

# ポジトロニウムの崩壊による量子力学の検証

0953119s 杉野 愛里

2013年3月16日

## 目次

1	<b>理論</b>	3
1.1	量子論の出現 . . . . .	3
1.2	EPR パラドックス . . . . .	3
1.3	Bell の不等式 . . . . .	4
1.4	Bell の不等式の導出 . . . . .	4
1.5	量子論による Bell の不等式の破れ . . . . .	6
1.6	隠れた変数理論における相関の限界 . . . . .	8
2	<b>測定原理</b>	9
2.1	二光子相関の測定方法 . . . . .	9
3	<b>Set Up</b>	11
3.1	架台 . . . . .	11
3.2	データ取得システム . . . . .	17
4	<b>Analyzing power の計算</b>	21
4.1	Analyzing power の計算目的 . . . . .	21
4.2	計算概要 . . . . .	21
4.3	モンテカルロ法 . . . . .	21
4.4	プログラミングの概要 . . . . .	22
4.5	再現性の確認 . . . . .	23
4.6	Analyzing power の計算 . . . . .	26
5	<b>測定</b>	27
5.1	geometry . . . . .	27
5.2	energy 較正 . . . . .	29
5.3	較正式 . . . . .	29
5.4	測定結果 . . . . .	31
5.5	エネルギーカット . . . . .	32
5.6	角度依存性 . . . . .	34
6	<b>解析</b>	36
7	<b>考察</b>	36

# 1 理論

## 1.1 量子論の出現

1920年代中頃、本格的に量子論が構築され始めた。古典力学より物理は全て実在論に基づいて構築されてきたが、量子力学では初めて実在論を否定した。量子論と実在論には以下の違いがある。

- 実在論 (古典力学) :  
「状態」 = 「物理量」 = 「物理量の測定値」
  - 物理量の測定値が確率分布するならば、それは状態の指定が不完全であると考えられる。他に変数が存在するのではないか。(隠れた変数理論)
- 量子論 :  
「状態」「物理量」「物理量の測定値」の分離
  - 状態を指定しても物理量の測定値は確率分布し得る。

## 1.2 EPR パラドックス

1935年に、Einstein-Podolsky-Rosenの3人が連名で論文(Physical Review 47(1935) 777.)を發表し、量子論の不完全性を主張した。ここではパラポジトロニウム(スピン1重項状態)の崩壊によって、反対方向に放出された2つの光子(1, 2)の偏光を2地点で測定するという場合を考える。

光子対はそれぞれスピン +1,-1を持つから、それぞれに円偏光が対応し、片方が右円偏光(左円偏光)だとすれば、もう片方は必ず左円偏光(右円偏光)と決まる。つまり、この系の状態は

$$|F\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|R_1\rangle|R_2\rangle - |L_1\rangle|L_2\rangle]$$

と書くことができる。この系において

1. 光子1で円偏光を測定し左円偏光(右円偏光)という結果を得たとすると、光子2は左円偏光(右円偏光)と確実に予言できる。
2. Einsteinの局所性の原理によると、光子1での測定は、光子2の測定に影響を及ぼすことはない。

であり、1と2は矛盾する。これがEPRパラドックスである。この矛盾を解決するために、アインシュタインは隠れた変数理論の存在を主張した。隠れた変数理論では、2つの光子の偏光の状態は測定の有無に関わらず決まっいて、それはまだ発見されていない未知の変数(隠れた変数)によって決まっている、というものである(運命論的)。

一方、量子力学では、2つの光子の偏光の状態は観測するまでは2つの状態の重ね合わせで表され、一方の光子の偏光を測定した瞬間に、もう一方の光子の偏光は決定されてしまう。

この実験では、系を支配する法則が量子力学なのか、隠れた変数理論なのかはBellの不等式を用いて決定する。

### 1.3 Bell の不等式

Bell の不等式 (J.S.Bell, Physics 1,195(1964), reproduces as Ch.2 of J.S.Bell, Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics (Cambridge University Press 1987)) は隠れた変数理論が満たすべき偏光相関の上限を与える式である。

今、直線偏光測定器  $\alpha, \beta$  を用意して、パラポジトロニウム (スピン 1 重項状態) の崩壊によって、反対方向に放出された 2 つの光子の偏光を測定する。この  $\alpha, \beta$  では光子がある測定方向に偏光していれば +1、その垂直方向に偏光していれば -1 を出力する。測定器を  $\alpha_i$  の方向、 $\beta_j$  の方向に置き、4 つの異なる方向で多数回測定する。 ( $i, j=1,2,3,4$ ) そして、 $\alpha_i \beta_j$  の平均  $\langle \alpha_i \beta_j \rangle$  を計算すると隠れた変数理論では、以下の不等式 (Bell の不等式) が成り立つ。

$$|\langle \alpha_4 \beta_2 \rangle + \langle \alpha_4 \beta_3 \rangle| + |\langle \alpha_1 \beta_2 \rangle - \langle \alpha_1 \beta_3 \rangle| < 2$$

### 1.4 Bell の不等式の導出

参考文献

量子論の基礎 清水明 (著) サイエンス社 (2004)

次のような思考実験を考える。

月と地球の間にあるロケットから、2 個の粒子が同時に放出されたとする。ひとつは月に向かい、もうひとつは地球に向かう。これらの粒子は測定値が (適当な単位を用いると) +1 または -1 であるような物理量  $\sigma$  を持っているとし、これを月にいる実験家、地球にいる実験家は測定する。そして、 $\sigma$  の測定に際して、実験家は測定器のあるパラメータ  $\mu$  を自由に設定できるとする。月の実験家は、自分の測定器を  $\mu = \theta$  に設定して、自分の所に飛んできた粒子の  $\sigma$  を測る。こうして測られた  $\sigma$  を  $A(\theta)$  とする。地球の実験家は、自分の測定器を  $\mu = \phi$  に設定して、自分の所に飛んできた粒子の  $\sigma$  を測る。こうして測られた  $\sigma$  を  $B(\phi)$  とする。この実験を  $N$  回 ( $\gg 1$ ) 繰り返す。一般には測定値はばらつくが、 $j$  回目の実験で 2 人が得られた測定値をそれぞれ  $a^{(j)}(\theta)$ 、 $b^{(j)}(\phi)$  と書くと、平均値は

$$\begin{aligned} \langle A(\theta) \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a^{(j)}(\theta) \\ \langle B(\phi) \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N b^{(j)}(\phi) \end{aligned}$$

と書ける。ここで、次のようなそれぞれの測定値の積の平均値 (これを相関と呼ぶ) を考える。

$$\langle A(\theta)B(\phi) \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a^{(j)}(\theta)b^{(j)}(\phi)$$

今の場合、 $A(\theta) = \pm 1$ 、 $B(\phi) = \pm 1$  であるから、 $A(\theta)B(\phi) = \pm 1$  であり、相関は必ず

$$-1 \leq \langle A(\theta)B(\phi) \rangle \leq 1$$

の範囲に収まる。

しかし、測定値が毎回同じ値にはならずばらつくとなると、我々には制御できない、なにかあるランダムな要因が働いていることが考えられる。これに加えて、ここでは「局所性」を仮定して Bell の不等式を導いていく。

ロケットから放出された粒子には、まだ知られていない変数  $\lambda_0$  (隠れた変数) が存在し、その値が毎回異なるために、測定値がばらつくという可能性がある。さらに、粒子が宇宙空間を旅する間、A、B の値は何らかの法則に従って時間発展するかもしれないし、宇宙船などの制御しきれない要因が次々に働けば、A、B の値は  $\lambda_0$  とはまた別の変数  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  の関数にもなる。従って、 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots$  をまとめて  $\lambda$  と記せば、A、B の値は  $\lambda$  の関数になる。そして最後に測定器にかかったときには、測定器のパラメータ  $\theta, \phi$  の影響も受ける。しかし、局所性を仮定しているので、月の測定値 A は地球の測定値のパラメータ  $\phi$  には影響をされず、地球の測定値 B は地球の測定値のパラメータ  $\theta$  には影響をされない。

以上より、測定値 A は  $\theta, \lambda$  の何らかの関数で、測定値 B は  $\phi, \lambda$  の関数ということになる。

$$\begin{aligned} A &= a(\theta, \lambda) \\ B &= b(\phi, \lambda) \end{aligned}$$

そして、測定値は  $\pm 1$  としたのだから

$$\begin{aligned} a(\theta, \lambda) &= \pm 1 \\ b(\phi, \lambda) &= \pm 1 \end{aligned}$$

である。ただし、ベルの不等式を導くにはこれを緩めた

$$\begin{aligned} -1 &\leq a(\theta, \lambda) \leq 1 \\ -1 &\leq b(\phi, \lambda) \leq 1 \end{aligned}$$

を考えればよい。 $\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots)$  は実験をするたびに異なる値をとる可能性があるので、多数回実験をして得られる A、B の測定値は  $\lambda$  の確率分布 (それぞれの値が出現する割合)  $\{P(\lambda)\}$  によってばらつくことになる。ここで、 $\{P(\lambda)\}$  は確率分布なので

$$P(\lambda) \geq 0, \quad \sum_{\lambda} P(\lambda) = 1$$

という条件を満たす。

以上のことから、測定値の期待値と積の期待値 (相関) は

$$\begin{aligned} \langle A(\theta) \rangle &= \sum_{\lambda} P(\lambda) a(\theta, \lambda) \\ \langle B(\phi) \rangle &= \sum_{\lambda} P(\lambda) b(\phi, \lambda) \\ \langle A(\theta)B(\phi) \rangle &= \sum_{\lambda} P(\lambda) a(\theta, \lambda) b(\phi, \lambda) \end{aligned}$$

