

物理学実験 II・III

放射線計測 シミュレーション

放射線計測は、素粒子実験の基礎として重要であるばかりではなく、空港での手荷物検査などの非破壊検査、放射線による癌治療、環境放射線等、放射線計測の知識は現代社会のいろいろなところで必要とされている。

この実験では Geant4 シミュレーションプログラムを利用して、放射線計測の基礎について学ぶ。

参考文献：

「放射線計測ハンドブック」 グレン・F. ノル (著) 第3版 (2001/03)

日刊工業新聞社 ISBN-10: 4526047201

「Radiation Detection and Measurement」 Glenn・F. Knoll (著) 第4版 (2010/08)

Wiley ISBN- 978-0470131480

「粒子物理計測学入門」 福井 崇時(著)

共立出版 (1992/04) ISBN- 978-4320030510

§0 準備

0.1 はじめに

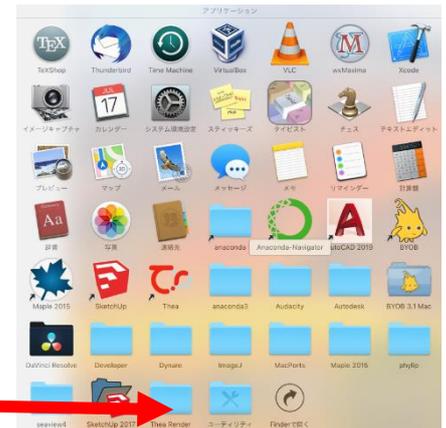
この演習では、X11 というソフトを使います。X11 とは、ウィンドウ・システムを提供する表示プロトコルの一つです。ホスト計算機 (iMac) が、クライアント計算機 (後述する演習用計算機) からのグラフィック要求を受け付け、ホスト計算機上のディスプレイ上に描画します。

X11 の起動は、Finder から

アプリケーション→ユーティリティ→XQuartz

を選択します。(右図)

注:「ユーティリティ」フォルダーは下のほうにあるのでスクロールすること。



次に、画面上部のメニューから

アプリケーション→ターミナル

を選択して、xterm を起動します。(右図)



実習を行うのは、physexp (IP: 133.30.116.249) という計算機です。

そこで、以下のコマンドを入力して、physexp にログインします。

(以下で">"はシェルのプロンプトを表しています。入力するのはそれ以降の文字列です)

> **ssh -Y アカウント@133.30.116.249** ↓

斜体で書かれた文字が入力部分です。↓は"Enter"です。

アカウントは人と場合によって違います。

アカウントとパスワードは、教員かTAに聞いてください。

(ssh で初めて接続するホストは、ホストキーを登録するかどうかを聞かれるので **yes** と入力)

xxxx@133.30.116.249's password: **パスワード** ↓

Last login: from

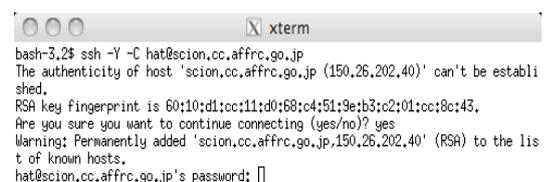
[physexp] /home/xxxx>

と表示されたら、ログイン成功です。

以下のコマンドを入力して、時計を表示させるプログラム (xclock) を起動します。

> **xclock &** ↓

新しいウィンドウが画面に現れて、時計が表示されたら成功です。



プログラムが暴走したときに、停止させる方法を学びましょう。次のコマンドを入力します。

```
> jobs ↓
```

すると、

```
[1]+  Running                  xclock &
```

のように表示されます。これは、xclock が 1 番の番号で実行中 (Running) であることを示しています。

そこで、プログラム (xclock) を停止するために

```
> kill -9 %1 ↓
```

(-9はおまじない。%1の後の数字が jobs で表示された番号[1]に対応
job 番号は kill するごとに増えていきます)

ウィンドウが消えたはずです。

以下のコマンドを入力して、この実験で使用する解析プログラム
(root) を起動します。

```
> root ↓
```

すると、ロゴ(右図) が出た後

```
.....  
*          WELCOME to ROOT          *  
.....
```

```
ROOT 5.28/00 (trunk@37585, Dec 14 2010, 15:20:27 on linuxx8664gcc)
```

```
CINT/ROOT C/C++ Interpreter version 5.18.00, July 2, 2010
```

```
Type ? for help. Commands must be C++ statements.
```

