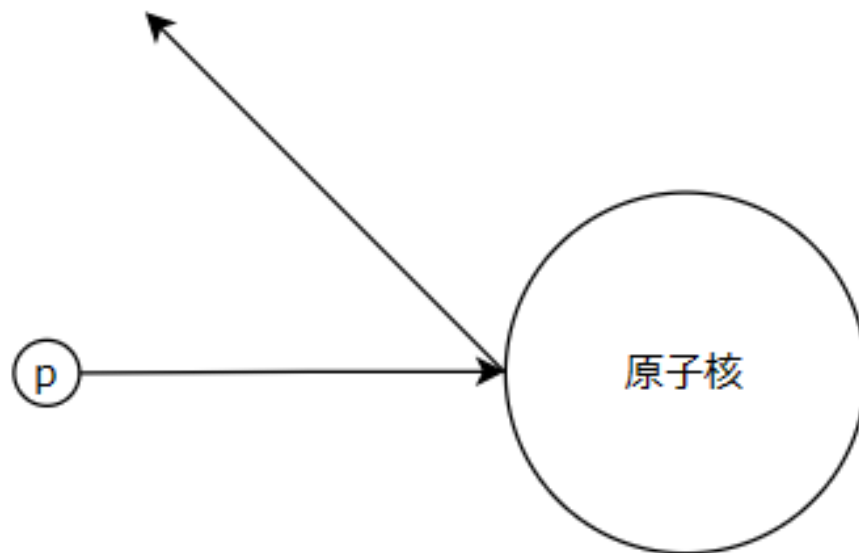


図 1.4 陽子が原子核と衝突して核力が働く様子

微分断面積角度分布の理論値を各物質ごとにプロットしたものが次である。微分断面積原子番号の二乗に比例するので上から順に金、アルミ、炭素、水素となる。小角度散乱のほうが圧倒的に母数が多くなる。また、それぞれの原子核半径の文献値は以下。[\[5\]](#)

	Au	Al	O	C	H
最近接距離	38.7	6.38	3.92	2.94	0.49
原子核半径	7.56	3.90	3.27	2.97	0.87

図 1.5 各原子の原子核半径の文献値

## 2 原子核散乱実験のセットアップ

担当：谷口紘大

### 2.1 本章の概要

本章では、原子核散乱実験に用いた加速器、陽子をターゲットに射出させる際のセットアップについて説明する。2.1 は実際に実験を行ったときの概略図になっている。陽子は加速器によって 3MeV に加速され、真空チェンバーの内部に設置されているターゲットに陽子が衝突して散乱されるという仕組みになっている。

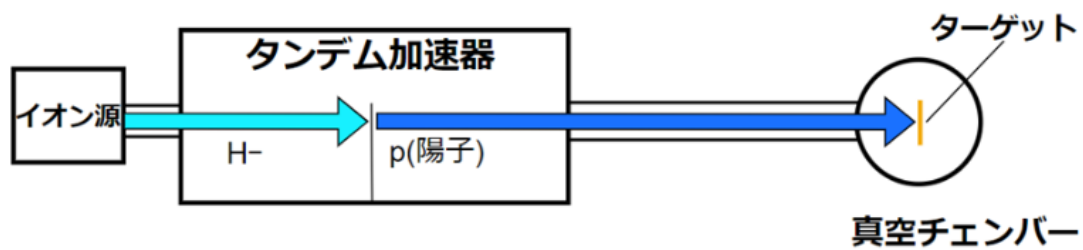


図 2.1 実験の概略図

## 2.2 加速器

2024/1/4~12 にかけて, 神戸大学深江キャンパスにあるタンデム加速器を用いて最大 3MeV のエネルギーを持った陽子ビームを作り実験を行った. 図 2.2 に使用した加速器の写真を示す.



図 2.2 タンデム加速器の施設

## 2.2.1 加速器の構造

加速器の構造について説明する。加速器本体は、直径 1.07 メートル、長さ 3.94 メートルの円柱型のタンデム静電加速器である。タンデム加速器は、陽子が 3MeV に加速されるのではなく、2 回に分けて加速している。まず左側のイオン源から  $H^-$  が放出されて加速器に入ってくる。加速器内では、左端から真ん中までは 1.5MV の電圧がかけており左方向に電場がかかっているので  $H^-$  は真ん中に向かって 1.5MeV まで加速される。ここでターミナル電極付近には窒素ガスが流れており、 $H^-$  がその窒素と電荷ストリッピング反応を起こし、 $H^-$  の電子がはがれて  $H^+$  になる。加速器の真ん中から右端にかけては 1.5MeV の電圧がかけており今度は右方向に電場がかかっているためこの  $H^+$  は右方向に向かって加速される。そうすることで最終的に 3MeV の陽子ビームが打ち出されるという構造になっている。

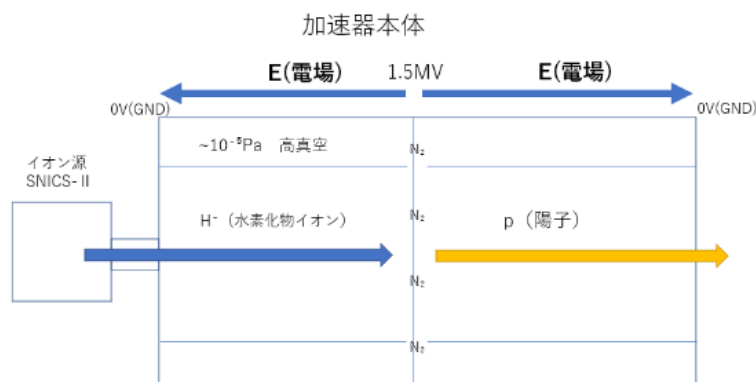


図 2.3 加速器の構造

## 2.3 真空チェンバー内のセットアップ

### 2.3.1 真空チェンバー

図 2.4 は実際に使用した真空チェンバーの写真である。そして、真空チェンバーの内部は図 2.5 のようになっている。真空チェンバーにターゲットは設置されており、加速器で加速された陽子ビームはそれに向かって直進してくる。検出器はターゲットを中心とした直径 117.5mm の円周上で動かせるようにして設置している。3MeV の陽子ビームは空気分子に当たると約 9cm しか進まないためチェンバー内は高真空状態にする。ターボ分子ポンプで  $10^{-8}$ Pa 程度まで下げた。この真空では陽子ビームの失うエネルギーは無視できる。



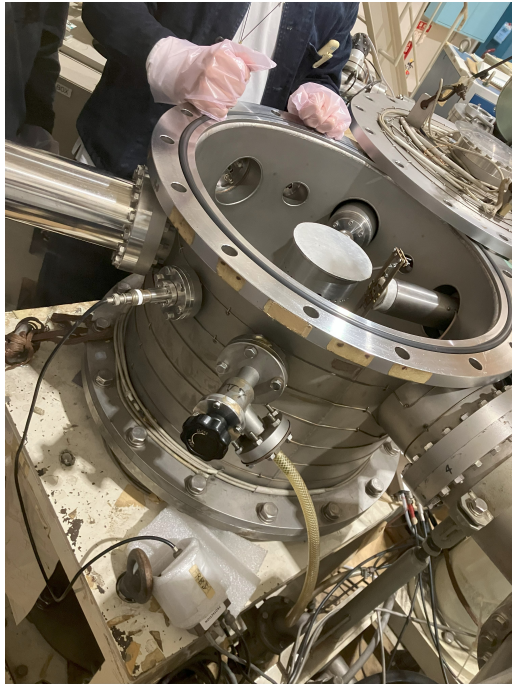


図 2.4 真空チェンバー

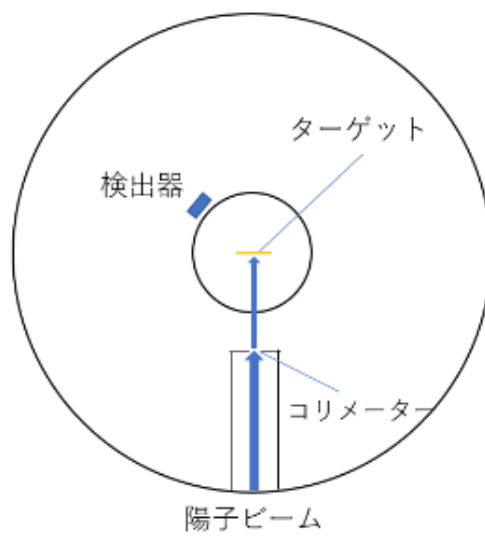


図 2.5 真空チェンバー内部

### 2.3.2 二次電子捕集管

二次電子捕集管とは、 $10^\circ$  ごとに側面に直径 3mm の穴が開いているステンレス製の円柱である。図 2.6 は実際に使用した二次電子捕集管の写真である。これによって  $10^\circ$  ごとに検出器セットを移動させて観測を行うことができる。この装置内に来た陽子ビームの電流値を計測するために使用したもので、これは 2021 年度のものを再利用した。ターゲットに散乱されて陽子が捕集管にぶつかると、光電効果を起こして電子が飛び出してしまうことがあり、それによって電流値が正確に測れなくなってしまうので、電圧をかけて飛び出した電子を捕集できるようにしている。図 2.7 に電流計測の概略図を示している。また、そもそも電子が飛び出してしまうことを防ぐために捕集管の内側に穴に重ならないようにグラファイトを貼った。グラファイトにしたのは、導電性がありまた炭素の仕事関数が大きいためである。図 2.8 は二次電子捕集管内の配置を示した。

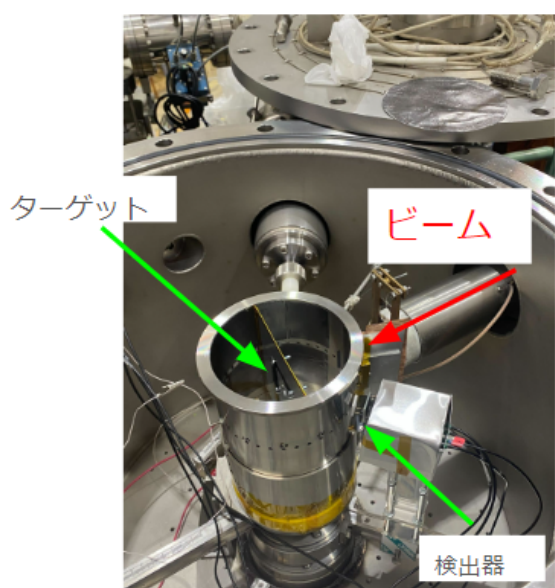


図 2.6 二次電子捕集管



図 2.7 電流計測の概略図

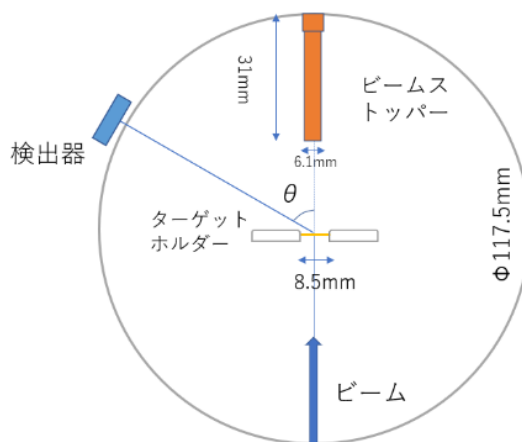


図 2.8 二次電子捕集管内

### 2.3.3 ターゲットホルダー

ホルダーは縦 70mm, 横 50mm, 直径 8.5mm の穴を開けたアルミ板で作成して使用した. 図 2.9 は実際に使用したターゲットホルダーのひとつであり, 金箔を挟んでいる. 図 2.10 はその後ろ側の写真である. 0.3mm と 2mm のアルミ板でターゲットを挟んでいる. 前年度では 2mm のアルミ板 2 枚で挟んでいたが, 散乱されて跳ね返った陽子がホルダー自身にぶつかってしまわないように前側はより薄いものを使用した. しかし, ホルダーの後側は固定する側なので強度のためにあまり薄くはせず, 穴の部分に座繰りを入れて透過した陽子もホルダー自身にぶつからないようにした. 図 2.11 にターゲットホルダーを横から見た図を示した.

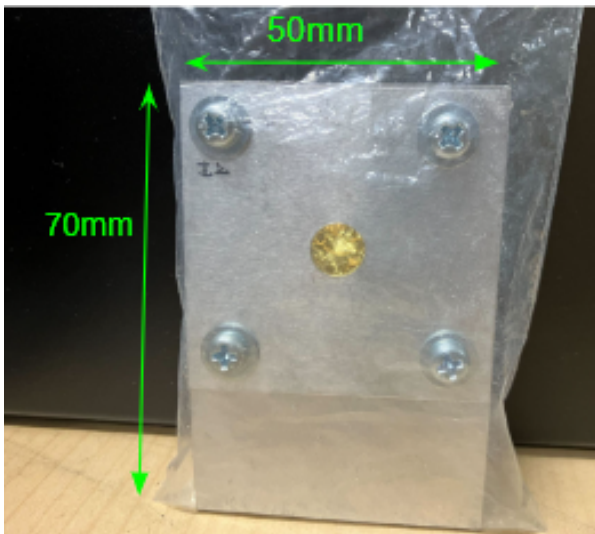


図 2.9 ターゲットホルダー



図 2.10 後ろ側

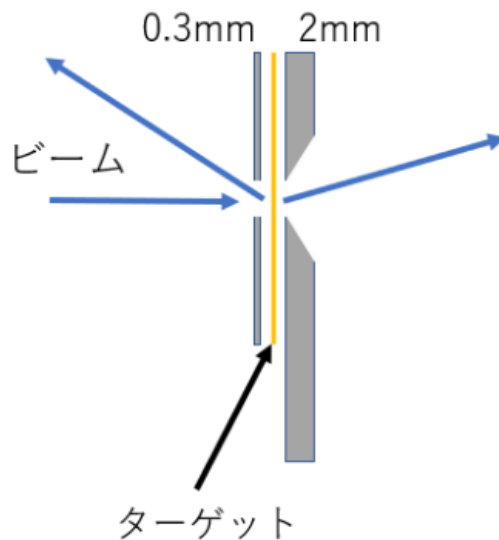


図 2.11 横から見た図

### 2.3.4 ターゲット

今回の実験で使用したターゲットは Al と Au とポリエチレンである。ターゲットの厚さは以下の表の通りである。

ターゲット	Al	Au	ポリエチレン
厚さ [ $\mu\text{m}$ ]	0.8	0.1	10

### 2.3.5 ビームストッパー

真鍮製で直径は 6.1mm で長さが 31mm のものを作成した。ビームのほとんどは標的を透過して直進する。図 2.12 は実際に使用したビームストッパーの写真であり、図 2.13 はそれを正面から見た写真である。透過すると散乱を起し検出器で検出されてバックグラウンドとなってしまう可能性があるため、それを防ぐ目的で設置した。今回の実験は 130 度より大きい角度の部分は測定する予定がなかったため、130 度以下のところでビームストッパー内で散乱された陽子が検出器に入らないように設計した。