と計算できる。

そこで、次のような値 S のとりうる値の量と考える。

$$S \equiv \langle A(\theta)B(\phi) \rangle + \langle A(\theta')B(\phi) \rangle - \langle A(\theta)B(\phi') \rangle + \langle A(\theta')B(\phi') \rangle$$

つまり、月の実験家は  $\theta$  を別の値  $\theta'$  に設定した実験も時々行い、地球の実験家は  $\phi$  を別の値  $\phi'$  に設定した実験も時々行うことにする。記号の簡略化のために

$$\begin{aligned} a &= a(\theta, \lambda), & a' &= a(\theta', \lambda) \\ b &= b(\phi, \lambda), & b' &= b(\phi', \lambda) \end{aligned}$$

と書く。まず、 $(a + a')b - (a - a')b'$  という量のとりうる値の範囲を考える。どんな実数  $x, y$  についても成り立つ不等式  $|x - y| \leq |x| + |y|$  から

$$|(a + a')b - (a - a')b'| \leq |(a + a')b| + |(a - a')b'|$$

が得られる。 $|b|, |b'| \leq 1$  だから、さらに、

$$(\text{上式の左辺}) = |a + a'| |b| + |a - a'| |b'| \leq |a + a'| + |a - a'|$$

となる。今、 $|a + a'| + |a - a'|$  は  $\pm 2a$  または  $\pm 2a'$  になるので以上より

$$-2 \leq (a + a')b - (a - a')b' \leq 2$$

この式に  $P(\lambda)$  をかけて  $\lambda$  のついて和をとると

$$-2 \leq \langle A(\theta)B(\phi) \rangle + \langle A(\theta')B(\phi) \rangle - \langle A(\theta)B(\phi') \rangle + \langle A(\theta')B(\phi') \rangle \leq 2$$

従って

$$-2 \leq S \leq 2$$

これが Bell の不等式である。

## 1.5 量子論による Bell の不等式の破れ

4 節で導出した Bell の不等式が量子論では成り立たない場合がある。これを今から示す。

2つの直線偏光測定器  $\alpha, \beta$  を用意して、パラポジトロニウム (スピン 1 重項状態) の崩壊によって、反対方向に放出された 2つの光子の偏光を測定する。円偏光は直線偏光の重ね合わせとして表せるから

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|x\rangle + i|y\rangle]$$

$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|x\rangle - i|y\rangle]$$

と書ける。ここで、 $|R\rangle$ 、 $|L\rangle$  はそれぞれ右偏光状態、左偏光状態の波動関数、 $|x\rangle$ 、 $|y\rangle$  はそれぞれ  $x$  方向、 $y$  方向の直線偏光状態の波動関数を表す。

よって、このとき光子対の状態は

$$\begin{aligned} |F\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}[|R_1\rangle|R_2\rangle - |L_1\rangle|L_2\rangle] \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}}[|x_1\rangle|y_2\rangle + |y_1\rangle|x_2\rangle] \end{aligned}$$

と書くことができる。

直線偏光測定器  $\alpha, \beta$  は光子が

$$\begin{aligned} \text{ある測定方向に偏光していれば} & + 1 \\ \text{その垂直方向に偏光していれば} & - 1 \end{aligned}$$

を出力する測定器だとする。

ここで、 $\alpha$  の方向を  $x$  軸と一致させ、 $x'$  軸は  $x$  軸と  $\phi$  だけずらしたとすると、 $x'$  軸  $y'$  軸偏光の固有状態と  $x$  軸  $y$  軸偏光の固有状態との関係は

$$|x\rangle = |x'\rangle \cos \phi - |y'\rangle \sin \phi$$

$$|y\rangle = |x'\rangle \sin \phi + |y'\rangle \cos \phi$$

と書けるので、光子対の状態は次のように書ける。

$$\begin{aligned} |F\rangle &= \frac{i}{\sqrt{2}} [|x_1\rangle |y_2\rangle + |y_1\rangle |x_2\rangle] \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}} [|x_1\rangle |x'\rangle \sin \phi + |x_1\rangle |y'\rangle \cos \phi + |y_1\rangle |x'\rangle \cos \phi - |y_1\rangle |y'\rangle \sin \phi] \end{aligned}$$

この系において

1. 直線偏光測定器  $\alpha$  で  $x$  偏光を測定した時 ( $\alpha = +1$ )

直線偏光測定器  $\beta$  では  $y$  偏光 ( $\beta = -1$ ) となる。

このとき、系の状態は

$$\text{光子 1 については } |x_1\rangle$$

$$\text{光子 2 については } |y_2\rangle = |x'\rangle \sin \phi + |y'\rangle \cos \phi$$

の状態となる。従って、

$$\alpha = 1, \quad \beta = +1 \text{ となる確率は } \frac{1}{2} \sin^2 \phi$$

$$\alpha = 1, \quad \beta = -1 \text{ となる確率は } \frac{1}{2} \cos^2 \phi$$

2. 直線偏光測定器  $\alpha$  で  $y$  偏光を測定した時 ( $\alpha = -1$ )

直線偏光測定器  $\beta$  では  $x$  偏光 ( $\beta = +1$ ) となる。

このとき、系の状態は

$$\text{光子 1 については } |y_1\rangle$$

$$\text{光子 2 については } |x_2\rangle = |x'\rangle \cos \phi - |y'\rangle \sin \phi$$

の状態になる。従って、

$$\alpha = -1, \quad \beta = +1 \text{ となる確率は } \frac{1}{2} \cos^2 \phi$$

$$\alpha = -1, \quad \beta = -1 \text{ となる確率は } \frac{1}{2} \sin^2 \phi$$

よって、1,2より

$$\begin{aligned}\langle\alpha\beta\rangle &= \frac{1}{2}[\sin^2\phi - \cos^2\phi] + \frac{1}{2}[-\cos^2\phi + \sin^2\phi] \\ &= -\cos 2\phi\end{aligned}$$

今、4回の測定において、角度をそれぞれ  $\phi_1 = 0, \phi_2 = \frac{3\pi}{8}, \phi_3 = \frac{\pi}{8}, \phi_4 = \frac{\pi}{4}$  とおくと

$$S = |\langle\alpha_4\beta_2\rangle + \langle\alpha_4\beta_3\rangle| + |\langle\alpha_1\beta_2\rangle - \langle\alpha_1\beta_3\rangle| = 2\sqrt{2} > 2$$

となり、量子力学は Bell の不等式を破る。

## 1.6 隠れた変数理論における相関の限界

隠れた変数理論における偏光の相関を

$$\langle\alpha\beta\rangle = -q \cos 2\phi \tag{1}$$

と仮定する。これを Bell の不等式に代入すると

$$S = |\cos 2(\phi_4 - \phi_2) + \cos 2(\phi_4 - \phi_3)| + |\cos 2(\phi_1 - \phi_2) + \cos 2(\phi_1 - \phi_3)| < \frac{2}{|q|}$$

となる。相関 S は  $\phi_1 = 0, \phi_2 = \frac{3\pi}{8}, \phi_3 = \frac{\pi}{8}, \phi_4 = \frac{\pi}{4}$  のとき最大となるので

$$S_{max} = 2\sqrt{2} < \frac{2}{|q|}$$

よって、

$$|q| < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

となる。これが隠れた変数理論における相関の強さの上限である。



## 2 測定原理

### 2.1 二光子相関の測定方法

本実験では、 $^{22}\text{Na}$  の  $\beta^+$  崩壊からの陽電子によって生成されるパラポジトロニウム (スピン 1 重項状態) の崩壊によって、反対方向に放出された 2 つの光子の偏光を 2 地点で測定する。 $\gamma$  線の偏光を直接測定するのは、一般的に困難であるから本実験では Compton 散乱を用いて、間接的に相関の強さを求めていく。

右図のように各シンチレーターを設置し、プラスチックシンチレーター (以降 PL シンチレーターと記載) にて  $\gamma$  線を *compton* 散乱させ、90 度方向に *compton* 散乱した  $\gamma$  線を NaI シンチレーターで検出する。90 度散乱の場合、後に示すが  $\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} : \frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega} = 1 : 5$  で散乱面に垂直に偏光している場合が多いため、90 度 *compton* 散乱の場合  $\phi$  角度相関を見ることは偏光を測ることにつながる。

Compton 散乱の断面積と  $\gamma$  線の偏光状態の関係は、Klein-Nishina の式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left( \frac{k_s}{k_0} \right)^2 (\zeta - 2\sin^2\theta\cos^2\eta)$$

から求められる。ただし

$$k_0 : \text{入射 } \gamma \text{ 線の波数}$$

$$k_s = \frac{k_0}{1 + \frac{\hbar k_0}{m_e c} (1 - \cos\theta)} : \text{散乱された } \gamma \text{ 線の波数}$$

$$\theta : \text{compton 散乱角}$$

$$\eta : \text{散乱面と偏光面のなす角}$$

$$\zeta = \frac{k_s}{k_0} + \frac{k_0}{k_s} : \text{波数の比}$$

$$r_e = \frac{\hbar\alpha}{m_e c} : \text{古典的電子半径}$$

$$m_e = 511\text{keV} : \text{電子の質量}$$

である。

$\gamma$  線の Compton 散乱角についてはさまざまな角度  $\theta$  が考えられるが、今は理想的に  $\theta = 90^\circ$  として導出していく。このとき、上下どちらの  $\gamma$  線でも  $\zeta = \frac{5}{2}$  となる。