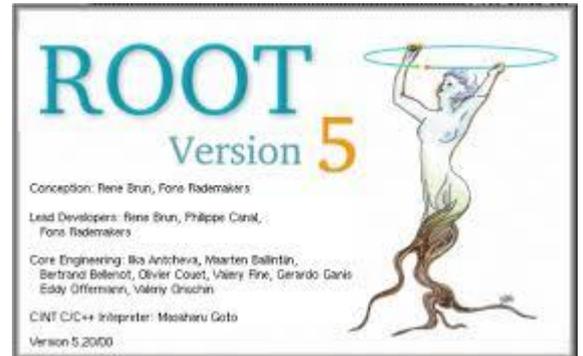
```
Enclose multiple statements between {}.
```

```
root [0]
```

のように表示されます。

```
root [0] .q ↓
```

と入力すると終了します。



解析プログラム root は、CERN で開発されたもので、素粒子、原子核実験分野で標準として使われています。

詳しくは、以下の web ページを見てください (または cern root で検索してみてください)。

マニュアル (英語版) <http://root.cern.ch/drupal/content/users-guide>

マニュアル抜粋 (日本語翻訳) <http://hep.planet-koo.com/index.php?g=root>

(神戸大学理学部卒の先輩が作ったページです)

0.2 シミュレーション

まずは、シミュレーションをはじめてみましょう。

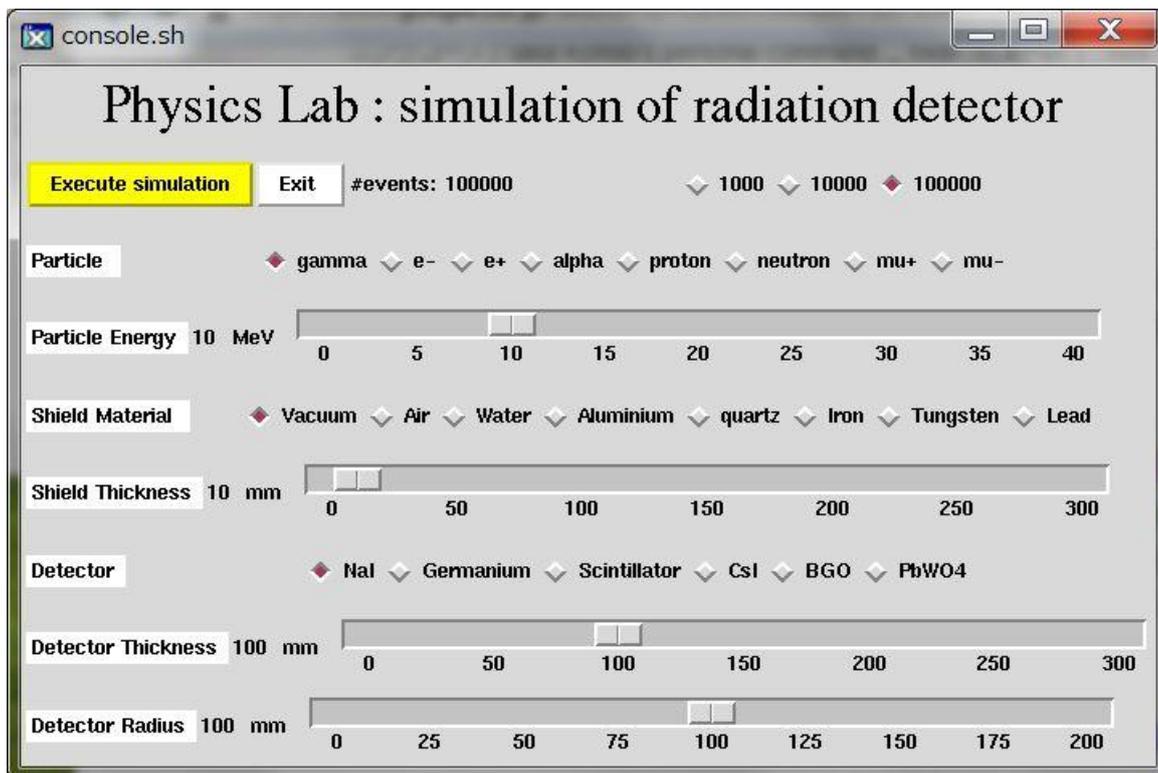
以下のコマンドを入力して、この実験で使用するプログラムを起動します。

```
> cd PPLab ↓
```

```
> ./console.sh & ↓
```