図 2.12 ビームストッパー



図 2.13 正面から見た図

# 3 検出装置とシミュレーション

担当：佐倉 慶汰

## 3.1 本章の概要

本章では、散乱陽子の検出装置、実験結果を予測するためのシミュレーションについて述べる。

## 3.2 検出装置

散乱陽子の検出には PIN フォトダイオード (PD) を用いる。また図 3.1 に示す装置を通し、散乱陽子のエネルギーを測定し、PC に転送する。

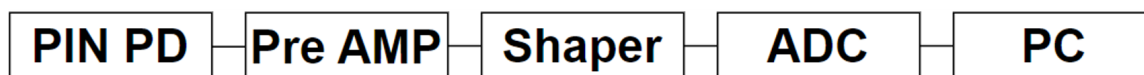


図 3.1 検出の流れ

以下では PIN PD,Pre AMP,Shaper,ADC について詳しく述べる。

### 3.2.1 PIN フォトダイオード (PD)

本実験では図 3.2 に示す PIN PD を用いた。本実験の PIN PD は P 型半導体と N 型半導体の間に Si の半導体（空乏層）を挟んだものである。



図 3.2 PIN PD(S3590-09)

図 3.3 は PIN PD の検出原理を示す模式図である。PIN PD は陽子のエネルギーを電荷量に変換する。

まず逆バイアスをかけることで、空乏層に電場を発生させる。陽子が空乏層を通過する際にエネルギーを損失し、キャリア（電子とホール）をつくる。このキャリアは 3.62eV で 1 対つくられる。キャリアが発生させた電場により移動し、電流が発生する。この電流が電荷量に対応している。

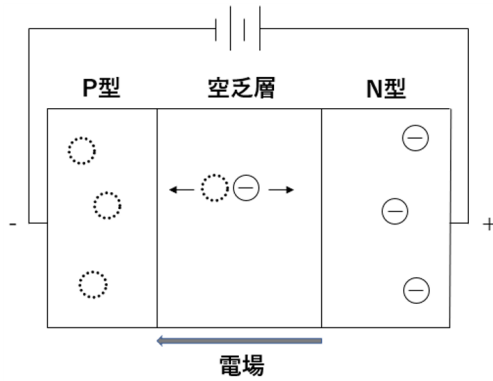


図 3.3 PIN PD の検出原理

### 3.2.2 Pre AMP

Pre AMP は PIN PD が変換した電荷量を電圧信号に変換する. 図 3.4, 図 3.5 に本実験で用いた Pre AMP とその回路図を示す.AMP には CS-515 を用い, 回路図の通りに基板を自作した. 約  $1\text{V}/\text{pC}$  の Gain である.

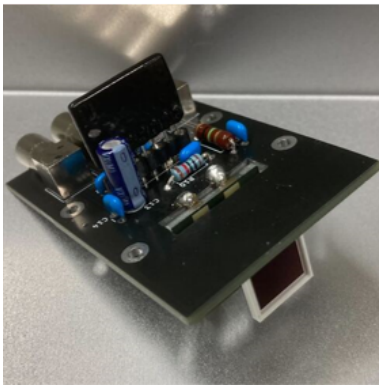


図 3.4 Pre AMP

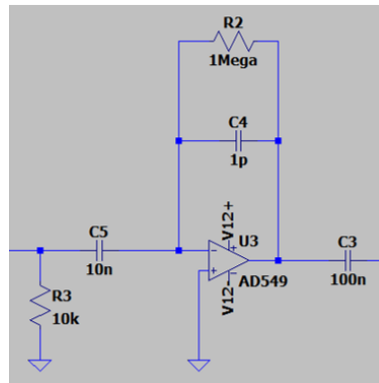


図 3.5 Pre AMP の回路図

### 3.2.3 Shaper

Shaper は Pre AMP からの電圧信号の整形, 反転増幅を行う. 図 3.6, 図 3.7 に本実験で用いた Shaper とその回路図を示す.AMP には TLE2074IN を用い, 回路図の通り基板を自作した.

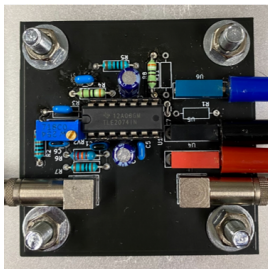


図 3.6 Shaper

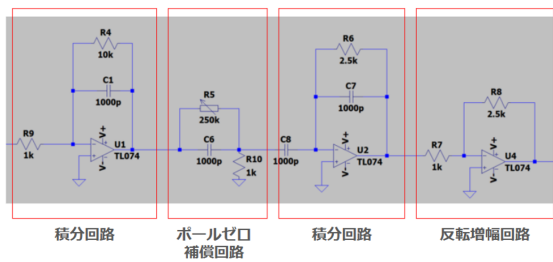


図 3.7 Shaper の回路図



### 3.2.4 ADC

ADCはShaperからの電圧信号の最大波高をデジタル値(channel)に変換する。変換の際に1Vを8192分割し、それぞれに0～8192ch.を対応させる。閾値を設定し、電気ノイズ部分を切って測定することができる。本実験のADCには各channelのイベント数を数え上げることのできるMCA(図3.8)を使用した。



図 3.8 MCA(MCA8000D)

## 3.3 シミュレーション

### 3.3.1 目的

実験結果の予測を行う。具体的には、観測されるエネルギーや微分散乱断面積、カウント数の角度分布を求める。また、これらより計測に必要な時間を算出する。

### 3.3.2 CM系,lab系の変換

本シミュレーションでは様々な変換式が必要である。具体的には,CM系とlab系のエネルギー,散乱角の変換式,散乱によるエネルギーの変化,標的内でのエネルギー損失を考えるためのベータプロッホの式の3式である。

まずCM系,lab系の変換式から考える。図3.9,図3.10にCM系,lab系での散乱の様子を示す。 $M_1, M_2$ はそれぞれ入射陽子の質量,ターゲット原子核の質量である。

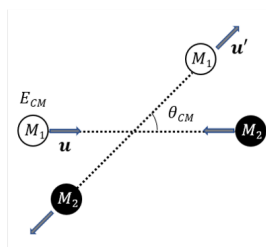


図 3.9 CM系での散乱

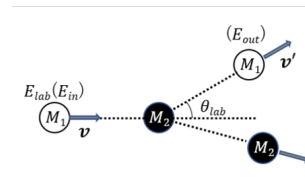


図 3.10 lab系での散乱

これらの図においてエネルギーの変換式は次のようになる。

$$E_{CM} = \frac{M_2}{M_1 + M_2} E_{lab} \quad (3.1)$$

また図 3.11 に CM 系,lab 系の散乱角の関係を示す.

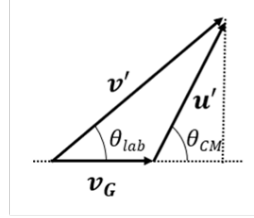


図 3.11 CM 系,lab 系の散乱角

$v_G$  は重心速度である. このとき次の式を求めることができる.

$$\cos \theta_{CM} = -\frac{M_1}{M_2} \sin^2 \theta_{lab} + \cos \theta_{lab} \sqrt{1 - \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \sin^2 \theta_{lab}} \quad (3.2)$$

また CM 系,lab 系の微分散乱断面積は次の式を満たすとす.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM} \cong \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab} \quad (3.3)$$

次に散乱でのエネルギー変化について考える. 図 3.10 において, 古典力学でエネルギー保存則, 運動量保存則を考えると, 入射陽子と散乱陽子のエネルギーは次のような関係式 (3.4) を導くことができる.

$$E_{out} = \left(\frac{\cos \theta_{lab} + \sqrt{\cos^2 \theta_{lab} + A^2 - 1}}{A + 1}\right)^2 E_{in} \quad (3.4)$$

最後にベーテプロッホの式 [6] を考える.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{Dq^2 n_e}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma)}{2} \right] \quad (3.5)$$

$$D = \frac{4\pi\alpha^2 \hbar^2}{m_e} = 5.1 \times 10^{-25} \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2$$

$$q : \text{電荷 [e]} \quad n_e = \frac{N_A \cdot Z \cdot \rho}{A \cdot M_u} : \text{電子密度 [}/\text{cm}^3] \quad N_A : \text{アボガドロ数 (} 6.02 \times 10^{23} \text{)}$$

$$Z : \text{原子番号} \quad \rho : \text{ターゲットの密度 [g/cm}^3]$$

$$A : \text{原子量} \quad M_u : \text{モル質量定数} \quad m_e : \text{電子質量 [eV]}$$

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad v : \text{陽子の速さ [m/s]}$$

$$I : \text{平均励起ポテンシャル [eV]} \quad m_p : \text{陽子質量 [eV]}$$

ここで  $\delta$  は相対論的な項なので無視し,  $\beta^2 \ll 1$  と近似すると次の式のようなになる.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{Dq^2 n_e}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{\frac{1}{2} m_p v^2}{I} \cdot 4 \left( \frac{m_e}{m_p} \right) \right) \right] \quad (3.6)$$

### 3.3.3 モデル

モデルの概略図 (図 3.12) に示しているように,  $\theta = 180^\circ$  方向から陽子ビームが入射し, ターゲットに散乱される. 他のモデルの設定については以下に示す.



### 1. ターゲット

- $\theta = 115^\circ$  に垂直に配置 (100° 散乱と 130° 散乱をターゲットを回転させずに測定するため)
- 厚みは Al:  $1\mu\text{m}$ , Au:  $0.1\mu\text{m}$
- 10 分割し, ターゲットを 1 層 ~ 10 層 に分けて考える

### 2. 物理的な仮定

- 層の境界で散乱する
- 層を通過中エネルギー損失する

### 3. 実験的な仮定

- 1nA の陽子ビームが入射する
- ターゲットから二次電子捕集管の穴までの距離は 6cm (つまりターゲットから PIN PD までの距離)
- 二次電子捕集管の穴の直径は 3mm

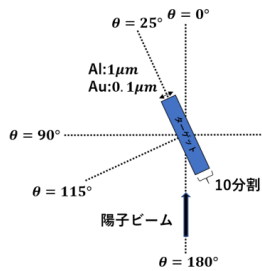


図 3.12 モデルの概略図

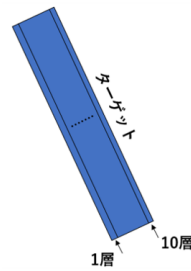


図 3.13 ターゲット (1 層 ~ 10 層)

### 3.3.4 計算結果

まず 10 層に分けたターゲットにおいて, 層の各境界で散乱された陽子のエネルギーについて示す. このエネルギーは lab 系での観測されるエネルギーである. 図 3.14 は Al ターゲットの 130° 散乱である. また図 3.15 は散乱の概略図である.

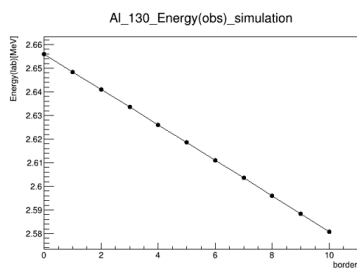


図 3.14 Al130° 散乱のエネルギー

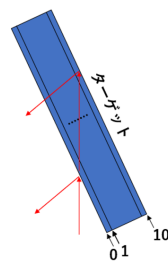


図 3.15 散乱の概略図

ターゲットの手前側で散乱した場合はエネルギー損失はなく, 奥側で散乱した場合はエネルギー損失が大きくなるため, 散乱位置が奥になるほど, 観測されるエネルギーが小さくなることわかる.

次に, 先ほどの各境界での観測エネルギーの平均値をとり, その角度分布を考える. 図 3.16 に Al でのエネルギー

ギーの角度分布, 図 3.17 に Au でのエネルギーの角度分布を示す.

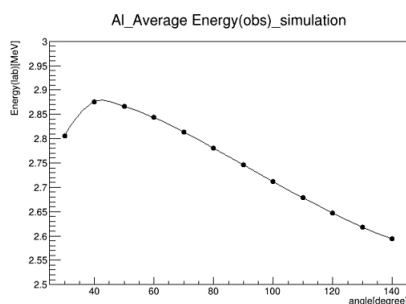


図 3.16 Al: エネルギーの角度分布

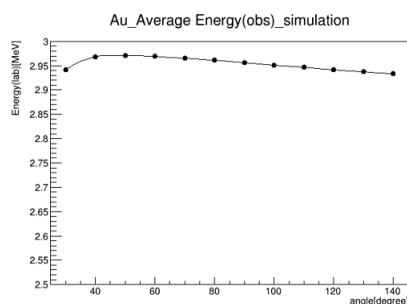


図 3.17 Au: エネルギーの角度分布

Al と Au を比較すると, Al のほうが全体的にエネルギーが低く, エネルギーの変化が大きい. これは散乱によるエネルギーの変化やベータプロットの式, さらにターゲットの厚みに依るものである. Al のほうが散乱でエネルギーを多く失うため, 散乱直後における陽子のエネルギーが Au と比べ低く, ベータプロットの式はエネルギーが低いほど, エネルギー損失が大きくなるため, Al のほうがエネルギーが低い. また Al は Au に比べ, ターゲットが分厚いため, ターゲット通過中のエネルギー損失が大きくなる.

続いて Al, Au での微分散乱断面積の角度分布 (図 3.18, 図 3.19) を示す. 微分散乱断面積を求める際に, エネルギー, 散乱角を lab 系から CM 系へ変換する. ここでの微分散乱断面積は lab 系と CM 系では等しいと近似している.

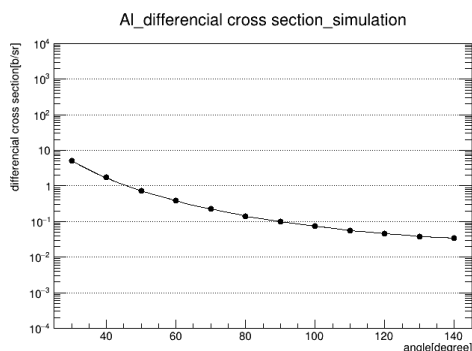


図 3.18 Al: 微分散乱断面積の角度分布

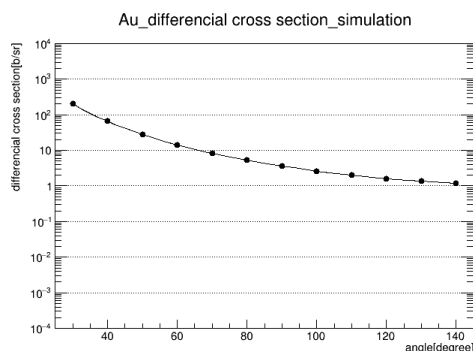


図 3.19 Au: 微分散乱断面積の角度分布

この微分散乱断面積からカウント数を次の式に従い, 計算することができる.

$$N = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{lab} \times \frac{\pi r^2 \times I \times t \times \rho \times x \times N_A}{l^2 \times e \times A} \quad (3.7)$$

$N$ : カウント数

$r$ : 二次電子捕集管の穴の半径 [cm] (0.15cm)       $I$ : 陽子ビームの電流値 [A] ( $1.0 \times 10^{-9}$ A)

$t$ : 計測時間 [s] (1s)       $\rho$ : ターゲットの密度 [ $g/cm^3$ ]

$x$ : ターゲットの厚み [cm]       $N_A$ : アボガドロ数 ( $6.02 \times 10^{23}$ )

$l$ : ターゲット中心から二次電子捕集管の穴までの距離 [cm] (5.85cm)

$e$  : 素電荷 [ $C$ ] ( $1.60 \times 10^{-19} C$ )       $A$  : ターゲットの質量数

(3.7) 式より  $130^\circ$  散乱において, Al ターゲットでは 1 秒あたり約 3 カウント, Au ターゲットでは 1 秒あたり約 10 カウントと求められる. ここから計測に必要な時間を求める.