ここで  $\gamma$  線の偏光方向は、散乱面と偏光面が平行である場合と散乱面と偏光面が垂直である場合の 2 通りが考えられるが、その断面積は Klein-Nishina の式 (Klein,O;Nishina,Y(1929).”Uber die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von

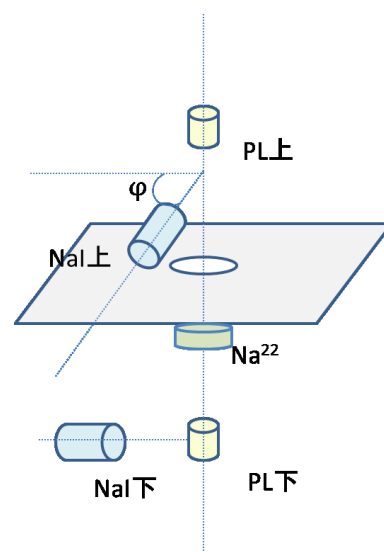


Fig.2.1 Set up 概略図。中央に線源  $^{22}\text{Na}$  を置き、上下に PL シンチレーターと NaI シンチレーターを設置する。上下の NaI シンチレーターの設置方向のなす角を  $\phi$  と定義する。

Dirac” Z.Phys.52(11-12)) からそれぞれ

$$\begin{aligned} \text{と計算される。} \frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} &= \frac{r_e}{2} \left( \frac{k_s}{k_0} \right)^2 (\zeta - 2\sin^2\theta) \\ \frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega} &= \frac{r_e}{2} \left( \frac{k_s}{k_0} \right)^2 \zeta \end{aligned}$$

となる。よってこの式から

$$\begin{aligned} \text{散乱面 1//偏光面 1 となる確率} & \quad \frac{\zeta_1 - 2}{2(\zeta_1 - 1)} = \frac{1}{6} \\ \text{散乱面 1} \perp \text{偏光面 1 となる確率} & \quad \frac{\zeta_1}{2(\zeta_1 - 1)} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

と導出できる。

一方で、散乱面 1//偏光面 1 のとき  $\alpha = +1$  であるから、() 式より  $\langle \alpha\beta \rangle = -q \cos 2\phi$  なので  $\beta = -q \cos 2\phi$  となる。ここで  $\beta = +1$  となる確率を  $c_+$ 、 $\beta = -1$  となる確率を  $c_-$  とおくと

$$\begin{aligned} c_+ - c_- &= -q \cos 2\phi \\ c_+ + c_- &= 1 \end{aligned}$$

から

$$\begin{aligned} \text{散乱面 2//偏光面 2 となる確率} & \quad c_+ = \frac{1 - q \cos 2\phi}{2} \\ \text{散乱面 2} \perp \text{偏光面 2 となる確率} & \quad c_- = \frac{1 + q \cos 2\phi}{2} \end{aligned}$$

となる。

以上の議論から、散乱面 1//偏光面 1 のときに上下の検出器で  $\gamma$  線を同時に観測する確率は

$$\begin{aligned} \frac{\zeta_1 - 2}{2(\zeta_1 - 1)} \left[ \frac{1 - q \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2 - 2}{2(\zeta_2 - 1)} + \frac{1 + q \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2}{2(\zeta_2 - 1)} \right] \\ = \frac{1}{36} (3 + 2q \cos \phi) \end{aligned}$$

であり、同様な求め方で散乱面 1  $\perp$  偏光面 1 のときに上下の検出器で  $\gamma$  線を同時に観測する確率は

$$\begin{aligned} \frac{\zeta_1}{2(\zeta_1 - 1)} \left[ \frac{1 + q \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2 - 2}{2(\zeta_2 - 1)} + \frac{1 - q \cos 2\phi}{2} \frac{\zeta_2}{2(\zeta_2 - 1)} \right] \\ = \frac{5}{36} (3 - 2q \cos \phi) \end{aligned}$$

と求めることができる。

この二つの確率の和

$$\begin{aligned} P(\phi) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - k \left( \frac{1}{\zeta_1 - 1} \right) \left( \frac{1}{\zeta_2 - 1} \right) \cos 2\phi \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{4}{9} q \cos 2\phi \right) \end{aligned}$$

は上下の検出器で  $\gamma$  線を同時に観測する確率を与える。実験で coincidence rate の  $\phi$  依存性を確かめることで、 $q$  の値を決定する。

### 3 Set Up

#### 3.1 架台

##### 3.1.1 実験装置

下図のように台の上部と下部にシンチレーターを設置した。線源は台の上部と下部の中間に置いた。台の上部の NaI-A (A1 もしくは A2) と下部の NaI-B (B1 もしくは B2) が各々なす角度が測定原理における  $\phi$  に対応する。

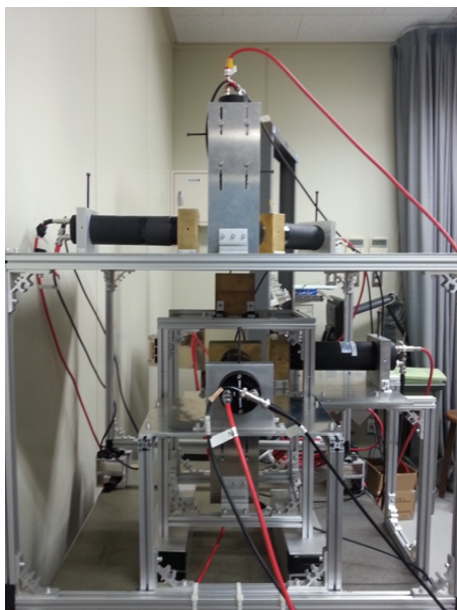


Fig.3.1 実験装置側面図

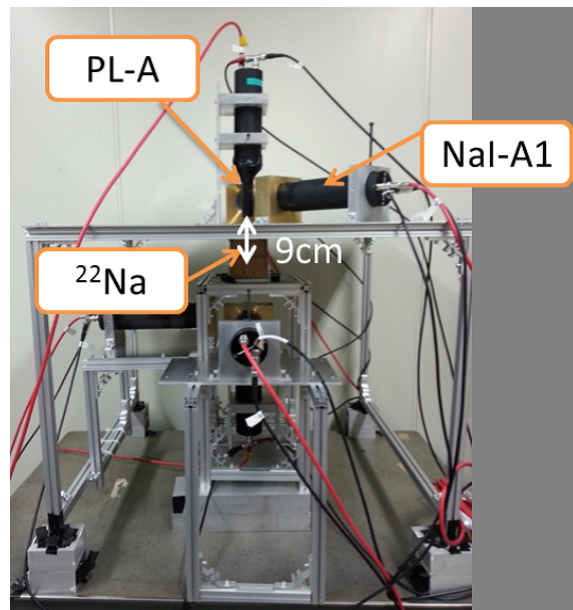


Fig.3.2 実験装置正面図

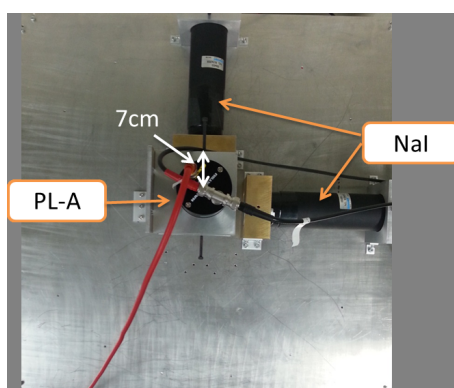


Fig.3.3 実験装置上面図

### 3.1.2 線源

本実験では  $^{22}\text{Na}$  を線源として用いた。 $^{22}\text{Na}$  は  $\beta^+$ 崩壊 ( $^{22}\text{Na} \rightarrow ^{22}\text{Ne}^* + e^+ + \nu_e^-$ ) をして陽電子を放出し、周りの電子とポジトロニウムを形成する。形成されたポジトロニウムのほとんどがパラポジトロニウムで 125ps で対消滅 ( $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ ) して、back-to-back に 511keV の  $\gamma$  線を放出する。この反応を用いて実験を行う。また、 $^{22}\text{Ne}^*$  のエネルギー準位が下がる時、1275keV の  $\gamma$  線を放出するため、線源から直接 NaI シンチレーターに  $\gamma$  線が飛んでいくことを防ぐために真鍮で遮蔽した。コリメーターの径は 1cm とした。