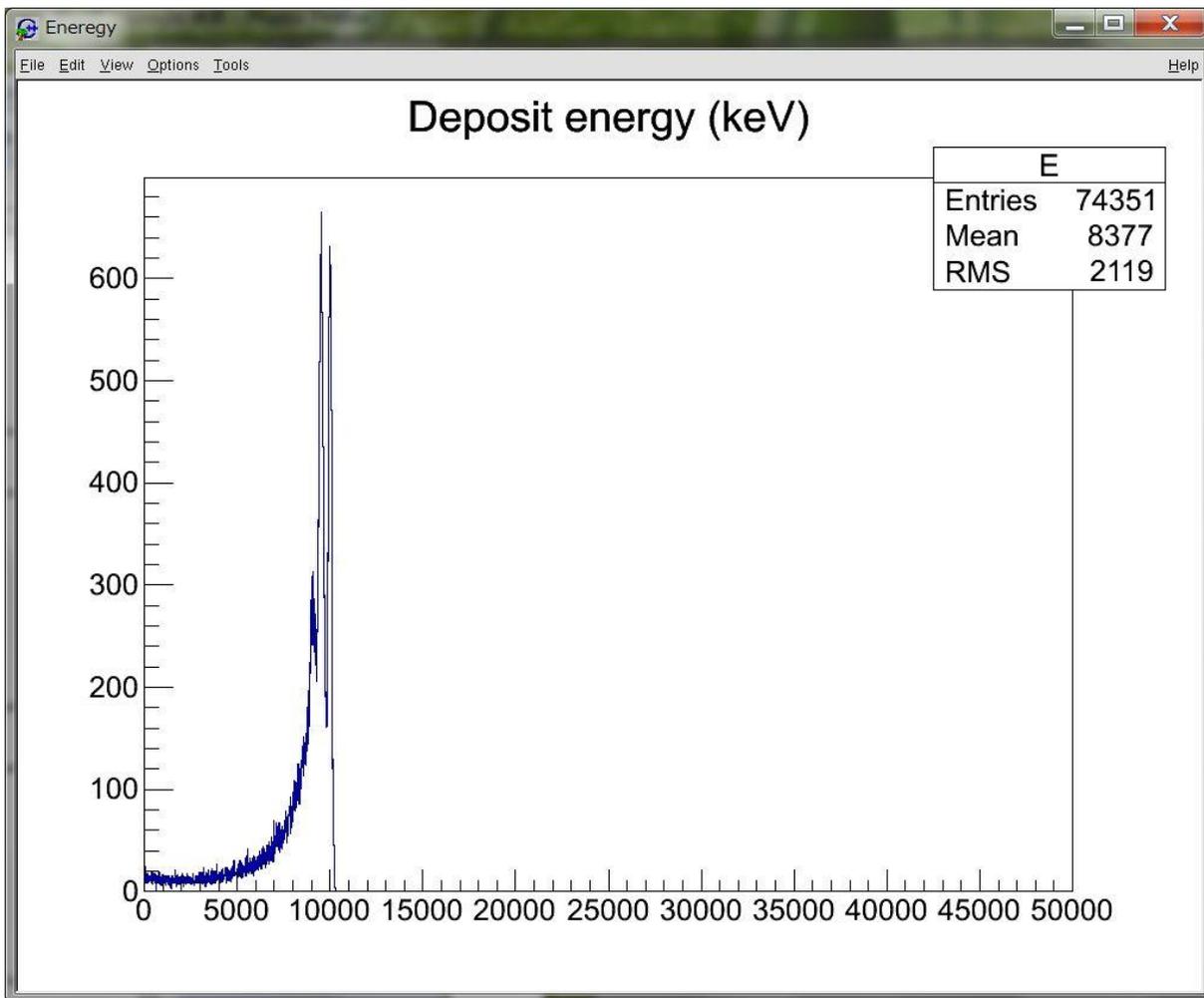
すると、下記のウィンドウが現れます。

注意：最後の”&”は忘れないでください!!