Al ではラザフォード散乱イベントを 10 万カウント計測する. これは非弾性散乱イベントを 1000 カウント (誤差 3%) 計測するためである. この 2 種類の散乱がおよそ 2 桁差で観測できると推測した. また Au ではラザフォード散乱イベントを 1 万カウント (誤差 1%) 計測する. 以上より Al での計測時間は約 9 時間, Au での計測時間は約 15 分と推測される.

このシミュレーションは実際の実験に適した形式でも使用した. 具体的には以下に示す.

- ターゲットの傾き方を変更
- ポリエチレン (C,H) ターゲットにおけるエネルギーの角度分布を算出
- ポリエチレン (C) ターゲットにおける微分散乱断面積の角度分布 (理論曲線) を算出

## 4 ラザフォード散乱の解析

担当：山口 凜太郎

### 4.1 本章の概要

本章では、取れたデータからエネルギーキャリブレーションを行う。前章のシミュレーションの結果を、ラザフォード散乱のピークの mean と合わせることでキャリブレーションの式を求める。なお、本章の内容は構成上本章の一部とするのが妥当であろうが、わけあって独立させている。

### 4.2 Al,Au 標的の解析

Al や Au については十分薄く、これによるピークは分解能でのみ広がることで Gaussian で十分フィットできる\*1。次の図 4.1 は Al130° の場合における Gaussian のフィットの図である。

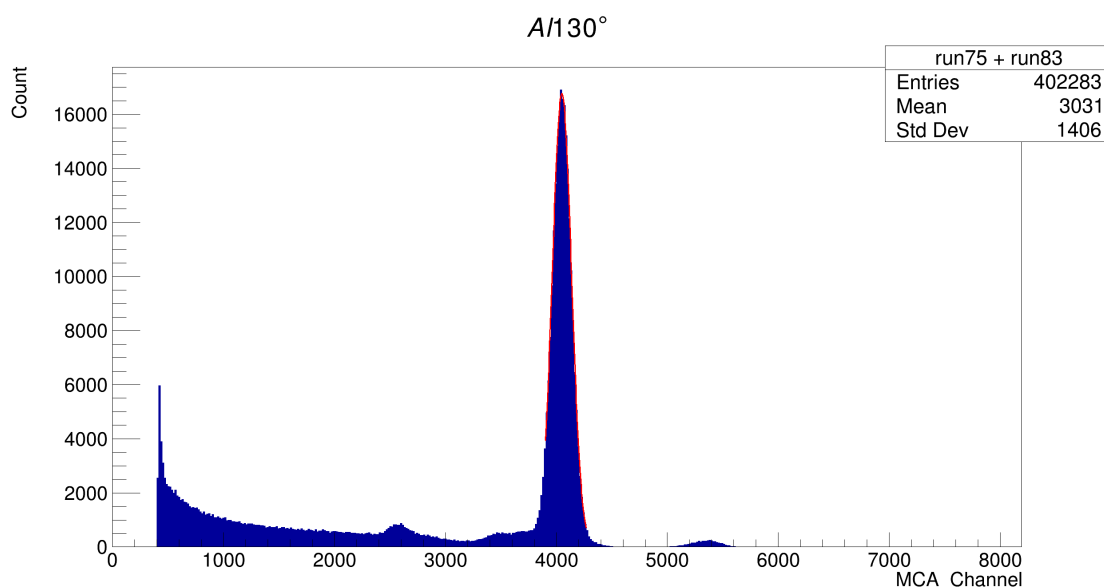


図 4.1 Al130° のラザフォード散乱における Gaussian フィット

この Gaussian フィットによるパラメーターの値は次のようになっている。

$\mu_{peak}$	$\sigma$	$\chi^2/NDF$
$4049.5 \pm 0.2$	$86.7 \pm 0.2$	1.96518

\*1 Al,Au のラザフォード散乱のピークは crystalball 関数でのフィットがより正確であると思われるが、それによって得られる Const,  $\mu_{mean}$ ,  $\sigma$  の値もほぼ変わらないので今回は Gaussian でのフィットに統一した。参考までに, Al130° での比較を付録につけておくことにする

### 4.3 C,H 標的の解析

用いたポリエチレンターゲットはおよそ  $10\mu\text{m}$  と, Al の  $0.8\mu\text{m}$ , Au の  $0.1\mu\text{m}$  に比して分厚い. そのため, 散乱後のエネルギーロスによりピークがテールを引いたり幅を持ったりと, 先ほどまでのように安易に Gaussian でフィットすればよいというわけでもなくなってしまった.

しかし, ピークがテールを引いていたり幅を持っていたとしても, ターゲット表層における散乱による部分については, 大角度の場合はほとんど分解能でのみ広がり, 小角度の場合であってもエネルギーロスが最も少なく扱いやすいはずである.

そこで図 4.2, 4.3 のように, C, H のラザフォード散乱は高エネルギー側の裾のみを Gaussian でフィットし, これをシミュレーションにおける最表層散乱の値と合わせることでキャリブレーションに用いることにする.

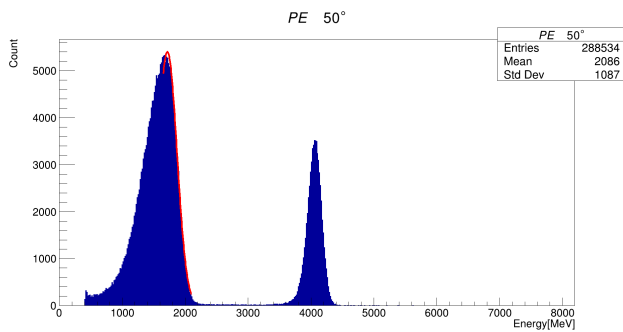


図 4.2 H50° における高エネルギー側のフィット

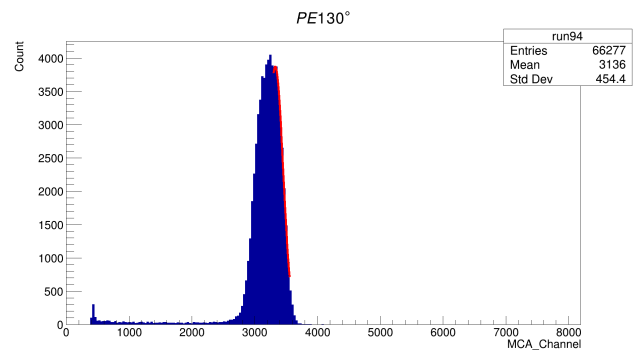


図 4.3 C130° における高エネルギー側のフィット

	$\mu_{peak}$	$\sigma$	$\chi^2/NDF$
H 50°	$2553.9 \pm 0.7$	$137.6 \pm 0.4$	5.47
C 130°	$3330 \pm 4$	$124 \pm 3$	1.09

## 4.4 キャリブレーション結果

フィットした値とシミュレーションを組み合わせ、キャリブレーションを行った結果が次のとおりである。ただし、誤差には Gaussian の  $\sigma$  を用いた。

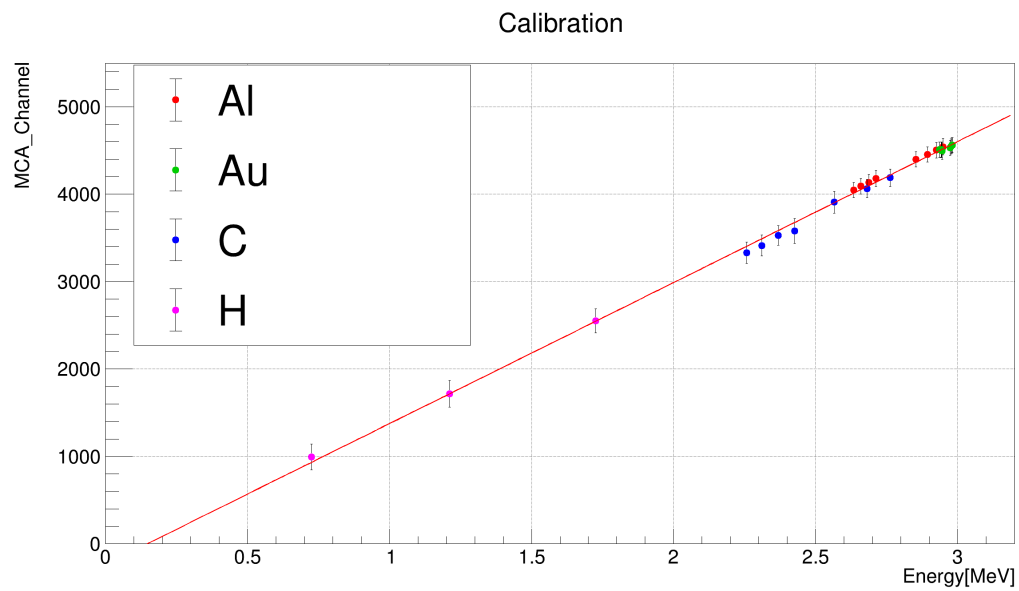


図 4.4 キャリブレーションのグラフ

これにより得られた式は以下のようになった。

$$Energy = 1613 \times MCA\_Channel - 236.2 \quad (4.1)$$

また、 $\chi^2/NDF$  は  $3.171/24 = 0.132$  である。

# 5 原子核散乱反応の解析

担当：山口 凜太郎

## 5.1 本章の概要

本章では,Al,Au,C の微分散乱断面積を求める. 特に, 本実験において Al には 2 つの準安定状態, と  $\alpha$  線の放出を伴う核反応も検出されるから, これらについても微分散乱断面積を求める.

なおこれらの反応はいずれも核力の影響による核反応であるが, 以下単に**核反応**と呼称する場合は  $\alpha$  線の放出を伴う核反応を指すこととし, 準安定状態はそのまま**準安定状態**と呼ぶものとする.

## 5.2 微分散乱断面積の導出方法

ここでまずは微分散乱断面積の求め方について確認する. 実験室系での微分散乱断面積は次のような式で表される.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab} = \frac{l^2 \times N \times e \times A}{\pi r^2 \times C \times \rho \times x \times N_A} \quad (5.1)$$

$l$ : ターゲット中心から二次電子捕集管の穴までの距離 = 5.85[cm]

$N$ : その事象のイベント数

$e$ : 素電荷 =  $1.60 \times 10^{-19}$ [C]

$A$ : ターゲットの質量数

$r$ : 二次電子捕集管の穴の半径 = 0.15[cm]

$C$ : その run での総電荷量 [C]

$\rho$ : ターゲットの密度 [g/cm<sup>3</sup>]

$x$ : ターゲットの厚み [cm]

さらに, これを理論値と比較するために重心系へと変換する\*2.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab} \times \frac{\frac{M_1}{M_2} \times \cos\theta_{lab} + \sqrt{1 - \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \times \sin^2\theta_{lab}}}{1 - \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \times \sin^2\theta_{lab}} \quad (5.2)$$

$M_1$  は入射粒子の質量, $M_2$  はターゲット原子核の質量である.  $N$  以外の値は既知であるから, ここからは各事象におけるイベント数の導出方法を記しておく.

### 5.2.1 Gaussian

前章で見た通り,Al,Au, の Rutherford 散乱ほぼピーク全体で Gaussian でフィットできる. ゆえにこれらはその Gaussian に含まれるイベント数を求めればよいことがわかる.

\*2 この変換の係数はターゲットが軽いほど大きくなるが, これによる影響は C の場合でもせいぜい小角度で +6%, 大角度で -6% である.

まず Gaussian は次のような式になっている.

$$g(x) = Count \times \exp\left(-\frac{(x - \mu_{peak})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5.3)$$

Gaussian におけるそのイベント数はこの *Count* を用いて

$$N = Count \times \sqrt{2\pi} \times \sigma, \quad N_{error} = \sqrt{N} \quad (5.4)$$

と書くことができる.

ただし, フィットした Gaussian は Rebin 後のヒストグラムに沿っているため, これにより求められたイベント数はこれをその bin 幅で割る必要がある.

### 5.2.2 ポリエチレン

ポリエチレンでは C,H のピークが見られるが, その厚みのためにピークの形が広い幅を持つ. ゆえに全体を Gaussian でフィットできないため, 前節の方法でそのイベント数を求めることはできない. そこで, 下図 5.1,5.2 のようにバックグラウンドを直線でフィットし, 信号であろう部分だけをその総カウント数から求めることにする.

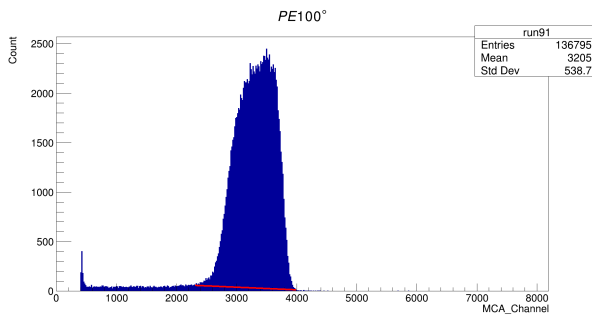


図 5.1 炭素のスペクトルとバックグラウンド

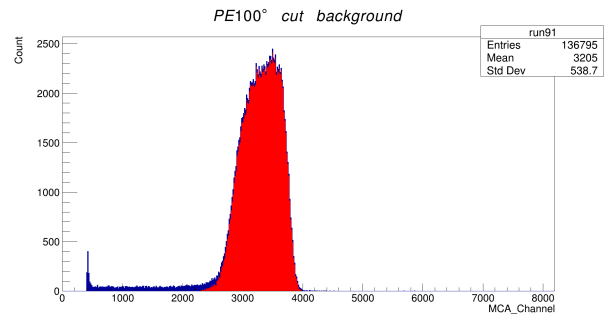


図 5.2 バックグラウンドを差し引いた図 (赤)

このポリエチレン 100° であれば, 元のデータ (main), バックグラウンド (background), 差し引いた後 (peak) の Entries はそれぞれ

main	136795
background	4202
peak	126414

のようになっている. なお, peak は background 以外にもその範囲外のイベントもカットしている\*3.