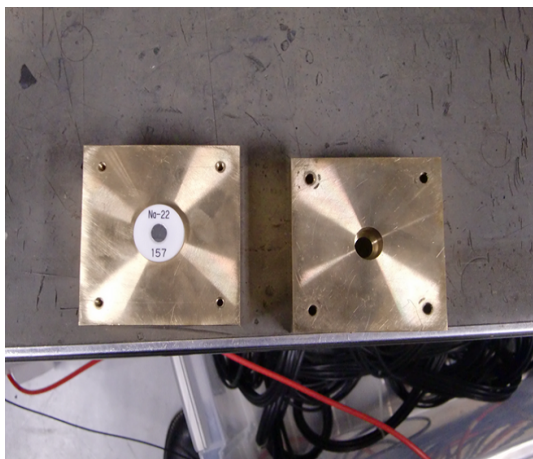


Fig.3.4 線源  $^{22}\text{Na}$  を真鍮の中央に設置

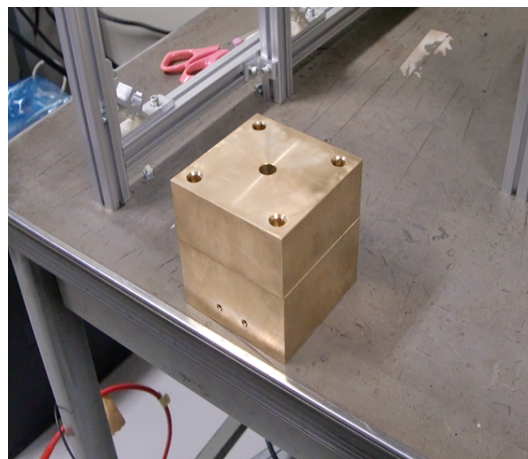


Fig.3.5 線源  $^{22}\text{Na}$  を真鍮で挟み、ねじをしめて固定する。

### 3.1.3 シンチレーター

物質には原子番号が大きいほど光電効果を起こしやすく、原子番号が小さいほど Compton 散乱を起こしやすいという性質がある。よって、Compton 散乱を起こさせる場所に PL シンチレーターを、光電効果を起こさせる場所に NaI (Tl) シンチレーターを設置した。また、図 3.7 に示す光子のエネルギーと散乱を起こさせるのに必要な単位面積当たりの物質の質量との関係を示したデータを用い、PL シンチレーターの厚さを決定した。今回の PL であれば主成分が C であり、光子のエネルギーが 511keV であることから、単位面積当たり約 10g の PL が必要とわかる。これと PL の密度 (約  $1\text{g/cm}^3$ ) から高さが 10cm 必要という計算結果を得た。NaI シンチレーターは径が 50mm かつ厚み 50mm のもの (SCIONIX 社 51C51) を使った。

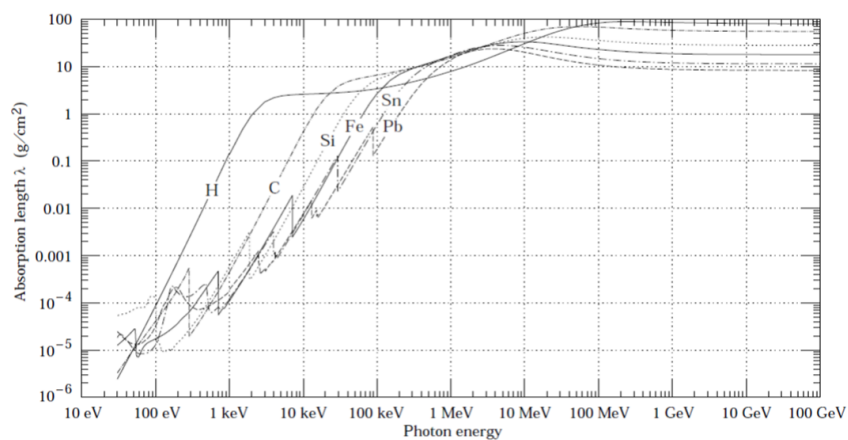


Fig.3.6 光子のエネルギーと散乱を起こさせるのに必要な単位面積当たりの物質の質量との関係 [出典: particle data book]

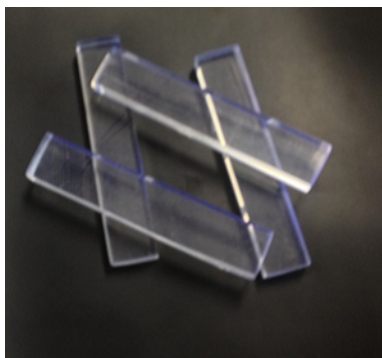


Fig.3.7 PL シンチレーター



Fig.3.8 NaI シンチレーター

### 3.1.4 PL シンチレーターの設置位置及び形状の最適化

本実験の目的より、90度方向に Compton 散乱した  $\gamma$  線を最も多く NaI シンチレーターにて得ることが出来るよう PL シンチレーターの設置位置及び形状の最適化を行う。シミュレーションにて線源と PL シンチ

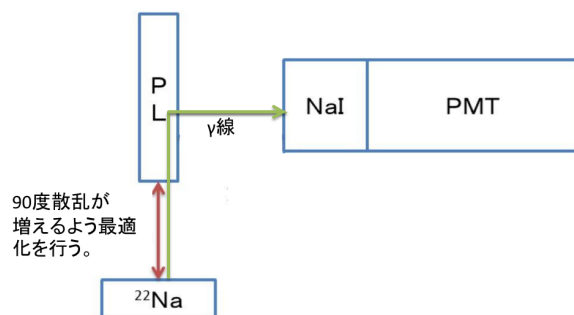


Fig.3.9

レーターの距離を変え、NaI シンチレーターに入る  $\gamma$  線のエネルギーピークの位置を確認した。(90度散乱した場合、NaI に入るエネルギーは 255.5keV であることを利用する。) また、十分な統計数を得るために線源からみた PL の表面積についても考慮した。Fig.3.10 は線源と 1cm 角の PL シンチレーターの距離を 7cm にした場合のシミュレーション結果である。

今回は、NaI シンチレーターのエネルギーピークに着目した。

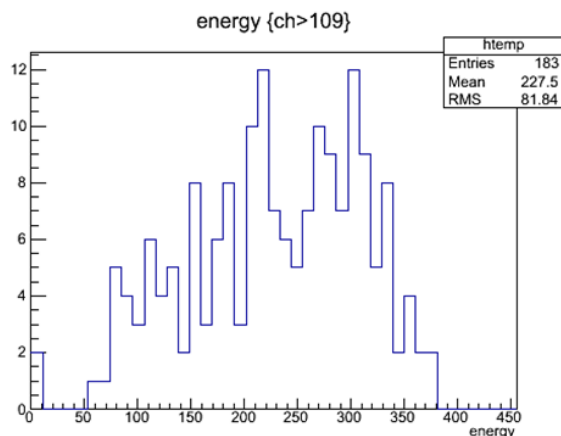


Fig.3.10 線源との距離 7.0cm、表面積 1cm 角

線源と PL シンチレーターの距離と PL シンチレーターの大きさを変えて得られた結果をまとめると以下のようになった。

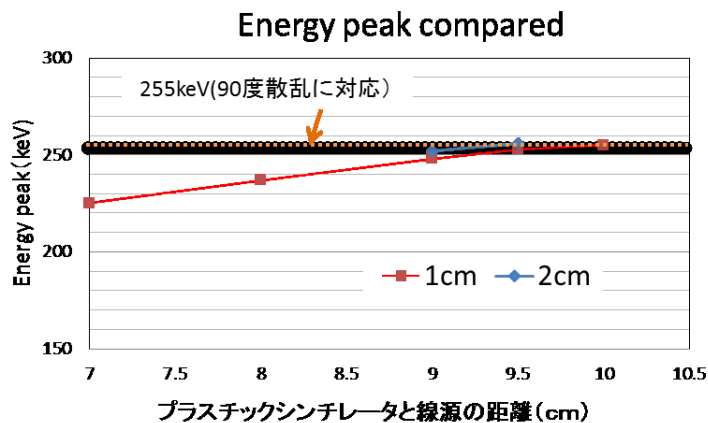


Fig.3.11 表面積 1cm 角と 2cm 角のエネルギー peak の比較

⇒ 1cm 角と 2cm 角で Energy Peak の変化はほとんど無い

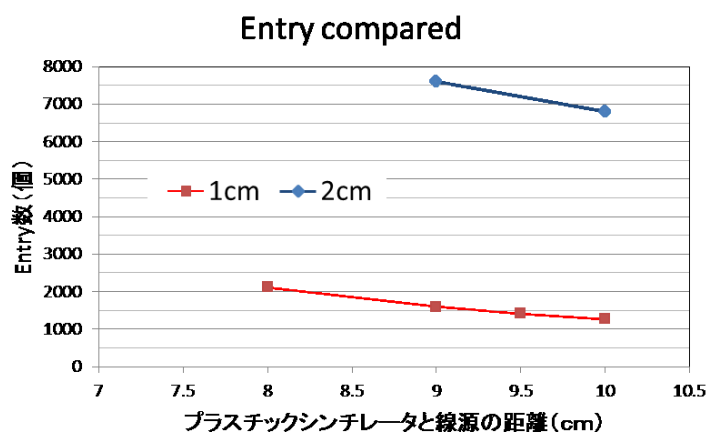


Fig.3.12 表面積 1cm 角と 2cm 角のイベント数の比較

⇒ 面積比に比例して 2cm 角の場合 1cm 角の約 4 倍 entry 数を稼ぐことができる。

また、ヒストグラムより 2 次 Compton 散乱はエネルギーカットより無視できる範囲にあることも確認できた。

— シミュレーション結果まとめ —

PL シンチレーターと線源の距離  
7cm → 9cm

線源から見た PL シンチレーターの表面積  
1cm 角 → 2cm 角

に変更することで数を十分に確保しつつ、必要な data を得ることができる。よって、本実験では PL シンチレータを上記のサイズと geometry にて実験を行った。

### 3.2 データ取得システム

本実験では 2つの PL シンチレータと 4つの NaI シンチレータにて  $\gamma$  線を感知し、光電子増倍管で信号を増幅させ、それぞれの信号をアナログ-デジタル変換機 (CSADC) で記録する。以下に本実験におけるデータ取得システムの概略図を Fig3.13 に示す。