この画面でシミュレーションの設定をします。一番上にある、”Execute simulation”ボタンをクリックすると、シミュレーションが行われます。ボタンをクリックすると、下記のウィンドウが現れます。

(”Exit” ボタンをクリックすると終了します。)



これは、放射線を測定器で検出したときに、観測されるエネルギー（検出器内で損失したエネルギー）を頻度分布（ヒストグラム）です。

このウィンドウのメニューから”File”→”QUIT ROOT”を選んで終了してください。

注意:”QUIT ROOT”を選ばずにウィンドウを閉じると、操作パネルからの入力ができなくなってしまいます。

その時は、”0.1”で示した手順に従い、”./console.sh &”のジョブを kill してください

”Exit” ボタンをクリックすると終了してください。

注意：”*console.sh*” は複数 起動しないでください。応答しなくなったら、”0.1”で示した手順に

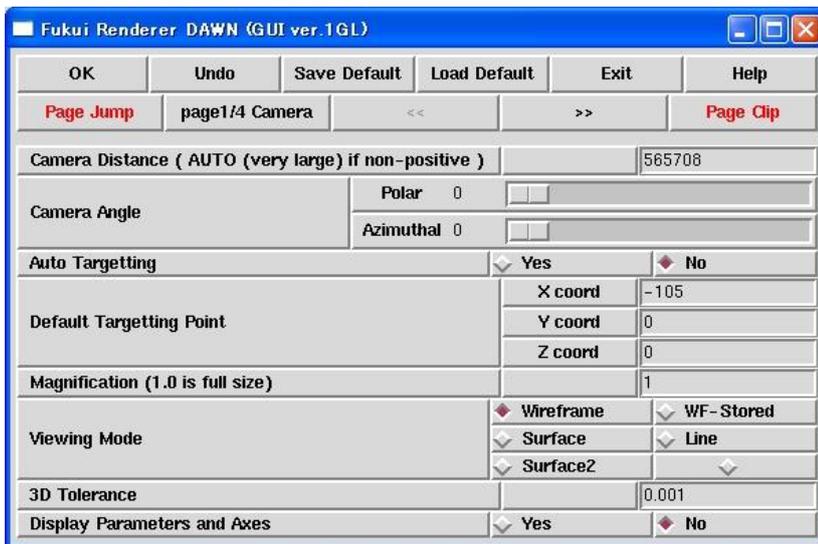
従い、”./console.sh &”のジョブを kill するか、教員・TA に連絡してください。

0.3 (補足) シミュレーション イベント描画

ここでは root による解析ではなく、シミュレーションされたイベントを描画するプログラムを紹介します。以下のコマンドを入力して、プログラムを起動します。

> ***./consoleV.sh &*** ↓

すると、同様のウィンドウが現れ、シミュレーションの設定をしますが、イベント数だけが違います。一番上にある、“Execute simulation”ボタンをクリックすると、シミュレーションが行われます。ボタンをクリックすると、下記のウィンドウが現れます。これで、描画の設定をします。