\*3 この例だと peak 範囲を MCA.Channel で 2300→4400 と取っている. またこの範囲はグラフを拡大したうえで目測により決定している



### 5.2.3 核反応

核反応によって  $\alpha$  線はおおよそ 4MeV のエネルギーをもってアルミ箔から出てくる。  $\alpha$  線は陽子と比べて質量数と電荷がともに大きく\*4, アルミ箔でより多くのエネルギーロスを起こす。 そのため実際は 4MeV よりも小さいエネルギーで観測され, さらにピークの幅は広がる。 しかしながら本実験の入射粒子はそのエネルギーが 3MeV であり, 核反応以外の反応でこのエネルギー帯にイベントはほとんどない。

ということで, 核反応のイベント数は基本的には該当する範囲を単に切り取り, その総カウント数をそのまま用いる。

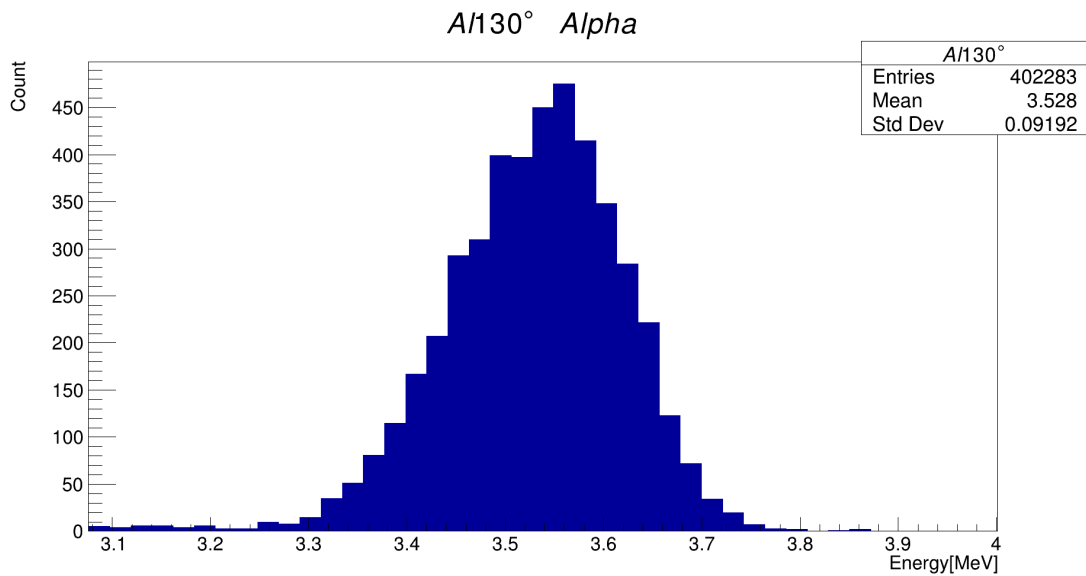


図 5.3 A/130° における  $\alpha$  線のピーク

さらに 130° と 50° は大統計を取っており, それに伴ってか, 同時に信号が来ることで 3MeV よりも高いエネルギーが観測された (=ダブルパルス) と思しきバックグラウンドがあるため, これもポリエチレンのときと同様直線でフィットして差し引いている。

\*4 質量数は 4 倍, 電荷は 2 倍である

### 5.3 準安定状態のフィット

準安定状態は1章でも述べられた通り、約 843keV と約 1014keV の二つがある。ヒストグラムを見ると、Gaussian で広がった2つのピークが被っていると予想される。さらにこれらの二重ピークはバックグラウンドの上に乗っているから、Gaussian+Gaussian+Liner でフィットするのは至難の業であり、かつ精度にも悪影響があるように思われる。

そこで先ほどのポリエチレンのように、バックグラウンドを差し引いて Gaussian ピーク二つをフィットする。実際に差し引いたバックグラウンドは次図 5.4 のようになっている。

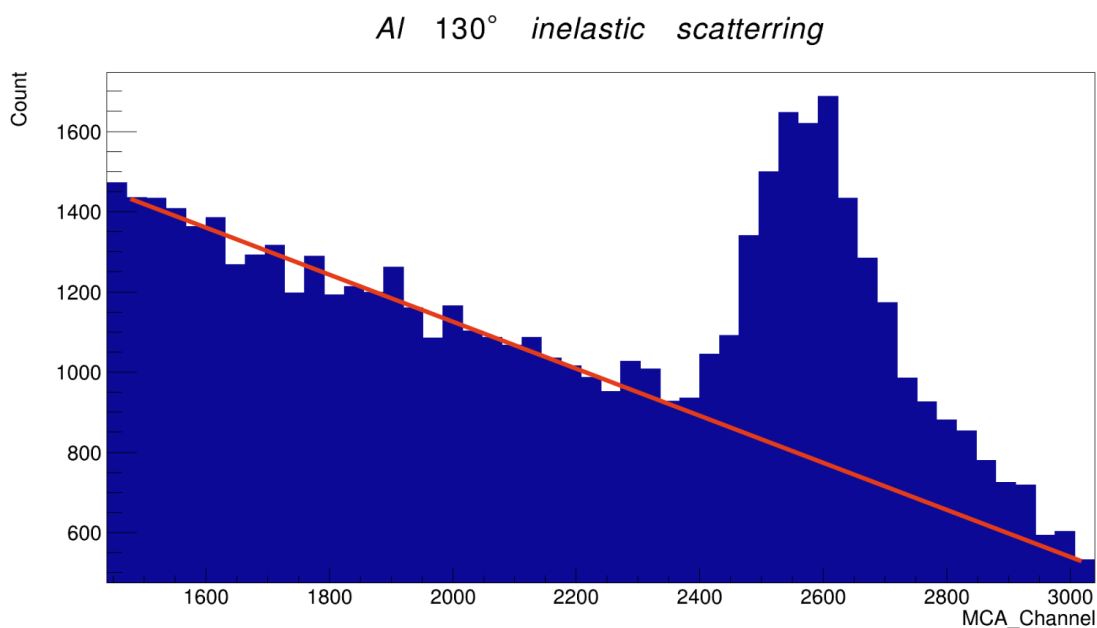


図 5.4 Al130° における準安定状態とバックグラウンドのフィット

このときのバックグラウンドの式は  $Count = -0.169 \times MCA\_Channel + 884.2$  である\*5。

さらに、こうして残ったピークは先述の通り二重になっているはずである。ゆえに、これは Gaussian 二つの足し合わせでフィットする必要があるが、それらの  $\sigma$  はほとんど等しいはずであるので、 $\sigma$  が同じ二つの Gaussian でフィットした。以下が用いた式である。

$$g_2(x) = Count_1 \times \exp\left(-\frac{(x - \mu_{peak1})^2}{2\sigma^2}\right) + Count_2 \times \exp\left(-\frac{(x - \mu_{peak2})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5.5)$$

こうしてできた Al130° の準安定状態のフィットは図 5.5 の通りである。

ただし、図の向かって左側、エネルギーが低く高い方 ( $\frac{3}{2}^+$  のピーク) を *Low*、右側の低い方 ( $\frac{1}{2}^+$  のピーク) を *High* とする。

\*5 図の直線は式と比較してもわかる通り、Rebin 後で引き直している。あくまでも”こういった引き方をしている”ということを理解しやすくするための図であると思っただけであれば幸いである

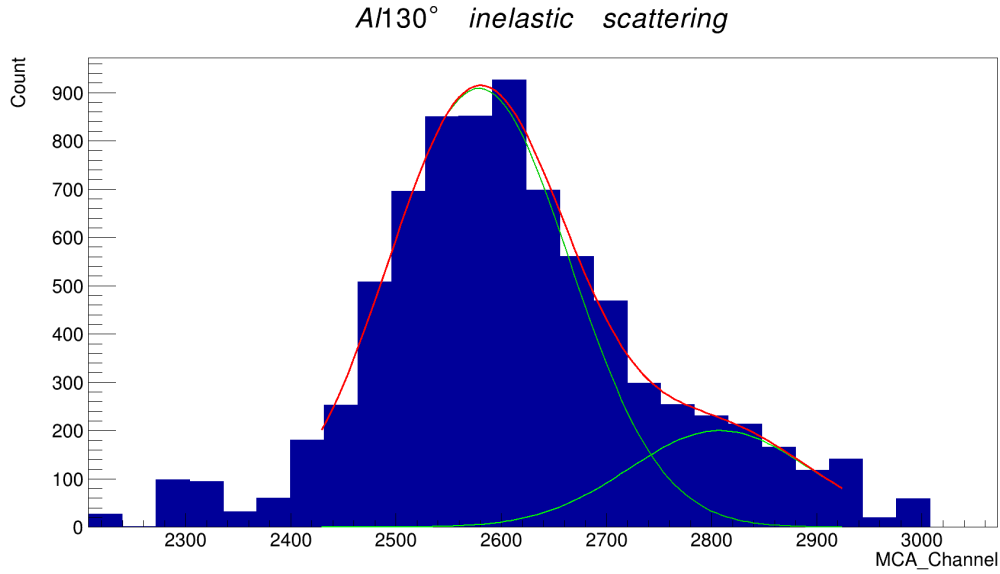


図 5.5 Al130° の準安定状態

	$peak_{left}(Low)$	$peak_{right}(High)$
Const	$5067.56 \pm 71.19$	$846.476 \pm 29.09$
$\mu_{peak}$	$1.746 \pm 0.001 MeV$	$1.887 \pm 0.004 MeV$
<i>excited energy</i>	<i><math>0.912 \pm 0.001 MeV</math></i>	<i><math>0.770 \pm 0.005 MeV</math></i>
$\sigma$		$0.053 \pm 0.005 MeV$
$\chi^2/NDF$		2.59

次に、こうして求められた励起エネルギーをシミュレーションと比較する。

ターゲット原子核が準安定状態になって非弾性散乱する際、入射エネルギー  $E_0$  と反射エネルギー  $E$  の関係は、励起エネルギー  $E'$ 、ターゲットの質量数  $A$ 、反射角  $\theta$  を用いると

$$E = \left( \frac{\cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + A^2 - 1 - A(A+1)\frac{E'}{E_0}}}{A+1} \right)^2 E_0 \quad (5.6)$$

となることに注意して Al ターゲット,130° 方向への反射の場合でシミュレーションを行い、その励起エネルギーを算出した。

	$peak_{left}(Low)$	$peak_{right}(High)$
<i>experiment</i>	<i><math>0.912 \pm 0.001 MeV</math></i>	<i><math>0.770 \pm 0.005 MeV</math></i>
<i>simulation</i>	<i><math>0.956 MeV</math></i>	<i><math>0.795 MeV</math></i>

よって、各励起エネルギーが *Low* は約 5%,*High* は約 3% の誤差で求まっていると考えられる。

さらに、各準安定状態について Gaussian でフィットできているから、これらのカウント数については 5.2.1 節で述べた方法で勘定する。

ただし、大統計を取った  $130^\circ$  と  $50^\circ$  を除いた角度では *High* のピーク込みでフィットすることができなかった。そのため、Gaussian 一つでフィットし、これが *Low* の Gaussian にほぼ等しいという仮定のもとそのカウント数を求めた。つまり、*High* の微分散乱断面積は  $130^\circ$  と  $50^\circ$  の二つのみ求めている。

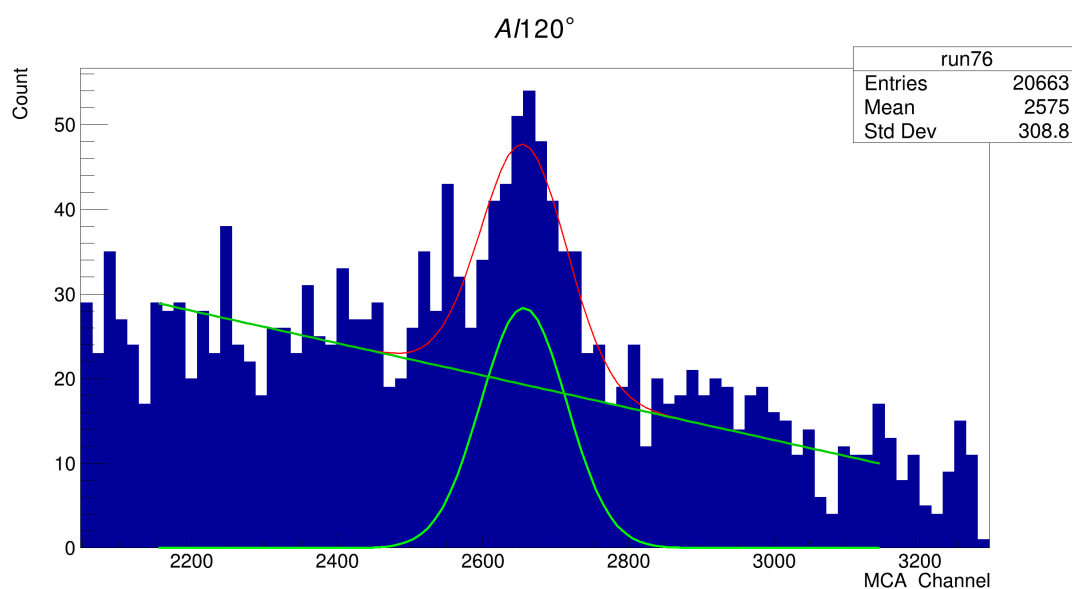


図 5.6 A1120° の準安定状態のフィット, Gaussian + Linear

この図 5.6 はタイトルの通り、 $120^\circ$  のときの Gaussian + Linear によるフィットである。

本実験が  $130^\circ$  における準安定状態の測定を主目的としていた上、ノイズ対策などで時間を取られた結果として、このように  $130^\circ$  と  $50^\circ$  以外では満足に時間をかけることができなかったのである。

## 5.4 Al の微分散乱断面積

ここまでで説明したように各事象についてそのカウント数を数え,Al の微分散乱断面積を求めて一つにまとめたものが, 次の図 5.7 である.

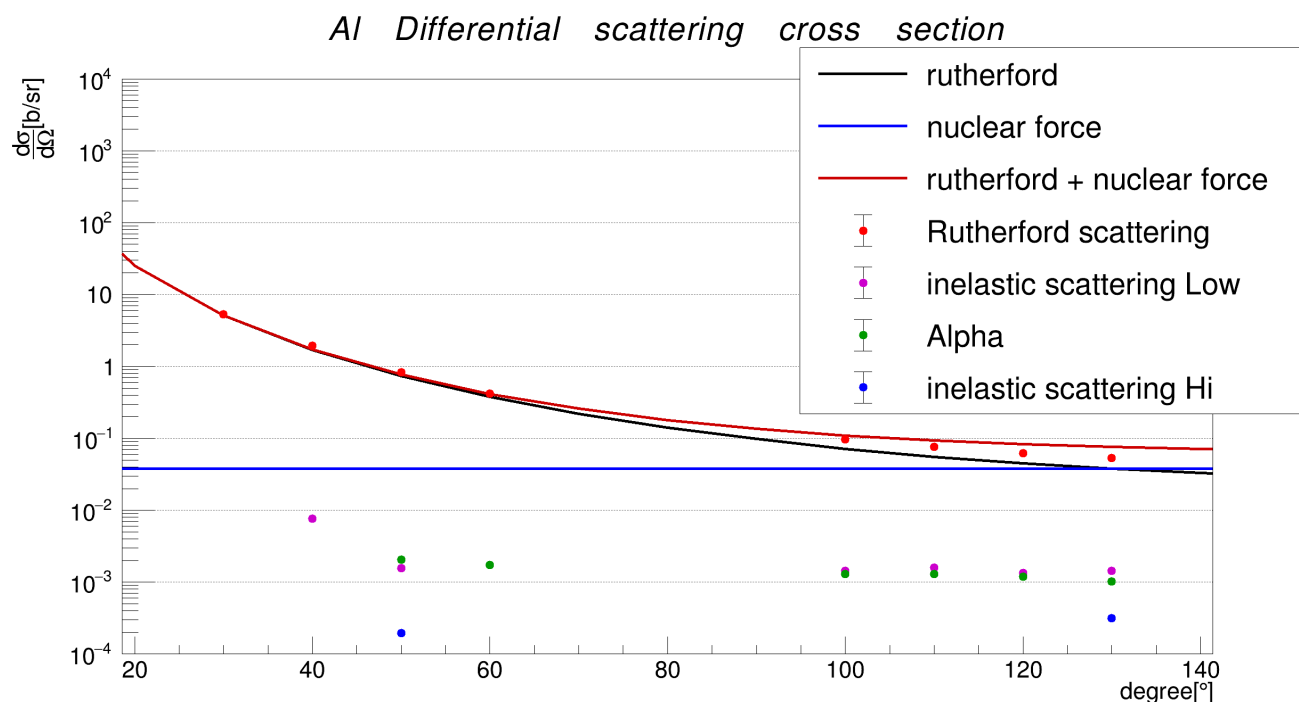


図 5.7 Al の微分散乱断面積

目的の 130° について準安定状態や核反応の微分散乱断面積をまとめると次のようになる. ただし, 見やすさのために単位は [mb/sr] に変わっているので注意されたい.