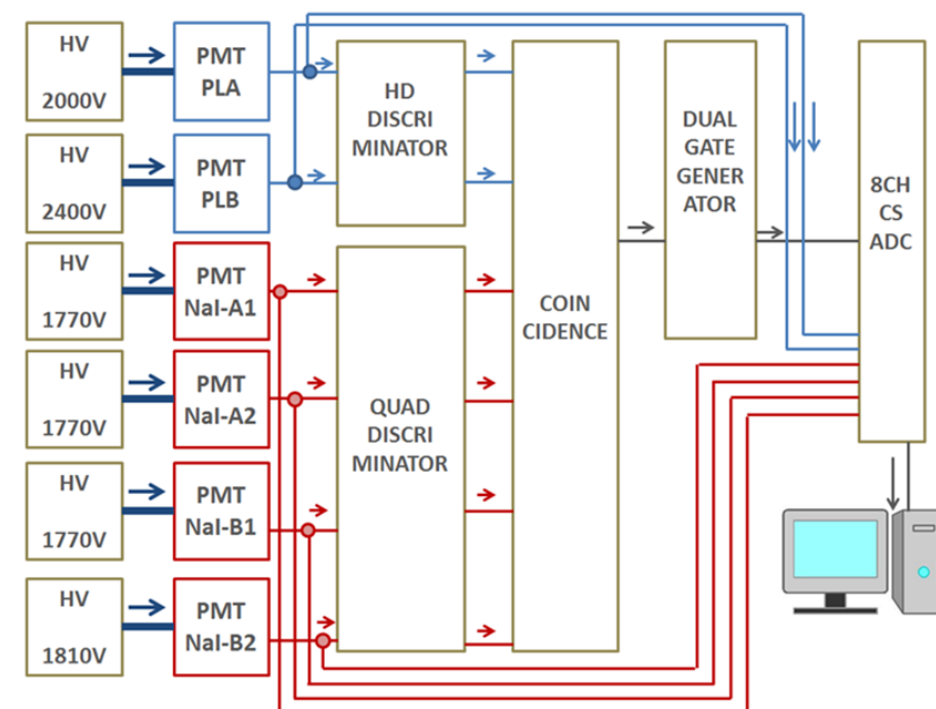


Fig.3.13 データ取得システムの概略図



### 3.2.1 Event trigger 条件

今回の実験では上下の PL シンチレーター 2 つと上下一つずつの NaI シンチレーターの計 4 つのシンチレーターが同時に鳴ることが今回の event trigger 条件となる。γ 線が入射したときのデータを取得したいため coincidence の内部回路を Fig.3.14 のように設定した。

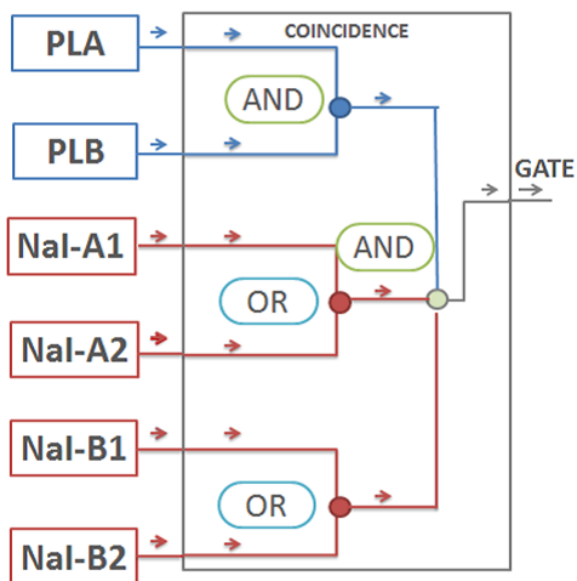


Fig.3.14 Coincidence 内部回路

### 3.2.2 High Voltage

PMT の電源電圧は、REPIC 林栄精器 RPH-030 を用い、 $^{137}\text{Cs}$  の 662[keV] の γ 線を用いたエネルギー較正を行う際に ADC のダイナミックレンジを超えない範囲でなるべく大きい値に設定した。

### 3.2.3 Discriminator

不要なエネルギー領域の信号をカットするため Discriminator を用いた。PL シンチレーターには HD DISCRIMINATOR (REPIC 林栄精器 16ch LEADING-EDGE DISCRIMINATOR (RPN-110) )、NaI シンチレーターには QUAD DISCRIMINATOR (UPDATING) を設置した。

シンチレーター	discr 値 [mV]
NaIA1	53.6
NaIA2	53.4
NaIB1	53.9
NaIB2	52.9
PLA	36.0
PLB	36.0

Table 3.1 各シンチレーターにおける discr 値

### 3.2.4 Coincidence

2本の $\gamma$ 線がそれぞれ NaI シンチレーター及び PL シンチレーターで検出された事象を選択するために、Coincidence（豊伸電子 4 ホールドコインシデンス (N017)）を用いて NaI シンチレーター 2つと PL シンチレーター 2つの計 4つのシンチレーターで同時計測を行い、信号を Gate Generator へ送った。各 width はそれぞれ 80nsec に設定した。

### 3.2.5 Gate Generator

4つの信号が同時計測された際にすべての信号が gate 内に十分に包括されるように、Gate Generator（豊伸電子 2CH ゲートジェネレータ (N014)）のゲート幅を約 2 [ $\mu$  sec] となるように設定した。ゲートの幅とタイミングの調整をオシロスコープで確認した図を Fig3.15 に示す。

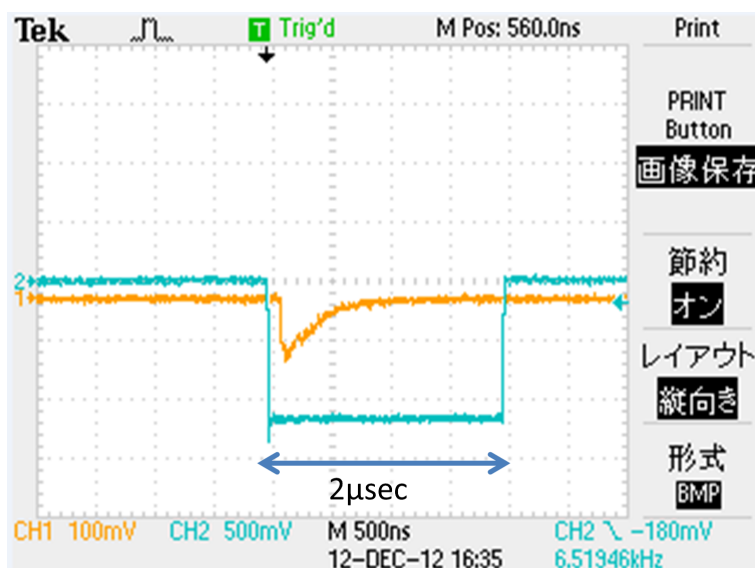


Fig.3.15 ゲート幅の調整

### 3.2.6 CSADC

本実験で用いたアナログ-デジタル変換機は、豊伸電子 8CH CSADC (V005) である。これを用いて信号を積分し、検出データを得る。この ADC は以下の性能をもつ。

- 0 - 1000 [pC] のチャージを検出
- bit 数:14bit
- 入力インピーダンス:50  $\Omega$

## 4 Analyzing power の計算

### 4.1 Analyzing power の計算目的

ここで2章の議論では Compton 散乱角  $\theta$  と散乱面と偏光面のなす角  $\eta$  を

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ (90 度散乱)}$$

$$\eta = 0, \frac{\pi}{2} \text{ (散乱面と偏光面が平行/垂直)}$$

のみと理想化し、上下の NaI シンチレーターで同時に  $\gamma$  線を観測する確率

$$P(\phi) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - k \left( \frac{1}{\zeta_1 - 1} \right) \left( \frac{1}{\zeta_2 - 1} \right) \cos 2\phi \right\} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{4}{9} g \cos 2\phi \right)$$

を導出した。

しかし実際の実験では各シンチレーターに大きさがある為、単純に理想化することが出来ない。

この章では  $g = \left( \frac{1}{\zeta_1 - 1} \right) \left( \frac{1}{\zeta_2 - 1} \right)$  とおき、上記以外の  $\theta, \eta$  の寄与を考慮したシミュレーション結果を解析し、 $g$  の値を導出することを目的とする。

### 4.2 計算概要

本実験において  $\phi$  の角度をなす2つの NaI シンチレーターで  $\gamma$  線が観測される確率  $P(\phi)$  は

$$\begin{aligned} P(\phi) &= P_{\parallel 1} \left( \frac{1 - k \cos 2\phi}{2} P_{\parallel 2} + \frac{1 + k \cos 2\phi}{2} P_{\perp 2} \right) + P_{\perp 1} \left( \frac{1 + k \cos 2\phi}{2} P_{\parallel 2} + \frac{1 - k \cos 2\phi}{2} P_{\perp 2} \right) \\ &= \frac{1}{2} [P_{\parallel 1} P_{\parallel 2} + P_{\parallel 1} P_{\perp 2} + P_{\perp 1} P_{\parallel 2} + P_{\perp 1} P_{\perp 2} + k \cos 2\phi (-P_{\parallel 1} P_{\parallel 2} + P_{\parallel 1} P_{\perp 2} + P_{\perp 1} P_{\parallel 2} - P_{\perp 1} P_{\perp 2})] \\ &= \frac{1}{2} [1 - k \cos \phi (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1})(P_{\parallel 2} - P_{\perp 2})] \end{aligned}$$