Camera Angle : カメラの方向

Polar : 天頂角、Azimuthal 方位角

Default Targetting Point : 画面中心座標

Auto Targetting: 中心座標自動設定

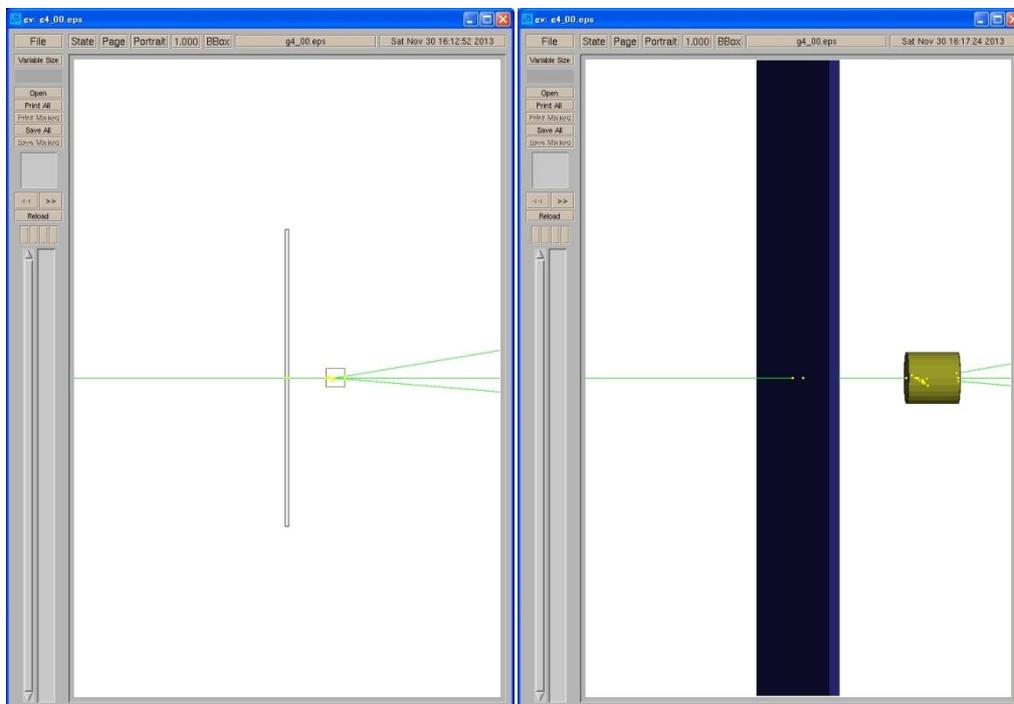
Viewing Mode:

Wireframe: 外形線で表示

Surface: 表面に色づけ

Magnification : 描画拡大倍率

“OK” ボタンを押すと、画面がポップしてきます。



左上のメニューから“File”⇒“Quit”を選択すると終了します。

§ 1 セットアップ

1.1 配置

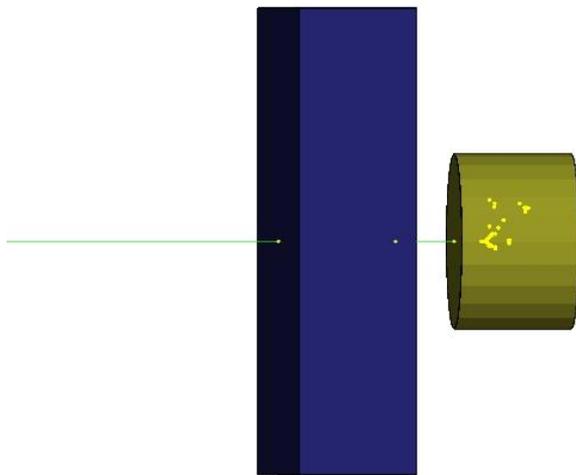
実験室は $2.5\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$ の大きさで、真空になっており、原点を中心に置きます。

放射線（粒子）は x 軸上 $x = -100\text{ cm}$ の位置から、 $+x$ 方向に向かって、1 イベントに 1 個放出されます。放射線の種類、エネルギーはパネルで設定します。

検出器は円筒形（高さ方向が x 軸です）で、原点 ($x = 0$) を表面として設置されます。検出器の種類、厚み、半径もパネルで設定します。

遮蔽シールドの上流側、 10 cm 離れた位置から上流に向かって、遮蔽シールドがあります。シールドの厚み、材質もパネルで設定します。

粒子は x 軸上 $x = -45\text{ cm}$ の位置から、 $+x$ 方向に向かって、1 イベントに 1 個放出されます。



左の図は、

40MeV の γ 線（緑の線）が左から入射し、厚み 200mm の水シールド（青い箱）を通過して直径 300mm 、厚み 200mm の検出器（黄緑の円筒）に捉えられたイベント・ディスプレイです。

シールド及び測定器内の黄色い点は、 γ 線や発生した二次粒子（電子や陽電子）が反応した点を表しています。このシミュレーションでは、1 イベント毎に検出器で測定したエネルギー（検出器内でのエネルギー損失）が記録されます。