	Theory	Rutherford	Low	High	$\alpha$
130° [mb/sr]	63.5	53.5 ± 0.1	1.47 ± 0.02	1.04 ± 0.02	0.324 ± 0.009

ただし, Theory は Rutherford 散乱と核力の各微分散乱断面積の和である.

Rutherford 散乱について他の角度も表にしておく\*6.

ここで, Experiment と Theory の違いをその商 (Ratio = Experiment / Theory) として評価している.

\*6 レイアウトの都合上, 先ほどとは変わって, 列に角度を割り当て, さらに小角度と大角度に分ける

小角度	30°	40°	50°	60°
Theory [b/sr]	5.14	1.714	0.7564	0.402
Experiment [b/sr]	6.51 ± 0.01	1.960 ± 0.007	0.8273 ± 0.0008	0.422 ± 0.003
Ratio	1.04	1.143	1.094	1.05

大角度	100°	110°	120°	130°
Theory [b/sr]	0.0974	0.0812	0.0706	0.0635
Experiment [b/sr]	0.1017 ± 0.0004	0.0805 ± 0.0006	0.0672 ± 0.0006	0.0535 ± 0.0001
Ratio	0.989	0.934	0.875	0.842

Ratio を見ると、小角度は + 数 %, 大角度は角度が大きくなるにつれてだんだん小さくなっている\*7。このずれの要因について、考えてみる。

ただし、実験室系における微分散乱断面積の導出式 (5.1) の”イベント数”, ”総電荷数”の誤差については Au の下りで議論しているが、これらは Experiment の誤差として算出している。表を見ての通り、これに原因を押し付けることはできない。

また, Al ターゲットの厚みは精度 99% \*8であるから、これも今回は誤差の主要因ではないと考える。

#### 5.4.1 核力の値について

本実験における核力の値は 2019 年の卒業論文 [8] を参考にしうえて、以下の式を用いることで算出している。

	Al	Au	C
原子核半径 [fm]	3.90	7.56	2.97

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{nuclear\ force\_CM} \sim \frac{R^2}{4} \quad (5.7)$$

この～は実のところかなり大雑把である\*9。実際何を半径とするかという定義もせず曖昧に議論しているあたり、大した知識を持ち合わせているわけでもないのが正しいのかすらわからないのが正直なところである。

もし仮に Al の半径が実のところ 2.1fm と見なして計算するのがただしかったのであれば、図 5.8 核力の値が下がり、大体の角度で 1.1 倍程度の Ratio になる。

\*7 だからなんだという話だが、だいたい 0.06 ずつ倍率が下がっていている

\*8 ニラコで購入した。参考文献 [7] にリンクを載せておく

\*9 このスケールであれば量子論を持ち出して色々と議論をするべきところを、古典論で扱っていることが最も大きい原因であると思われる

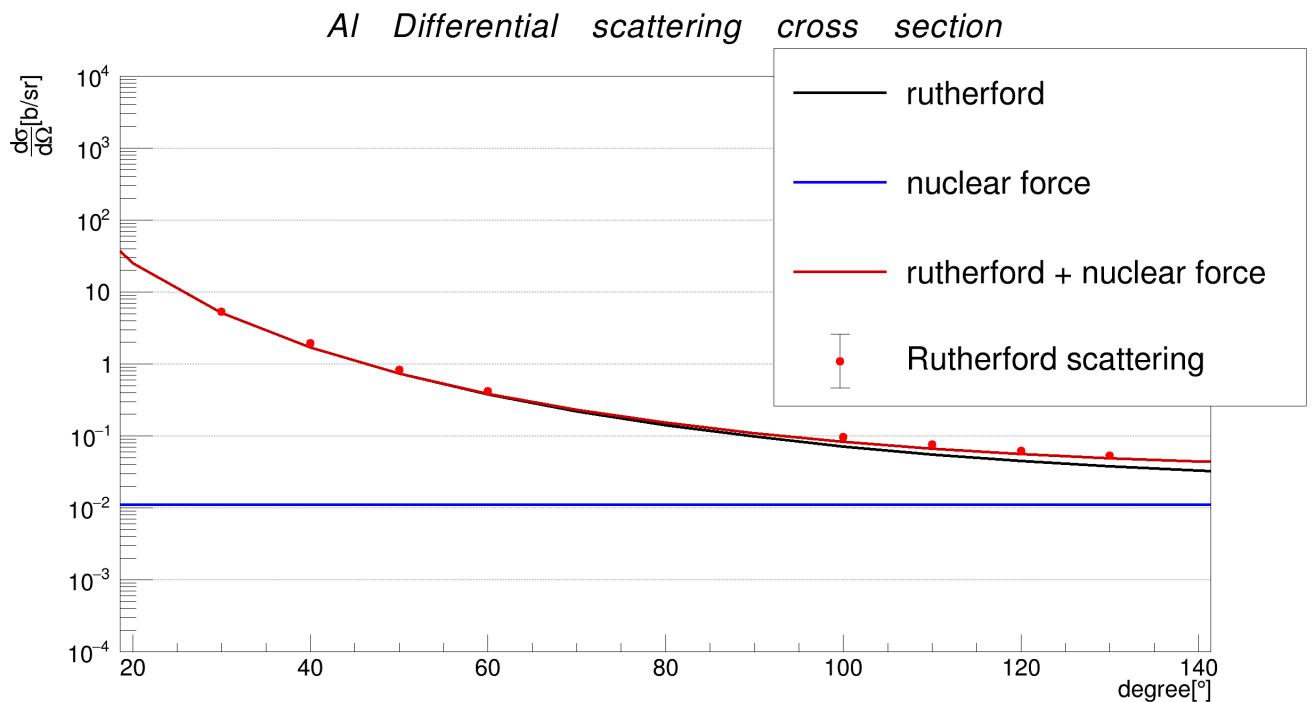


図 5.8 Al の半径が 2.1fm 程度に見なせる場合

この場合,Ratio は次のようになる.

	30°	40°	50°	60°	100°	110°	120°	130°
Ratio	1.04	1.153	1.115	1.09	1.16	1.14	1.10	1.09

もしこうなれば, 次の電流値と合わせてそれなりに誤差がまっとうに説明できるように思われる.

#### 5.4.2 電流値

実質的に変化するのは総電荷量であるが,Au でのそれと区別するためにあえてこの小節名にしている.

図 5.9 のように, 翌日に取った Au,C に比べて Al の run における電流量はいずれもかなり大きく, そのうえ随分と”ぶれ”がある.

電流量の元気がいいのはイオン源をちょうどこの日の朝に新品に取り換えたことや, そもそも可能な限りイオン源を働かせていたことが要因かもしれないが, ともかく電流値の変化がやや大きい. 核力の話と合わせると 1 割程度の誤差があれば十分であり, それを抜きにしても上下に 2 割程度の誤差があればこの説単体での説明も一応は可能になる.

ともかく 10 秒ごとにしか計測していなかったため本当のところどうだったのかを知るすべはないが,Al 全体に効く要因としてこの説は十分ありうるだろうと考える.

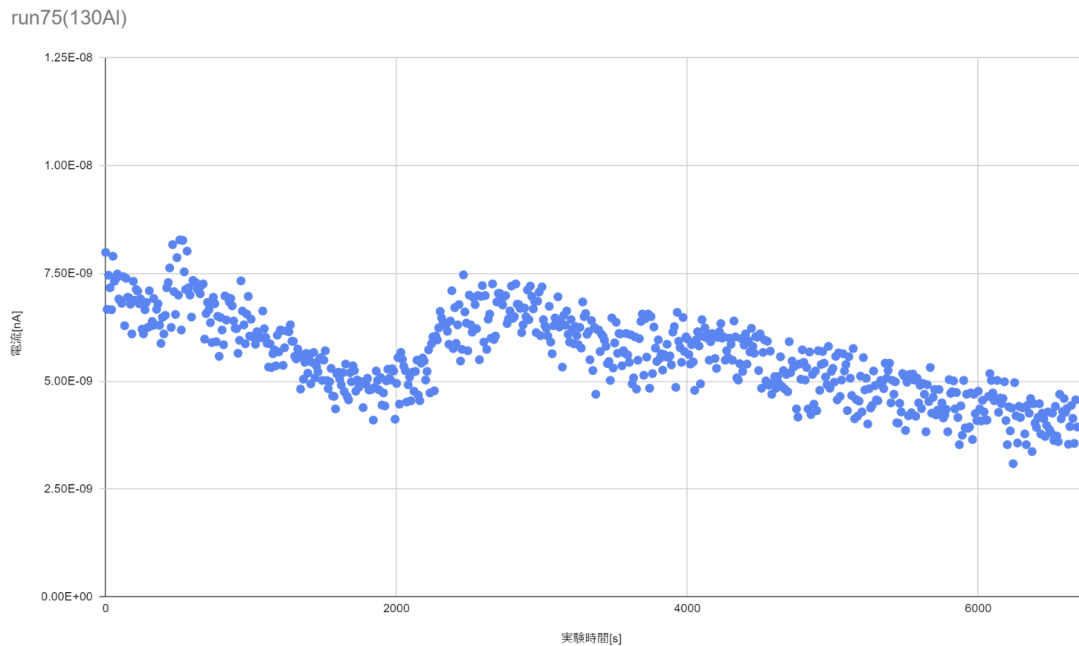


図 5.9 Al130° の電流量の変化

### 5.4.3 立体角

特に大角度で、角度が大きくなるほどにわかりやすく下がっていくように見えるわけだから、何かしら角度に依存した原因が欲しくなるのが人情というものである。

思いつくのは立体角ぐらいなものであるので、一応考察しておく。

シミュレーションでは真空槽の中心に当たって云々という仮定を置いているが、ターゲットホルダーの穴は直径 8.5mm である。ターゲットホルダーの中心からビーム照射位置が 4mm 距離が離れていたとすると、例えば 130° では Ratio が 0.86 にまでなる<sup>\*10</sup>。

しかしながら、このようにして考えられた大角度における立体角は、130° の場合に都合のいい距離<sup>\*11</sup>を採用すると以下のようなになる。

補正前	100°	110°	120°	130°
0.00207	0.00181	0.00183	0.00185	0.00188

このとおり、角度が小さくなるほど微分散乱断面積が大きくなるような補正になる。よってこれも Ratio の主要因とは考えにくい。

<sup>\*10</sup> さらに、当たった位置から見た穴の面積も変わっているので、これも考慮している

<sup>\*11</sup> 4mm、検出器とは反対側にずれる場合。穴の直径が 8.5mm であるから、どれだけ頑張ってもこれくらいだろうという推測から決めた



## 5.5 Au の微分散乱断面積

続いて,Au ターゲットにおけるラザフォード散乱の微分散乱断面積の図 5.10 を示す.

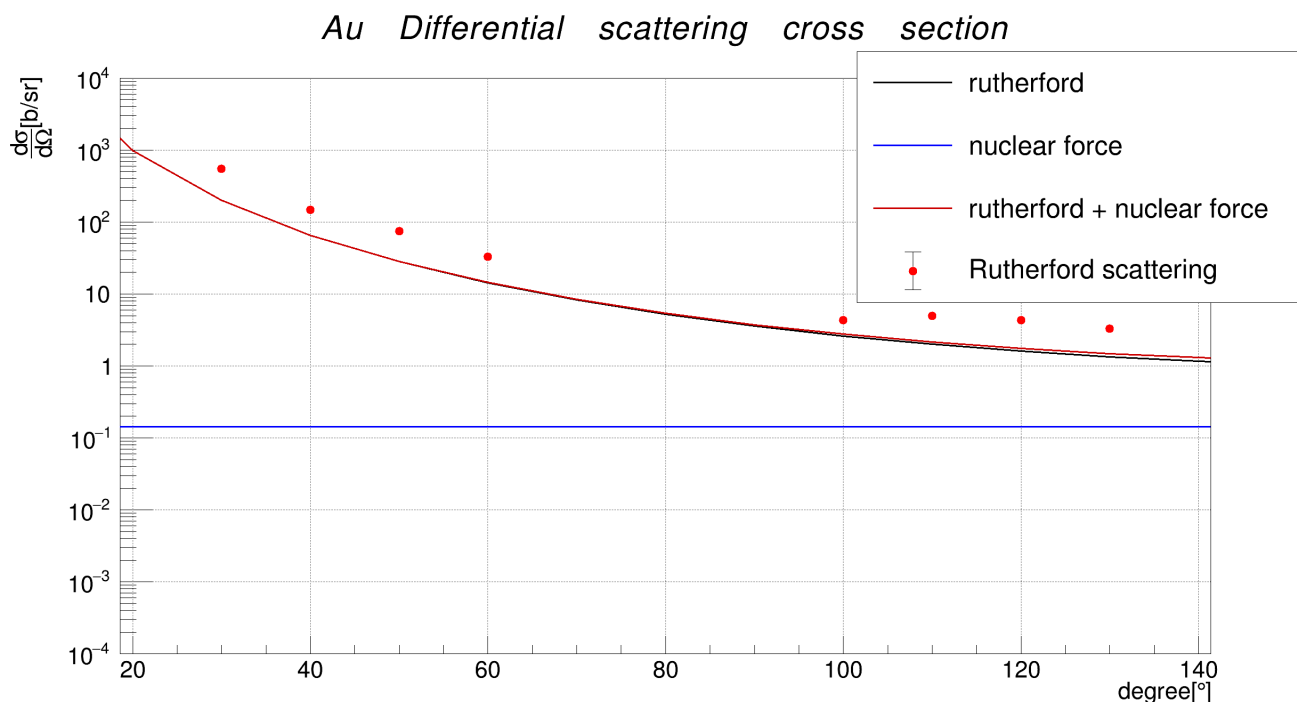


図 5.10 Au の微分散乱断面積

小角度	30°	40°	50°	60°
Theory [b/sr]	199	65.4	28.2	14.5
Experiment [b/sr]	548 ± 1	147.0 ± 0.4	74.8 ± 0.3	33.2 ± 0.2
Ratio	2.76	2.247	2.65	2.29

大角度	100°	110°	120°	130°
Theory [b/sr]	2.76	2.15	1.75	1.49
Experiment [b/sr]	4.36 ± 0.03	4.95 ± 0.03	4.34 ± 0.03	3.31 ± 0.02
Ratio	1.58	2.30	2.48	2.23

Au ではこの通り核力の影響もほとんどない. 各点についてその微分散乱断面積を Theory と比べてみると, 何かしらの系統誤差がある. グラフをパッと見ても明らかに理論線に近づいている 100° のものを除いて, 以下一旦だいたい 2.3 倍として考えることにする.