と、計算できる。つまり  $g = (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1})(P_{\parallel 2} - P_{\perp 2})$  である。よってプログラミングにて本実験を再現し、モンテカルロ法を用いて、NaI シンチレーターにて光電効果を起こした  $\gamma$  線が散乱面と平行または垂直に偏光していた確率  $P_{\parallel}$  と  $P_{\perp}$  を求める。

以上より、 $g$  の値を算出する。

### 4.3 モンテカルロ法

本実験をプログラムにて、以下の方法を用いることで再現する。

#### 4.4 プログラミングの概要

以下の図のように x 軸 y 軸 z 軸を決め、線源を (0,0,0) に設置する。

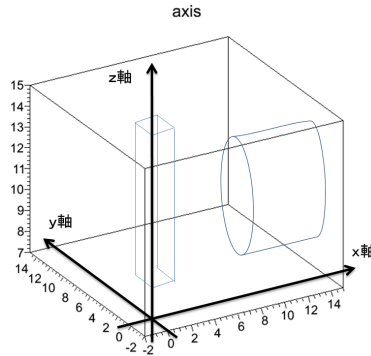


Fig.4.1 座標軸

- 線源より  $\gamma$  線を打つ  
線源から PL シンチレーター端までの距離は 9cm であり、PL シンチレーターが 2cm 角であることより、 $\cos\theta \geq \frac{9}{\sqrt{82}}$  として、 $\theta$  を乱数で決定する。
- PL シンチレーターに入ったかどうかの判定を行う  
 $z = 9$  のときの座標を  $x_1, y_1, z_1 (= 9)$  と定義する。  $-1 \leq x_1 \leq 1$  かつ  $-1 \leq y_1 \leq 1$  である事象以外捨てる。
- $\gamma$  線が PL シンチレーターに入射後、compton 散乱するまでの距離を決定する  
compton 散乱長は、 $f(l) = \lambda e^{-\frac{l}{\lambda}}$  と表すことができる。  $\int_0^{\infty} f(l) dl = 1$  より、 $F(l) = \int_l^{\infty} f(l) dl$  と定義すると、 $0 \leq F(l) \leq 1$  である。  
よって、 $F(l)$  に 0 から 1 までの乱数を与え、 $l = -\lambda \ln F(l)$  として、compton 散乱長を決定する。  
( $\lambda = 10$ :PL の吸収係数)
- PL シンチレーター内にて compton 散乱が生じたかどうかの判定を行う  
このときの座標を  $x_2, y_2, z_2$  と定義し、 $-1 \leq x_2 \leq 1$  かつ  $-1 \leq y_2 \leq 1$  かつ  $9 \leq z_2 \leq 19$  である事象以外捨てる。
- compton 散乱における散乱角を決定する  
compton 散乱角は等方的には起こらない。ゆえに Klein-Nishina の式を用いて、角度毎に確率をかけた上で compton 散乱角を決定する。
- compton 散乱後、NaI シンチレーターに入ったかどうかの判定を行う  
散乱面と偏光面のなす角は  $0 \leq \eta \leq \pi$  の範囲内で、乱数で決定する。compton 散乱角と  $\eta$  より compton 散乱後の  $\gamma$  線の軌跡がわかる。 $x = 7$  のときの座標を  $x_3 (= 7), y_3, z_3$  と定義する。  
 $y_3^2 + (z_3 - 9)^2 \leq 2.5^2$  である事象以外捨てる。
- $\gamma$  線が NaI シンチレーター内に入射後、光電効果を起こすまでの距離を決定する  
compton 散乱長と同様に光電効果長も  $F'(l)$  に 0 から 1 までの乱数を与え、 $l' = -\lambda' \ln F'(l')$  として、光電効果長を決定する。

( $\lambda'=4.2$ :NaI の吸収係数)

- NaI シンチレーター内にて光電効果が生じたかどうかの判定を行う  
入射時の座標に光電効果長を加える。このときの座標を  $x_4, y_4, z_4$  と定義し、 $7 \leq x_4 \leq 12$  かつ  $y_4^2 + z_4^2 \leq 2.5^2$  である事象以外捨てる。最終的に NaI シンチレーター内にて光電効果が生じた  $\gamma$  線の個数を算出する。

ただし PL シンチレーターに入ってきた  $\gamma$  線の偏光が散乱面に対して垂直である場合と平行である場合は、Klein-Nishina の式中における  $\cos\theta$  を  $\sin\theta$  と変えることで区別する。

#### 4.5 再現性の確認

- $\theta$  を固定した場合の  $\eta$  分布図 (横軸:角度 縦軸:個数)

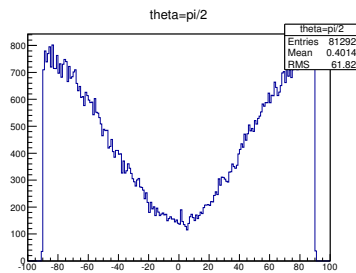


Fig.4.2  $\eta$

- $\eta$  を固定した場合の  $\theta$  分布図 (横軸:角度 縦軸:個数)

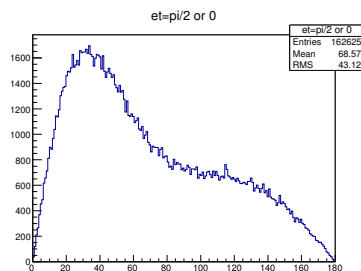


Fig.4.3  $\theta$

● 各座標の図

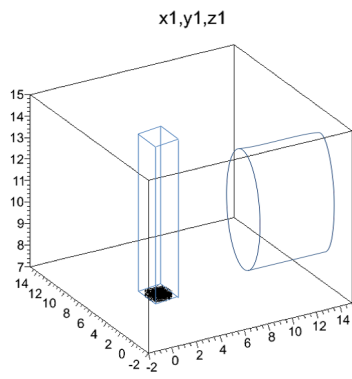


Fig.4.4 x1y1z1

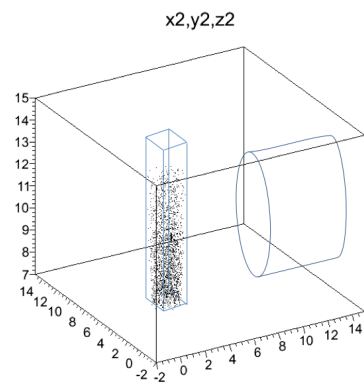


Fig.4.5 x2y2z2

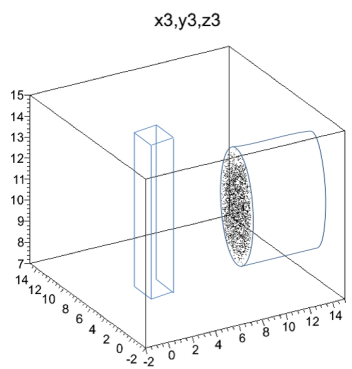


Fig.4.6 x3y3z3

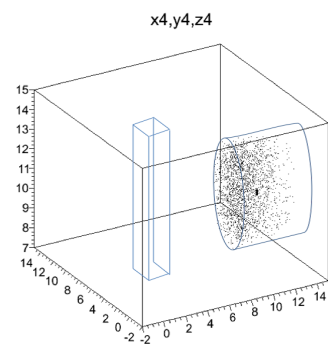


Fig.4.7 x4y4z4

- 各シンチレーターにおけるエネルギー分布の図 (横軸:エネルギー (keV) 縦軸:個数)

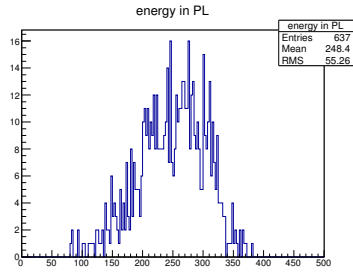


Fig.4.8  $PL_{\parallel}$

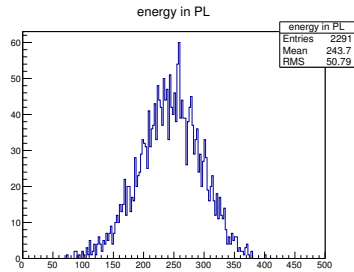


Fig.4.9  $PL_{\perp}$

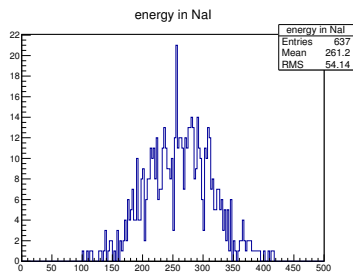


Fig.4.10  $NaI_{\parallel}$

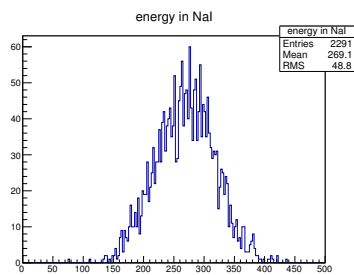


Fig.4.11  $NaI_{\perp}$

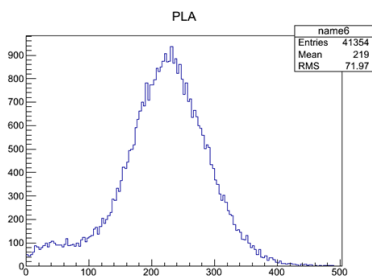


Fig.4.12 actually data-PL

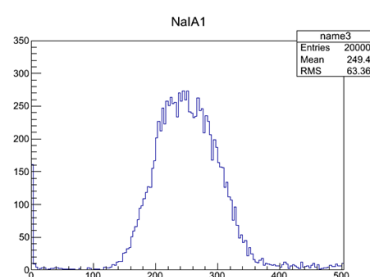


Fig.4.13 actually data-NaI

以上より、本プログラミングにて本実験を再現出来ていることが確認できる。



#### 4.6 Analyzing power の計算

結果、モンテカルロ法より  $N_{\parallel} = 637, N_{\perp} = 2291$  を得た。

よって、 $P_{\parallel} = \frac{637}{2928}, P_{\perp} = \frac{2291}{2928}$

以上から、モンテカルロ法より導きだされる  $g$  の値は以下のようになる。

$$g = (P_{\parallel 1} - P_{\perp 1}) (P_{\parallel 2} - P_{\perp 2}) = 0.319 \pm 0.017$$