1.2 放射線

放射線（radiation）とは、放射性元素の崩壊に伴い放出される粒子線あるいは電磁波を指します。

主にアルファ線（ヘリウム4の原子核）、ベータ線（電子）、ガンマ線（エネルギーの高い電磁波）の3種を言います。

広義には、様々な粒子線や電磁波の総称であり、電離作用を持つ電離放射線について考えることが多いです。この実験では、以下の（素）粒子を用います。

表記	名前	(静止)質量 [MeV/c ²]	電荷 [e:素電荷]
gamma	ガンマ (光子)	0	0
e ⁻	電子	0.511	-1
e ⁺	陽電子	0.511	+1
alpha	アルファ (⁴ He)	3727.4	+2
proton	陽子	938.3	+1
neutron	中性子	939.6	0
mu ⁻	ミュー粒子	105.7	-1
mu ⁺	反ミュー粒子	105.7	+1

粒子のエネルギーは、運動エネルギー T で定義されています。エネルギーは電子ボルト ($eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$) 単位で表現します。粒子の静止質量もエネルギーの単位を使って $[\text{MeV}/c^2]$ で表します (上表)。

$$T = E - m_0 c^2$$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \sqrt{m_0^2 c^2 + p^2 c^2}$$

E : 全エネルギー p : 運動量 v : 速さ
 m_0 : 静止質量 c : 光速 ($=3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$)

粒子の速さが光速より十分小さいとき

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cong m_0 c^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 \right]$$

$$T = E - m_0 c^2 \cong \frac{1}{2} m_0 v^2$$

となって、Newton 力学の式と一致します。

1.3 検出器

この実験では、以下の検出器を用います。

ゲルマニウム以外は、シンチレータと一般的によばれる検出器で、放射線が入射すると、検出器内でのエネルギー損失に応じた光が出ます。この光を光検出器（通常は光電子増倍管、場合によってはフォト・ダイオード）で電荷に変換して測定します。

ゲルマニウムは半導体検出器と一般的によばれる検出器で、放射線が入射すると、検出器内でのエネルギー損失に応じて電子（とホール）が発生し、その電荷を測定します。

表記	名前	密度 [g/cm ³]	輻射長 [cm]	ハドロン反応長 [cm]	阻止能 [MeV/cm]	検出電子数 [keV ⁻¹]
NaI	ヨウ化ナトリウム タリウム添加	3.67	2.59	41.4	4.8	1.3
Germanium	ゲルマニウム 半導体検出器	5.32	2.30	26.9	7.28	250
Scintillator	プラスチック シンチレータ	1.06	41.3	77.1	1.83	0.33
CsI	ヨウ化セシウム タリウム添加	4.51	1.85	37.0	5.60	1.1
BGO	ゲルマニウム酸 ビスマス	7.13	1.11	21.8	9.0	0.13
PbWO ₄	タングステン酸鉛	8.3	0.9	18	10.2	0.004

1.4 遮蔽シールド

この実験では、以下の物質を遮蔽材として用います。

表記	名前	化学式	密度 [g/cm ³]	輻射長 [g/cm ²]	ハドロン反応長 [g/cm ²]	阻止能 [MeV/(g/cm ²)]
Vacuum	真空	-	0	0	0	0
Air	空気	N ₂ /O ₂	1.21 × 10 ⁻³	36.7	90.0	1.82
Water	水	H ₂ O	1.00	36.1	83.6	1.99
Aluminum	アルミニウム	Al	2.70	24.0	106	1.62
quartz	石英	SiO ₂	2.20	27.1	97.4	1.70
Iron	鉄	Fe	7.87	13.8	131.9	1.45
Tungsten	タングステン	W	19.3	6.76	185	1.15
Lead	鉛	Pb	11.4	6.37	194	1.12