実験室系の微分散乱断面積は式 (5.1) のとおりであるから, この系統誤差の原因として考えられるパラメータは  $N, C, x$  のいずれか, つまり”イベント数”か”総電荷量”か”ターゲットの厚み”である.

### 5.5.1 イベント数

まずイベント数について、これは Gaussian から求めており、その Gaussian の総カウント数の誤差がそのまま誤差になる<sup>\*12</sup>。そもそも微分散乱断面積の Experiment の点には誤差棒をつけているが、これにはイベント数と電荷量を考慮している。図を見ても誤差棒が確認できないほど小さく、イベント数が悪さをしているとは考えにくい。

### 5.5.2 総電荷量

次に総電荷量についてである。イベント数の下りでも述べたが、電荷量の誤差はすでに考慮済みであるから、これ以外を考える。

電荷量の測定は 10 秒おきに測られていたため、各時点における電荷量が 10 秒続いているとの前提で総電荷量を計算している。例として、次図 5.11 に Au130° の計測の際の電荷量の変遷を示す。

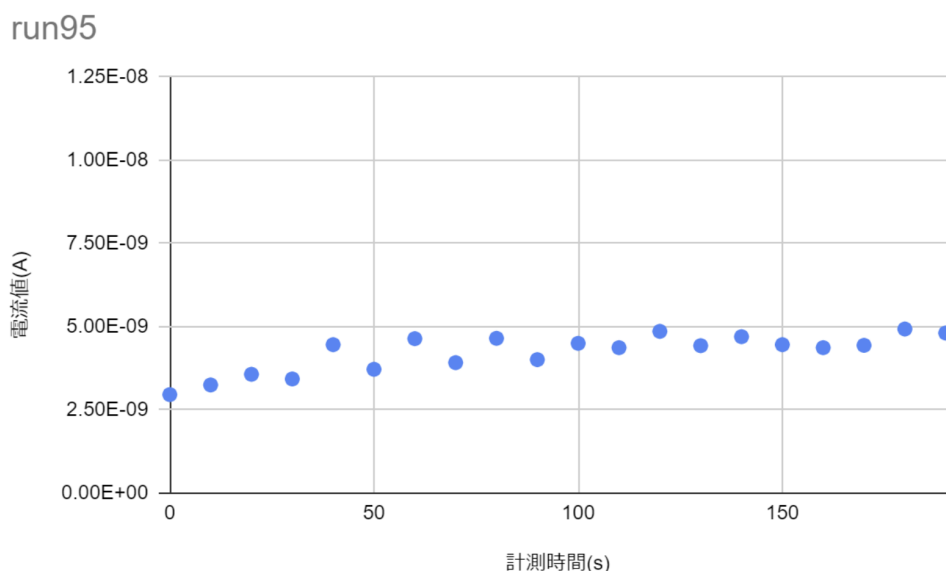


図 5.11 Au130° 計測 run の電荷量の変遷

Al の考察でも述べた通り、もし総電荷量が測定よりも多くなっているのであればこの図の各点の間に突発的な電荷量の増加があったことになる。ポリエチレンも同様に Experiment が上振れるといったことが一部起こっているが、Au やポリエチレンターゲットへの照射ではそもそもの電流量を下げていたうえ、実際図のように電流値にあればおおきなぶれは見当たらない。ゆえに Au においてはこれが原因とも思いにくい。

### 5.5.3 ターゲットの厚み

残るターゲットの厚みについても考察する。今回の金箔の厚みは 2019 年度の卒業論文をもとに  $0.14\mu\text{m}$  として計算している。公称値  $0.1\mu\text{m}$  に対し 40% の誤差にはなるが、これよりもさらに分厚い、それこそ  $0.2\mu\text{m}$  程になるほど石川県の職人の腕は悪いものだろうか？

<sup>\*12</sup> たとえば Au130° であれば Count は  $2180 \pm 20$  である

#### 5.5.4 ターゲットのしわ

ここで、先に挙げたものに別角度からアプローチしてみたい。ターゲットの状態である。我々が今回用いたターゲットは次のように、クシャっとしわが入っている<sup>\*13</sup>。

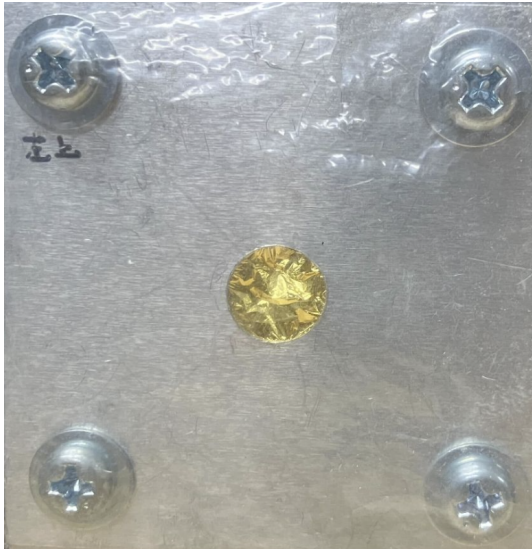


図 5.12 金ターゲット 正面



図 5.13 金ターゲット 背面

(5.1) 式は、正面から見た時の面密度  $= \rho \times x$  に依存している。ターゲットはセットアップのようにホルダー平面に対してまっ平である、という仮定のもとこの面密度は計算されているが、もしこのホルダー面<sup>\*14</sup>に対して平行でないなら話は別である。例えば図 5.15 のように、ホルダー面からターゲット面<sup>\*15</sup>が  $54.6^\circ$  <sup>\*16</sup> 傾いていたのであればビームから見た時の面密度が 2.3 倍になり、これをほとんど説明できるようになる。ビーム自体は図 5.5.4 に示す通りかなり狭い範囲に集中しているの、この Au ターゲットのしわが小さいとしても十分説明はつく。

ただし、Au ターゲットは繰り返すが公称値  $0.1\mu\text{m}$  と大変薄く、これを取り外したり持ち上げるだけでしわの入り方が変わっていくため、実際にしわがどうなっていたかなどを再現するすべはない。さらに、私のスマートフォン<sup>\*17</sup> の水平器の機能とレーザー水準器を組み合わせるとターゲットホルダーの穴の中心にビームが来るように調整したつもりであっても、次図のように実際のビーム位置はそれなりにずれているため、本当のところビームがターゲットのどの位置に当たっていたのかはわからない。こういった検証困難な要素もあるが、値の Ratio の全てがすべてこのしわによるものでないにしても、メインの要因である可能性はここまで挙げた説の中で最も高いと私は思っている。

<sup>\*13</sup> 金箔は何年も前に買ったものを流用した。さらに何枚かある金箔の中から、もったいない精神のもと、先人の使いかけを使い、綺麗な金箔は次世代へと託した

<sup>\*14</sup> ホルダー面とは図のアルミ板の面のことである

<sup>\*15</sup> ターゲット面とはターゲットである箔表面それ自体である。この金箔であれば、しわがついているのでホルダー面とある部分のターゲット面が平行でない場合も多い

<sup>\*16</sup> 実験においてホルダー面はビーム軸に対して垂直ではなくそこから  $10^\circ$  ずれているから、ビーム垂直面基準で考えると  $64.6^\circ$  である。

<sup>\*17</sup> iPhoneSE2 である。型落ち。

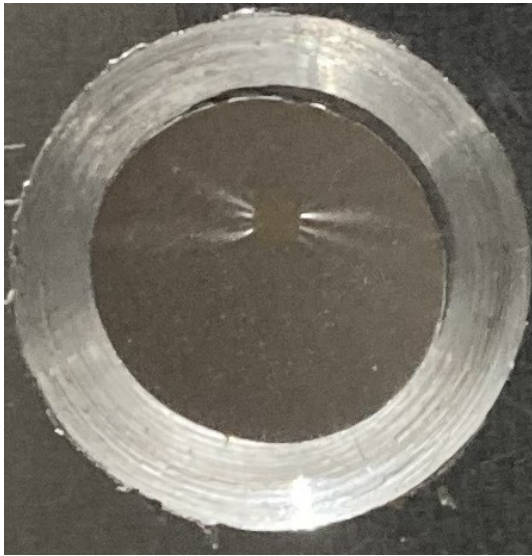


図 5.14 ビーム照射後, ビームが通っていた位置が収縮して変形したポリエチレンターゲット. 穴は開いていない.

ターゲットホルダーの穴の径は 8.5mm なので, 変形箇所の大きさからビームの太さは概ね 1mm 強であるとみられる.

ポリエチレンでのデータ測定の後, 真空を破った直後に真空槽にスマートフォンを突っ込んでホルダーの後ろから撮影した

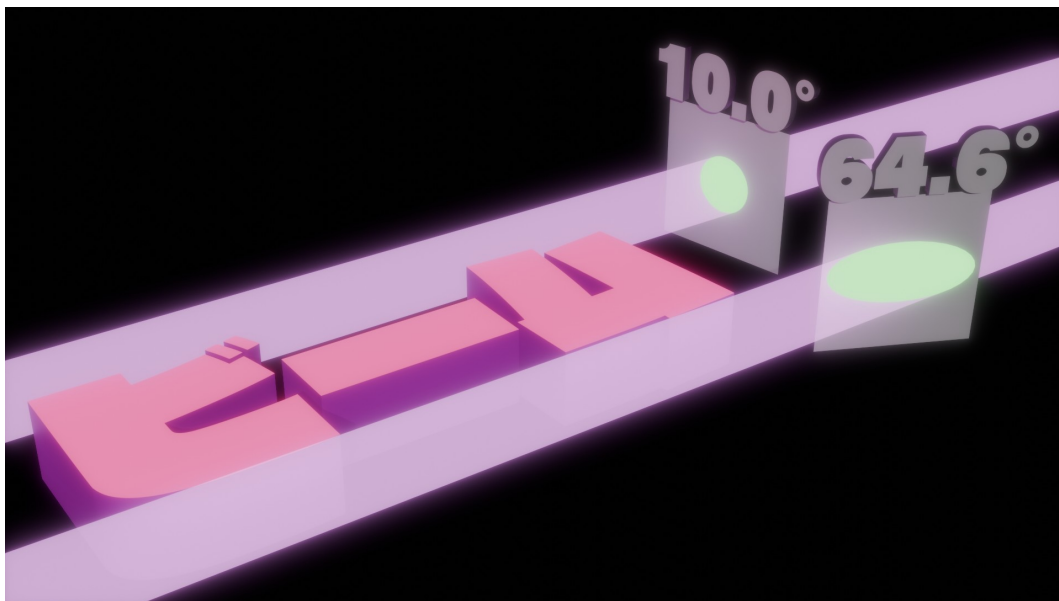


図 5.15 ターゲット面が斜めになっている場合にビームとターゲットが交差する面積が異なっている (緑) このように面が斜めになることでビームの通り道にある原子の数が増えてより多く跳ね返ってきたという説明もできる.

板の上の数字はビーム垂直面からの回転角である. この  $64.6^\circ$  の場合が, カウント数が  $10^\circ$  の 2.3 倍になる角度である.

## 5.6 C の微分散乱断面積

最後に、ポリエチレンターゲットへの照射で得られた C の微分散乱断面積を見る。

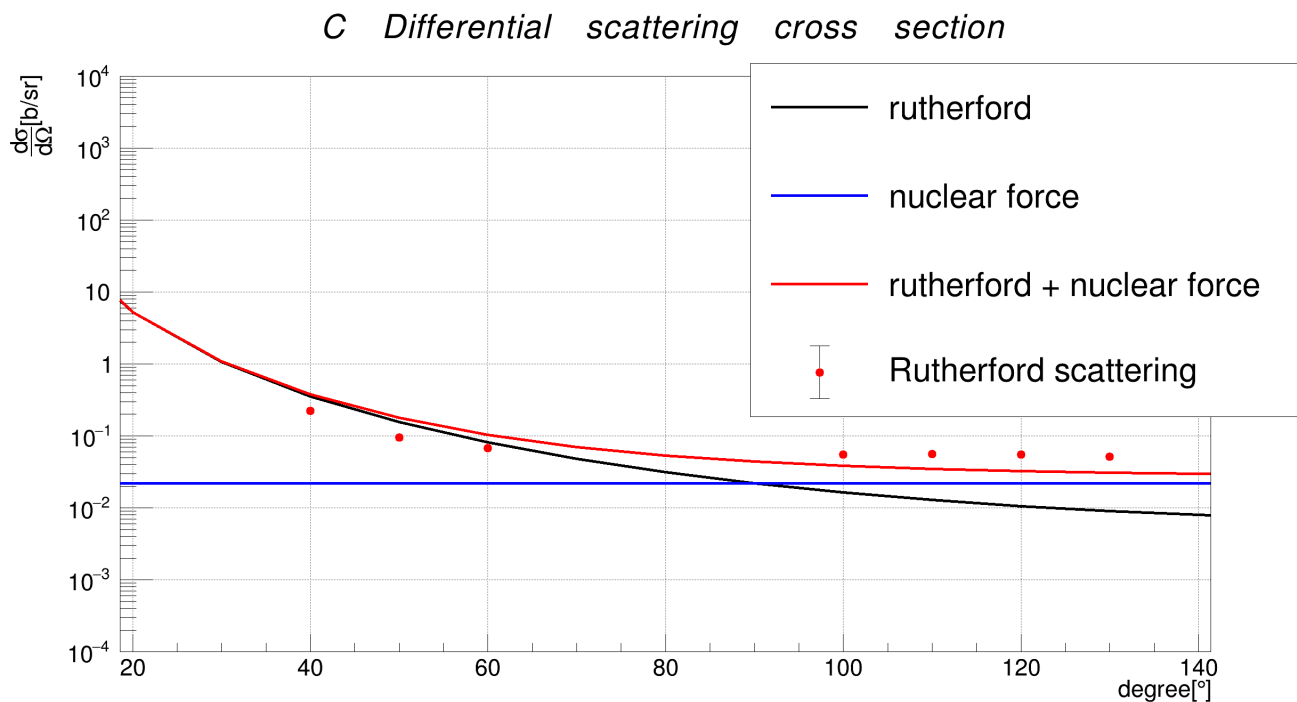


図 5.16 C の微分散乱断面積

小角度付近は Rutherford 散乱の理論線に、大角度付近は核力に沿ってほぼ平らに見える。単位は [mb/sr] に変えている。

小角度	40°	50°	60°
Theory [mb/sr]	378.1	177.9	103.4
Experiment [mb/sr]	223.6 ± 0.5	95.3 ± 0.4	67.5 ± 0.3
Ratio	0.591	0.536	0.653

大角度	100°	110°	120°	130°
Theory [mb/sr]	38.5	35.0	32.7	31.1
Experiment [mb/sr]	55.6 ± 0.2	56.3 ± 0.2	55.5 ± 0.2	51.8 ± 0.2
Ratio	1.44	1.61	1.70	1.67

これを見ると、小角度は大体 0.6 倍、大角度は大体 1.6 倍と、ずれ方に違いがあることがわかる。

### 5.6.1 小角度と大角度におけるそれぞれのカウント数の求め方

小角度と大角度の違いといえば、エネルギースペクトルの概形である\*18.