	$\frac{P_{\perp}}{P_{\parallel}}$	$g$
理論	5	0.444
モンテカルロ法	3.60	$0.319 \pm 0.017$

Table 4.1 理論値とシュミレーション値の比較

## 5 測定

### 5.1 geometry

各 NaI の配置を Fig5.1 のように定めて測定を行った。

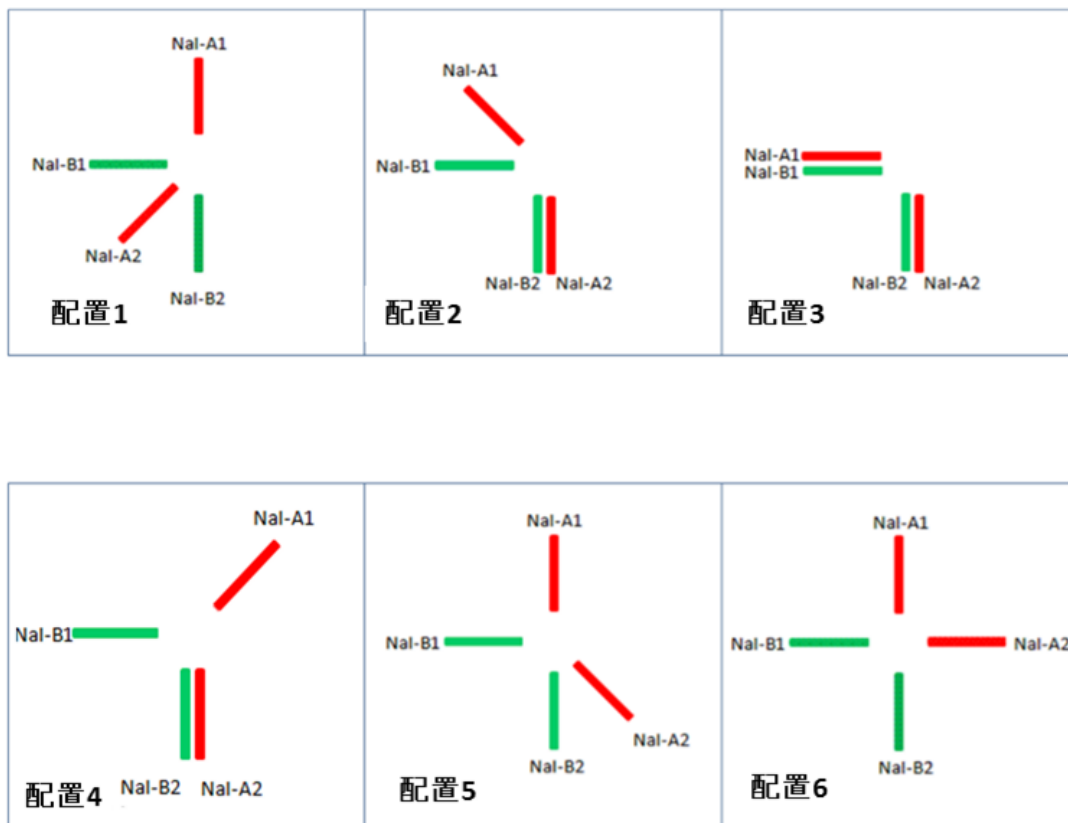
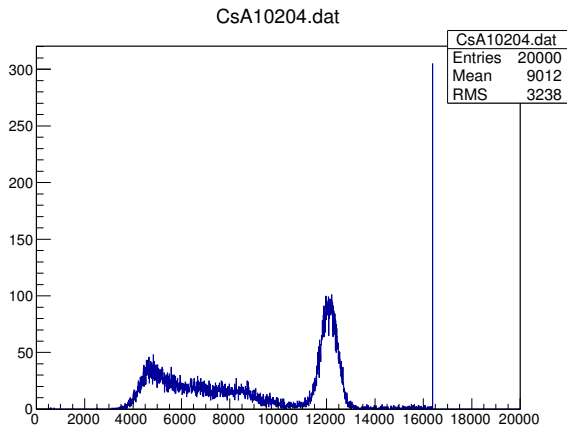


Fig.5.1 geometry

以下、各 geometry における測定結果を示していく。ただし、エネルギー較正は  $^{137}\text{Cs}$  からでる 662keV の  $\gamma$  線と pedestal 値の 2 点を用いて行った。PL シンチレーターについては、478keV に対応する compton エッジの値を、NaI シンチレーターについては光電 peak 値を gaussian fit を行うことにより得、値を用いた。また、引数は clock generator にて本実験に近い rate10Hz を信号として入力して決定した。

## 5.2 energy 較正



1. gaussian fitting より  
 $mean = 12097, \sigma = 343$
2. この値が 662keV に対応。

Fig.5.2

1. compton edge はヒストグラムの高さが半分になる 6800(ADC 値) である。
2. この値が 477.65keV に対応。

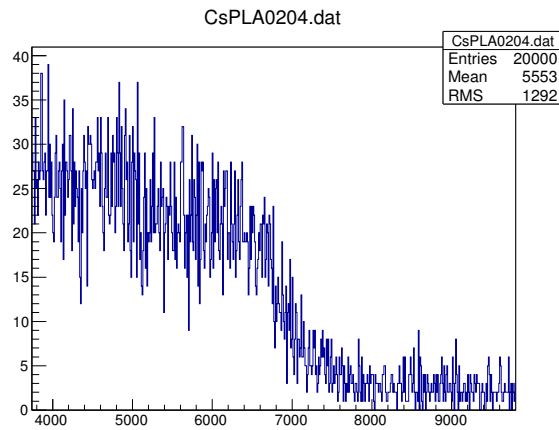


Fig.5.3

## 5.3 較正式

また、HV の gain には時間変動性がみられたため、測定中の rate 変動や simulation と実際の実験データの違いを見ることで必要な data がとれる HV を各測定毎に設定した。また測定途中で gain が激しく落ちた場合の測定データは解析に使用しないことにした。各測定における HV とエネルギー較正式の傾きを Table5.1 に示す。

測定 No	PMT 名	HV 値 [V]	エネルギー較正式 (傾き)
6coin48-1	PLA	2000	0.090191
	PLB	2400	0.102390
	NaI-A1	1860	0.061172
	NaI-A2	1800	0.058486
	NaI-B1	1850	0.058615
	NaI-B2	1850	0.056897
6coin48-2	PLA	2000	0.090191
	PLB	2400	0.102390
	NaI-A1	1860	0.061172
	NaI-A2	1800	0.058486
	NaI-B1	1850	0.058615
	NaI-B2	1850	0.056897
6coin48-3	PLA	2000	0.082997
	PLB	2400	0.100115
	NaI-A1	1770	0.074016
	NaI-A2	1770	0.068987
	NaI-B1	1770	0.083548
	NaI-B2	1810	0.071352
6coin48-4	PLA	2000	0.091068
	PLB	2400	0.102237
	NaI-A1	1860	0.061370
	NaI-A2	1770	0.068093
	NaI-B1	1770	0.083734
	NaI-B2	1810	0.070764
6coin48-5	PLA	2000	0.091068
	PLB	2400	0.102237
	NaI-A1	1860	0.061370
	NaI-A2	1770	0.068093
	NaI-B1	1850	0.058626
	NaI-B2	1810	0.070764
6coin48-6	PLA	2000	0.091068
	PLB	2400	0.102237
	NaI-A1	1860	0.061370
	NaI-A2	1770	0.068093
	NaI-B1	1850	0.058626
	NaI-B2	1810	0.070764

Table 5.1

## 5.4 測定結果

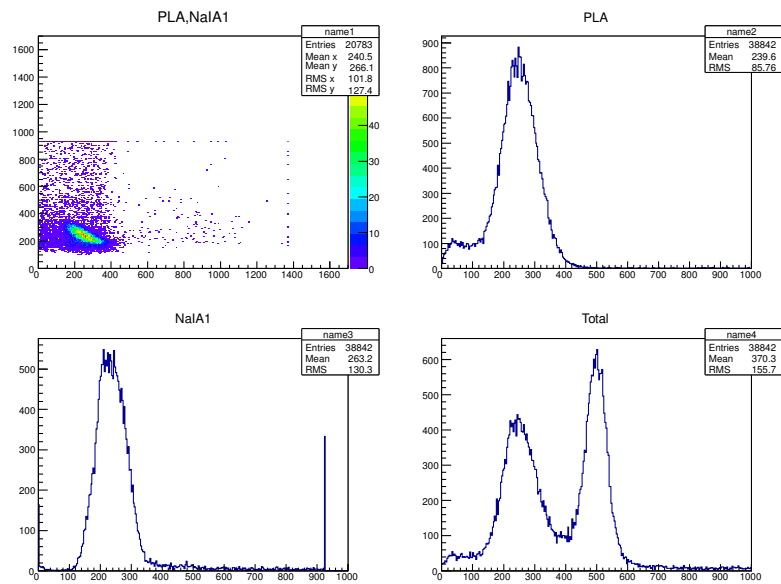


Fig.5.4 左上図:PLA と NaIA1 に入射したガンマ線のエネルギー散布図; 右上図, 左下図:各シンチレーターのエネルギーヒストグラム; 右下図:各シンチレーターにおけるエネルギー和のヒストグラム (before energy cutting)