が、概形はさしてカウント数に影響がないはずなのである。可能性があるとすればバックグラウンドなどの切り取り範囲であるが、もし仮にバックグラウンドを無視したとしても、例えば 40° における総カウント数は 240388 → 254833 にしかならず、主要因とも思えない。

### 5.6.2 陽子半径

実はここまで核力はターゲットの値のみを考慮していたのだが、当然陽子にも半径がある。調べてみるとだいたい 0.84fm[9] \*19で、これも考慮すると Ratio は次のようになる。

	40°	50°	60°	100°	110°	120°	130°
Ratio	0.4517	0.4001	0.4732	0.9232	1.004	1.035	0.996

小角度はますます差が開く一方、大角度においてはかなり近い値になっている。

### 5.6.3 ポリエチレンの特性

ここまでの考察により、検出器だとかそのあたりではなくターゲットそのものにも原因があるのではないかと考える。ポリエチレンターゲットはそもそも厚みもいまひとつはっきりせず、かつ他のターゲットと比較して分厚い。さらに、ターゲットへのビーム照射によって変形し、もしかすると分子構造も変化しているかもしれない。

厚みについては、ポリエチレンのデータを小角度から順に取り始めたため、時間とともに薄くなる\*20とそれにつれて Experiment は角度が大きくなるほど理論線を下回っていくはずだが、実際は逆方向にずれているのでこれはおそらく主要因ではない。

しかし、その他については今となっては詳しく知るすべはない。

\*18 前章に載せているのでご覧いただきたい。

\*19 ちょっと調べたところ、どうやら陽子半径の決定は結構難しい話らしい。おそらく大体 0.8 いくつ fm といった値のようだが未決着に見える。仕方がないのでとりあえず wikipedia を見てみると 0.875fm と書いてあるのだが、その出典である NIST のページには  $8.414 \times 10^{-16} m$  の記述が。ということで今回は 0.8414fm として計算する

\*20 先ほどの図を見ると、当たったところの明度がすこし上がっていることが分かる。これゆえ、厚みの変化は薄くなる方に働いたと考える

### 5.6.4 ポリエチレンの密度

ここにきて一つ、別件を調べていて見つけたのだが、どうやら用いていたポリエチレンの密度は一般的な値とはずいぶん異なるらしい [12] \*21. 文献値を一旦採用してみると炭素の微分散乱断面積は次のようになる.

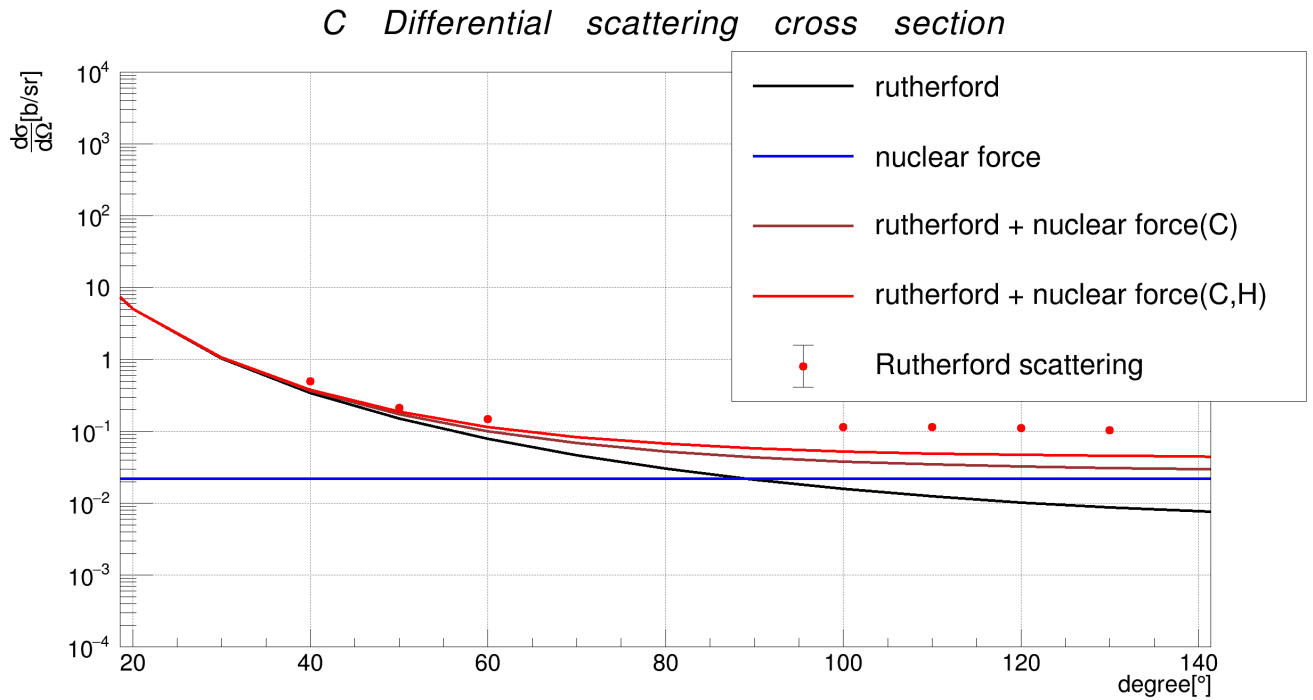


図 5.17 ポリエチレンの密度を文献値にした場合

	40°	50°	60°	100°	110°	120°	130°
Ratio	1.31	1.12	1.28	2.18	2.33	2.37	2.25

と、今度は小角度の値が近くなる.

しかしそうなると、大角度での値が怪しくなる. 大角度と言えば核力だが、いくら核力の値が大雑把とはいえ、2 倍程度もずれるものだろうか？

\*21 ちなみに、これまで用いていた比重は 1.905、文献値は 0.91 である

## 5.7 まとめ

本実験において、目的であった大角度 ( $130^\circ$ ) における Al の準安定状態の測定はうまくいったと考える。さらに、微分散乱断面積もそれなりの値を求めることができたが、個人的にはそれらのずれすべてに対して満足な考察を与えることができなかったことはやはり力不足であると感じている。

また、キャリブレーションのために用いた Au, ポリエチレン (特に C) についても、微分散乱断面積はある程度の精度で求めた。特に金ターゲットについては、全体に効くずれとしてしわの影響を考えることでかなりいい説明ができた。

一方で炭素については、実は 2016 年の卒業論文の図 5.5 にも見える通り、大角度で上、小角度で下にずれるような結果になっていることから、おそらくなにかまだ私が知らない影響が隠れているようにも思える。

これ以上のデータ精度の追及や考察の検証などは、引き続きあるかどうかはわからないが今後の卒業実験に託したいと思う。



## 6 謝辞

越智先生はノイズ問題に終止符を打っていただいただけでなく, 加速器の運用も含めビームタイム中に多大なるご協力をいただきました.

藏重先生は, ビームタイム時のアドバイスのみならず, 実験前の回路設計でのご助言, および解析やシミュレーションにおける手厚いサポートをしていただきました.

両先生とも, このほかにも多大なるご支援・ご協力をいただきました. 巻末ではありますが, 本実験の担当をしてくださった越智先生, 藏重先生にはこの場を借りて厚く御礼を申し上げます.

ありがとうございました.

# 7 付録

## 7.1 Gaussian と CrystalBall の比較 (山口)

Al ターゲット, 130° における Rutherford 散乱のフィットについて, Gaussian と CrystalBall 関数の両者を比較する.

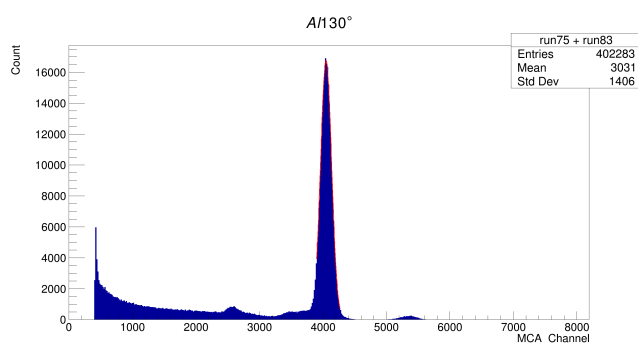


図 7.1 Gaussian

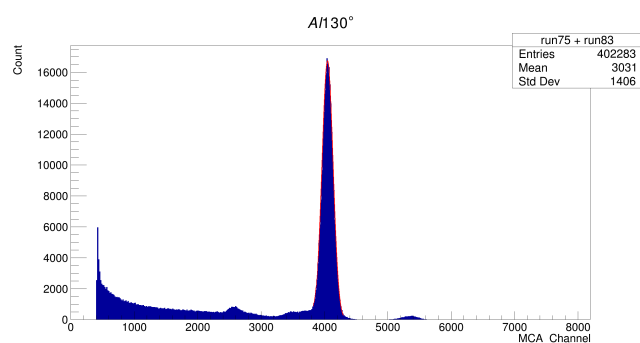


図 7.2 CrystalBall

	Gaussian	CrystalBall
フィット幅	3900 → 4270	3620 → 4270
Const	16753 ± 47	16746 ± 1
$\mu_{peak}$	4049.5 ± 0.2	4049.4 ± 0.2
$\sigma$	86.7 ± 0.2	86.8 ± 0.1
$\chi^2/NDF$	1.96518	2.04273

フィットの範囲は CrystalBall 関数の方がより広がっているものの, 上に示した通り Const,  $\mu_{peak}$ ,  $\sigma$  のいずれの値もその差が 1% 以内に収まっているために Gaussian であっても十分な精度が確保できていると考える.

## 7.2 $A150^\circ$ にあった謎のピーク (山口)

まずはこちらをご覧ください.

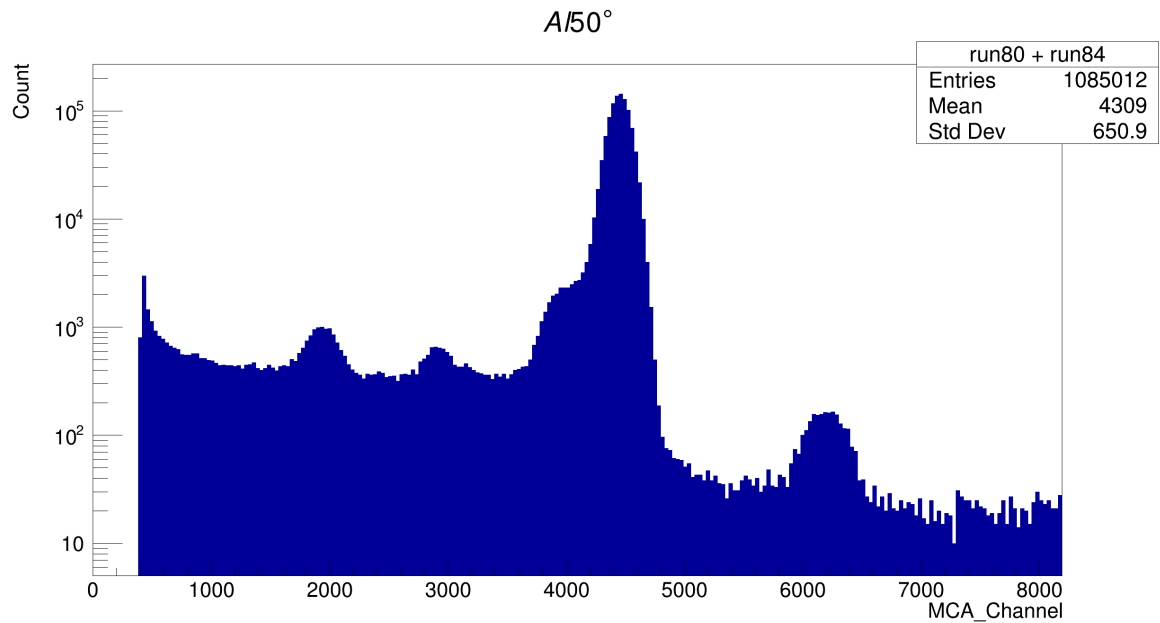


図 7.3  $A150^\circ$  のスペクトル

右から順番に核反応, ラザフォード散乱, 準安定状態.....  
ん?誰だお前は?

というわけで, これがタイトルにあった謎ピークである.

### 7.2.1 フィット

何はともあれまずフィットである。見たところこれは Gaussian であるから、とりあえず background を直線と思い込んで Gaussian + Linear でフィットする。

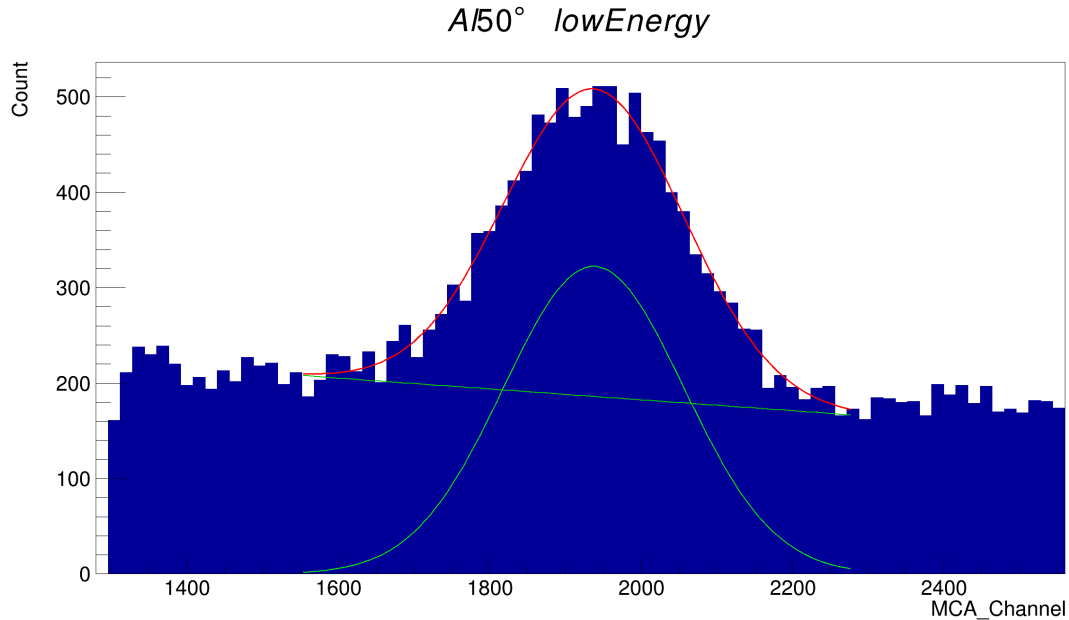


図 7.4 謎ピークのフィット

$\mu_{peak}$	$\sigma$	$\chi^2/NDF$
$1.176 \pm 0.002$ [MeV]	$0.082 \pm 0.003$ [MeV]	0.959