## 5.5 エネルギーカット

PL シンチレーターにて 90 度散乱をした  $\gamma$  線を出せるだけ抽出するために NaI シンチレーターに落とすエネルギーが 250keV から 300keV のデータのみを採用し、更に NaI シンチレーターと PL シンチレーターに落としたエネルギーの和が  $511\text{keV} \pm 125(2.5\sigma)$  であるデータのみを採用した。

※ PL シンチレーターにて 90 度散乱をした  $\gamma$  線を出せるだけ抽出するには、NaI シンチレーターに落とすエネルギーが 200keV から 300keV でエネルギーカットを行うことが理想的であるが、測定中に HV の gain が下がる場合もあり、その場合は必要なデータが discriminator の thlethold にかかってしまうということが起こりうる。ゆえに、低いエネルギーの  $\gamma$  線の個数の信頼性が低いと考えられるため、200keV から 250keV のデータは捨てることにした。

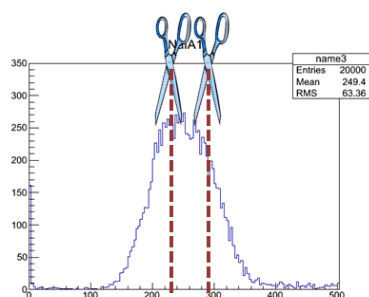


Fig.5.5 NaI シンチレーターのエネルギーヒストグラム (250keV-300keVcutting)

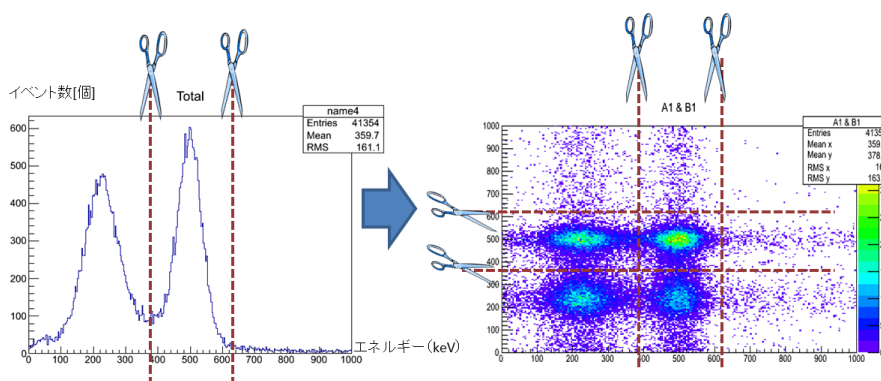


Fig.5.6 左図:各シンチレーターのエネルギー和のヒストグラム; 右図:左図ヒストグラムを2つ各軸に射影した散布図 ( $511 \pm 125(2.5\sigma)$ cutting)

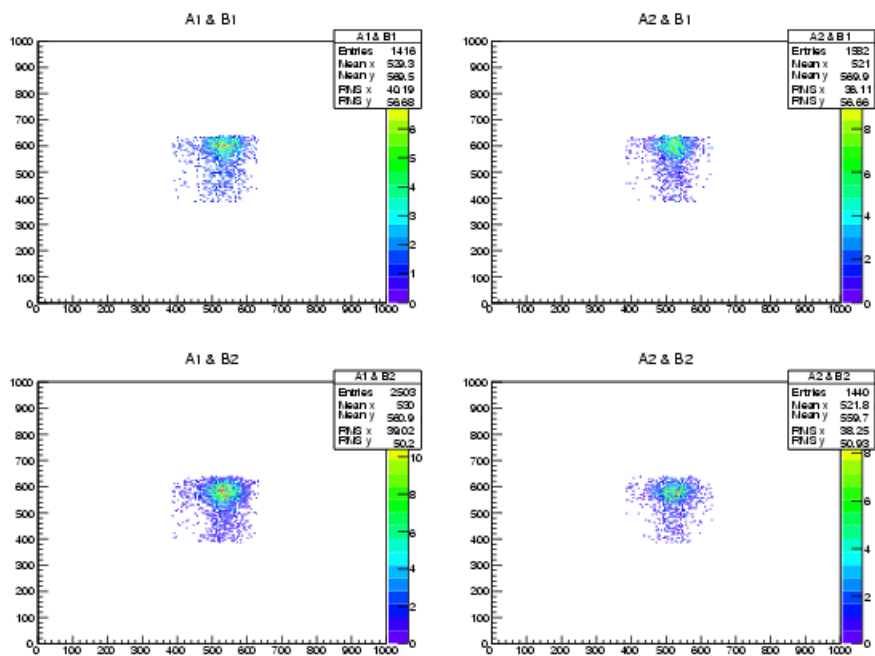


Fig.5.7 (Fig5.6 右図) をエネルギーカット行ったもの (after energy cutting)



## 5.6 角度依存性

前節のようにエネルギーカットしたところ、以下の結果が得られた。

Fig5.8 は、各測定における結果より  $\phi$  角度相関をグラフにし、 $\cos\theta$  関数で fitting したものである。

測定 No	シンチレーター	個数	角度
6coin48-1	A1 + B1	970	270
	A1 + B2	539	180
	A2 + B1	726	45
	A2 + B2	853	315
6coin48-2	A1 + B1	576	315
	A1 + B2	688	225
	A2 + B1	1017	90
	A2 + B2	535	0
6coin48-3	A1 + B1	430	0
	A1 + B2	1007	270
	A2 + B1	987	90
	A2 + B2	509	0
6coin48-4	A1 + B1	863	225
	A1 + B2	1051	135
	A2 + B1	1107	90
	A2 + B2	687	0
6coin48-5	A1 + B1	1394	270
	A1 + B2	747	180
	A2 + B1	1059	135
	A2 + B2	1214	45
6coin48-6	A1 + B1	1345	270
	A1 + B2	670	180
	A2 + B1	673	180
	A2 + B2	1545	90

Table 5.2 各測定における energy cutting 後の測定個数

測定 No	0	45	90	135	180	225	270	315	360
6coin48-1		726			539		970	853	
6coin48-2	535		1017			688		576	535
6coin48-3	430/509		987				1007		430/509
6coin48-4	687		1107	1051		863			687
6coin48-5		1214		747	1059		1394		
6coin48-6			1545		670/673		1345		
average	540.25	970	1164	899	735.25	775.5	1179	714.5	540.25

Table 5.3 各角度における測定個数とその平均値

angulardependence3.dat

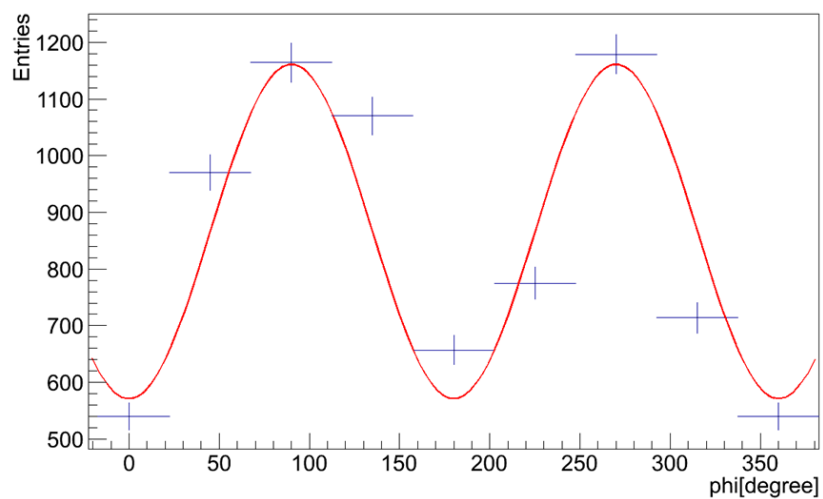


Fig.5.8  $\phi$  依存性:各角度における測定個数の平均値を  $\cos 2\phi$  関数にて fitting したもの

## 6 解析

実験結果より、  
 $\phi$  角度相関の  $\cos 2\phi$  関数による fitting より、以下のことがわかる。

$$P(\phi) \propto \frac{295.3 \pm 13.1}{866.1 \pm 10.1} \cos 2\phi$$

前章までの議論により、

$$P(\phi) = \frac{1}{2} (1 - gq \cos 2\phi)$$

であり、Analyzing power の計算より  $g = 0.319 \pm 0.017$  なので

$$q = \frac{1}{0.319 \pm 0.017} \frac{295.3 \pm 13.1}{866.1 \pm 10.1} = 1.069 \pm 0.076$$

## 7 考察

前章までの議論により、相関値  $q$  は隠れた変数理論の場合、 $q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$   
という弱い相関を示し、量子力学の場合、 $q = 1$  という強い相関を持つことを示した。

今回の実験では、 $q = 1.069 \pm 0.076$  という結果が出た。  
この結果は实在論を否定し、量子論を肯定する結果であると言える。