ご覧の通り, $\sigma$  がこれまでのピークと比べると少し広めである以外は綺麗な Gaussian であるといえる。

### 7.2.2 A150° に固有なのか

Al,Au, ポリエチレンにおいて、この付近にありかつ準安定状態よりも大きいピークは、これ以外に確認できない。つまり固有である。

さらに,A150° は二度の run に分けて計測しているが、いずれの run でもこれは確認できている。

なお、これはラザフォード散乱で飛んできた陽子がさらにどうにかなってできたピークであろうとの前提で考察している。ゆえに、そうだとするとこのピークのカウンタ数 6008 を微分散乱断面積の考察のあたりでも勘定するのが正しいのだが,A150° のラザフォード散乱は 100 万イベントあるため、誤差である。

### 7.2.3 ホコリなどの繊維説

ターゲットに由来するわけでもなく、しかもこの角度にのみ見られるということは概ね穴のところにホコリかなにかが付いていたのじゃないかという発想になる。真空を引く前に毎度二次電子捕集管は拭いていたから、別ターゲットに変わると見えなくなるという事実にも整合する。

ホコリは有機物、それも大体服に由来するものであるから一旦ポリエチレンの条件を流用してシミュレーションを試みる。

結果、この条件だとホコリの厚みは  $68.1\mu\text{m}$  であることが分かった。密度を文献値 [13][14] にすると  $143\mu\text{m}$  に、その他の材質は以下ようになる。ただし括弧内は比重である。

ポリエステル (1.38)	アクリル (1.14)	綿 (1.54)	ナイロン (1.14 ~ 1.17)	ポリウレタン (1.0 ~ 1.3)
$94.0\mu\text{m}$	$114\mu\text{m}$	$84.2\mu\text{m}$	$111 \sim 114\mu\text{m}$	$100 \sim 130\mu\text{m}$

ちなみに当日着ていたセーターはアクリル 49%、ナイロン 47%、ポリウレタン 3%、ポリエステル 1% であった\*22。

ちょっと調べると、よくあるホコリの太さは  $20\mu\text{m}$ [11] 程度らしい。Au でのしわの考察のように、ちょっと斜めになっていれば厚みもある程度増える。

さらに、髪の毛は比重が大体 1.3 程度 [15]、太さは数  $10 \sim 100\mu\text{m}$  程度 [16] らしい。組成の問題はあれども、もし体毛などであれば、斜めだとかの条件をつけなくともかなりいい値といえる。

また、厚みにより、ラザフォード散乱のピークよりも広がっているということにも説明がつく。

### 7.2.4 弾性散乱・非弾性散乱

一応これらの可能性もさまざまな試行し、様々な元素の準安定状態も漁ってはみたものの、結果に繊維説以上の整合を与えるものはなかった。体力がないのでこれ以上は割愛するが、発表スライドの backup にまとめているから、気になった方はそちらをご参照いただきたい。ただし、スライドの方のホコリ説のシミュレーションは間違っているので、そのあたりは気を付けて欲しい。

\*22 GU のセーター。友人たちと三宮に行った際にどの服がいいか聞いたところ、これがいいんじゃないということで購入。しかしその後、たまたま同じ服を見かけるし、家族友人らからも同様の報告を受ける。流行りの服。

## 7.3 ラザフォード散乱の低エネルギー側の山をカウント数に入れるべきか (山口)

Al ターゲットにおいて、あの山をパイルアップ由来だと思って勘定に入れた場合が次の表である。

小角度	30°	40°	50°	60°
Theory [b/sr]	5.14	1.714	0.7564	0.402
Experiment [b/sr]	6.51 ± 0.01	2.026 ± 0.007	0.8338 ± 0.0008	0.436 ± 0.003
Ratio	1.27	1.182	1.102	1.08

大角度	100°	110°	120°	130°
Theory [b/sr]	0.0974	0.0812	0.0706	0.0635
Experiment [b/sr]	0.1017 ± 0.0004	0.0805 ± 0.0006	0.0672 ± 0.0006	0.0584 ± 0.0001
Ratio	1.04	0.99	0.95	0.92

小角度と大角度で Ratio が異なっている。この誤差について考えてみる。

前にも述べた通り、核力の値は結構大雑把である。その前提のもと、逆に都合の良さそうな、どの角度についても同じようなずれになるようにあれこれ考えてみると、例えばこの原子核半径が 2.1fm 程度であれば核力の理論線は下がり、どの角度についても 1.15 ~ 1.30 倍になる。そうすると一応は *normalization error* の可能性が出て来る。

### 7.3.1 電荷量の計算の仕方

一応、電荷量の算出の仕方についての補足を、ここでしておくことにする<sup>\*23</sup>。Au の総電荷量の下りでも触れているが、総電荷量は 10 秒おきの電流値を 10 秒継続していると思いついで電流値 × 10 秒のブロックを足し合わせて算出した。

だが、二つの時点で囲まれる台形の領域で一つのブロックとする方法も考えられる。そこで、Al130° の場合にその方法を適用してみる。計算自体は google spreadsheets で行ったので、ここでは結果だけを載せる。

	もとの方法	今回の方法
総電荷量 [C]	$3.7292 \times 10^{-5}$	$3.7232 \times 10^{-5}$

違いは 0.16%, それこそ誤差である。Al の場合であれば 10% 程度の違いを話していたから、やはりいずれの場合でも大差はない。

<sup>\*23</sup> 今からやるやり方は総電荷量が下がる方向にいくため、微分散乱断面積は上がる。本実験では大体微分散乱断面積が大きめになっており、それらの Ratio の要因としてこれがメインファクターにはなりえないために本題で議論するのはいささかおかしき一方、書いておかないのもそれはそれでどうかという葛藤に加え、結果的に大した差にはつながらないというところから付録の、さらによくわからない流れに任せてここに残す次第である。

## 7.4 作った回路について (山口)

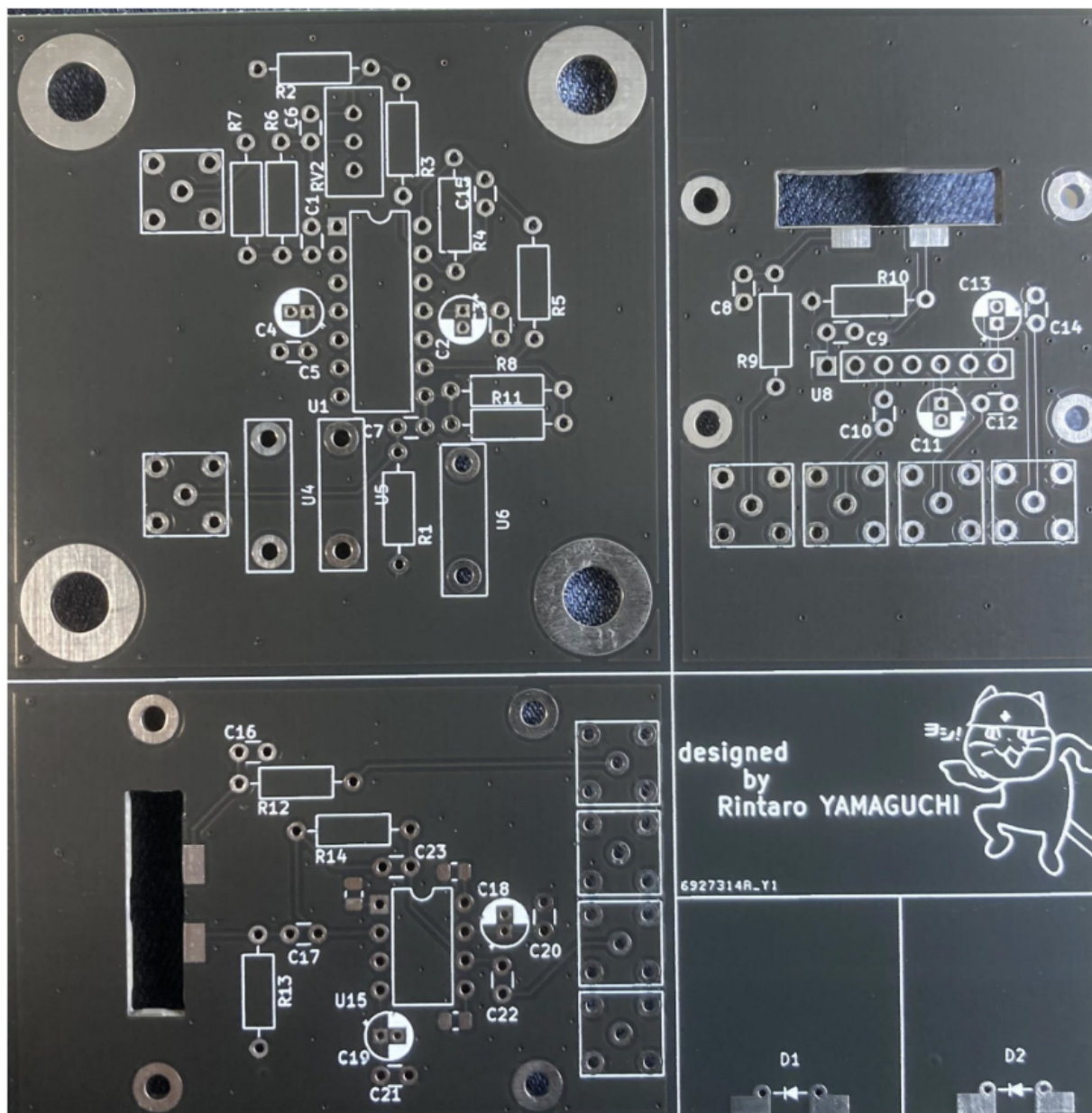


図 7.5 自作基板. 頑張って作ったのでデカく表示しておく

今年度の検出器のうち, PreAmp と Shaper は作り直した. Shaper はそもそも回路として問題が多かったため作り直しは必須だったものの, PreAmp 部分は, 基板のサイズが余った<sup>\*24</sup>ためについでで付けたおまけである. ゆえに, 深く考えずに去年まで使っていたユニバーサル基板のそれをそのままプリント基板に持ってきただけになってしまった. 来年度以降の人とはとりあえずもっとちゃんとした PreAmp を身内先生が持ってい

<sup>\*24</sup> JLCPCB というサイトで頼んだ. いわゆる中華基板で, 10cm 四方の基板であればとにかく激安. 送料込みで 4 ドルだった. 当方で 600 円ほど. 今回も届いてよかった

らっしゃる\*25と思うから、それを使ってほしい。

さて、そんな PreAmp なのだがどういうわけだかとっくに廃版になったクリアパルス (CLEAR-PULSE) 社の CS-515 を用いている。が、これを無理やり使うよりも先述のちゃんとしたやつを使う方が有利であるし、そうでなくてもおまけで付けた一般的なオペアンプで作れる PreAmp (画像左下の部分) をちゃんとはんだ付けして使う方がノイズの観点からもいい\*26。

CS-515 のピン配置は次のようになっていると思って回路を作ったこともついでに書いておく。

- 1 : 信号入力
- 2 : GND
- 3 : 信号出力
- 4 : 信号出力 (50Ω)
- 5 : + 電源 (+12V)
- 6 : GND
- 7 : -電源 (-12V)

ただし、CS-515 のロゴとか型番のある面 (つるつるの方) から見て右端、何も書いていないごつごつの面から見て左端がピン 1 である。

ピン 4 は、ピン 3 に 50Ω の抵抗を直列で付けたものと等しいと考えていただきたい。

ただし、ピン 2 と 6 については、どちらかがこの素子が GND を取るためのピンであろうと考える一方、もう片方については PreAmp のトランジスタのベースか CS-515 に内蔵されるオペアンプ AD549 の非反転入力につながっているのではないかと考えている。

個人的には配置的にピン 2 がそれではないかと勝手に考えているが、別にその真偽が本実験に大した影響を与えないので今回は割愛する。これを見るあなたが必要であるならば、適当に検証して、よければ教えていただけると幸いである。

最後に、もしこの Shaper をまた流用したい人があれば、R8 か R11 のどちらか開いている方に適当な容量のコンデンサをつけてから使ってほしい。ポールゼロを出た後に、現状十分なローパスを行えていない気がしている。つまり信号の立ち上がりが急なのである。

また、十分なノイズ対策がとれるのであればベースライン再生回路もこの後にかましてもいいかもしれない。

---

\*25 前期実験でつかったやつ

\*26 CS-515 は丸ピンソケットにさして使ったので、これも多少はノイズ源になっている気がしている



# 参考文献

- [1] 原子核物理学 FERMI P48:
- [2] Introduction to Elementary Particle Physics 第1章 Scattering experiments
- [3] Table of Isotopes P68
- [4] 原子核物理学 FERMI P208
- [5] 原子核半径 卒業論文 :
- [6] ベーテブロッホの式 : ブライアン・R. マーティン グレアム・ショー 「マーティン/ショー 素粒子物理学」 原著第4版 (吉岡瑞樹 神谷好郎 織田勸 末原大幹 訳)
- [7] Al ターゲットのページ (ニラコ) : [https://shop.nilaco.jp/jp/order/?MENU=15&FROM=14&large\\_category=1&middle\\_category=%E3%82%A2%E3%83%AB%E3%83%9F%E3%83%8B%E3%82%A6%E3%83%A0&small\\_category=%E7%AE%94](https://shop.nilaco.jp/jp/order/?MENU=15&FROM=14&large_category=1&middle_category=%E3%82%A2%E3%83%AB%E3%83%9F%E3%83%8B%E3%82%A6%E3%83%A0&small_category=%E7%AE%94)
- [8] 核力の値 : [https://ppwww.phys.sci.kobe-u.ac.jp/seminar/pdf/Rutherford\\_2019.pdf](https://ppwww.phys.sci.kobe-u.ac.jp/seminar/pdf/Rutherford_2019.pdf)
- [9] 陽子半径 : <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp>
- [10] 2016 年の卒業論文 : [https://ppwww.phys.sci.kobe-u.ac.jp/seminar/pdf/Rutherford\\_2016.pdf](https://ppwww.phys.sci.kobe-u.ac.jp/seminar/pdf/Rutherford_2016.pdf)
- [11] ホコリの太さ : [https://www.jstage.jst.go.jp/article/tjsst/15/1/15\\_12/\\_pdf/-char/ja](https://www.jstage.jst.go.jp/article/tjsst/15/1/15_12/_pdf/-char/ja)
- [12] ポリエチレンの密度 : <https://www.toishi.info/sozai/plastic/sg.html>
- [13] 繊維密度 : [https://www.gunze.co.jp/tsuyamagunze/about\\_seni/about\\_seni01.html](https://www.gunze.co.jp/tsuyamagunze/about_seni/about_seni01.html)
- [14] ポリウレタン密度 : <https://kawariito.com/material-basic-knowledge/%E5%8C%96%E5%AD%A6%E7%B9%8A%E7%B6%AD/%E5%90%88%E6%88%90%E7%B9%8A%E7%B6%AD/%E3%83%9D%E3%83%AA%E3%82%A6%E3%83%AC%E3%82%BF%E3%83%B3>
- [15] 髪の毛密度 : <https://materials.gelsonluz.com/2019/06/density-of-hair.html>
- [16] 髪の毛太さ : <https://en.wikipedia.org/wiki/Hair>