§ 2 阻止能

2.1 電離

荷電粒子が物質中を通過すると、物質中の電子と荷電粒子間のクーロン力によって電子が原子から電離され、荷電粒子のエネルギーの一部が電離した電子に与えられる。

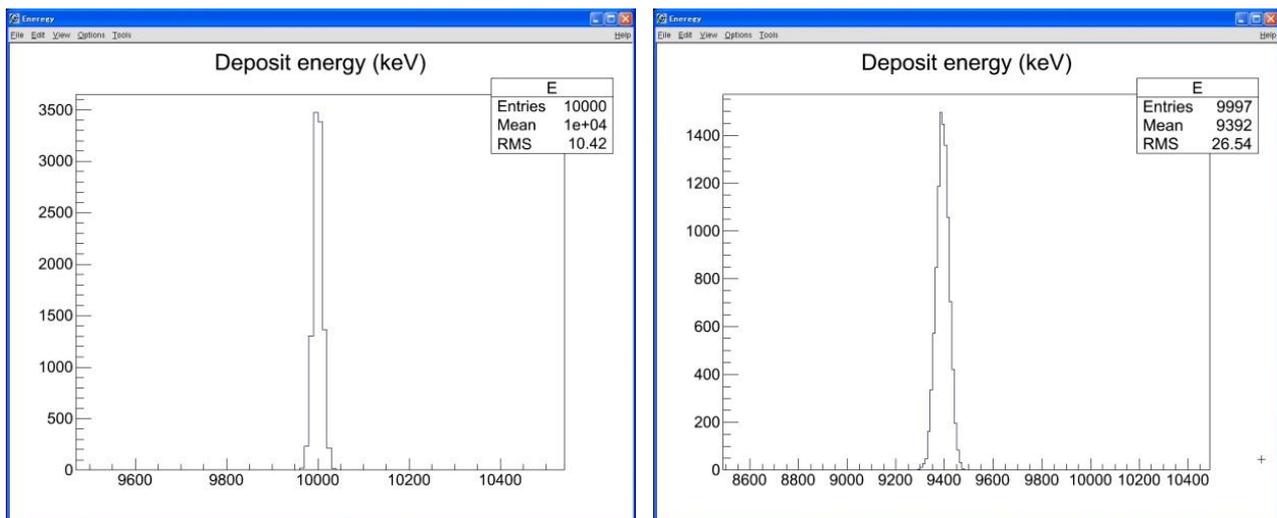
実験 2-1

以下のような設定で、10MeV の α 粒子を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
1000	alpha	10 MeV	Vacuum	10 mm	Germanium	50 mm	50 mm

表示されたグラフの Entries は 1000 であり、全ての α 粒子が検出器に到達したことを示している。また、平均値は 1.0×10^4 [keV] であり、エネルギーも低下していない。(下左図。グラフの拡大の仕方は、実験 2-3 の項を参照してください)

次に、遮蔽を「Air 10mm」にしてみよう。表示されたグラフの Entries は 998 であり、いくつかの α 粒子が検出器に到達できなかったことを示している。また、平均値は 9.4×10^3 [keV] であり、エネルギーが低下している。



空気の厚みを 10~90mm の範囲で 20mm 毎に変化させたときの、検出されたエネルギーの平均をプロットしなさい。また、10MeV の α 粒子について、アルファ線が透過しなくなる (Entries が 0) となる厚みを求めなさい。この荷電粒子を止める厚さ (別の言い方をすると粒子が走る距離) を飛程 (range) と呼びます。

次に、5MeV の α 粒子について空気中での飛程を、上記の結果から推測しなさい。また、実際にシミュレーションを行って、その推測値が正しいことを確認しなさい。

2.2 Bethe-Bloch の式

エネルギー損失を量子力学的に正しく導いたのが、Bethe-Bloch の式である。

$$-\frac{dE}{dx} = Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{2m_e c^2 \beta^2 T_{max}}{I^2 (1 - \beta^2)} \right\} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta)}{2} \right]$$

ここで、 β は入射荷電粒子の速度（光速 $c=1$ として）、 z は荷電粒子の電荷（素電荷を単位として）で、 $m_e c^2$ は電子の静止エネルギー（=511keV）である。

Z 、 A はそれぞれ物質の原子番号、質量数で、 I はイオン化エネルギーである。物質の厚み x は1平方 cm あたりの質量[g/cm²]で与えられ、厚みを長さ t [cm]で表したときとの関係は、物質の密度を ρ [g/cm³]として、 $x = \rho t$ と与えることができる。

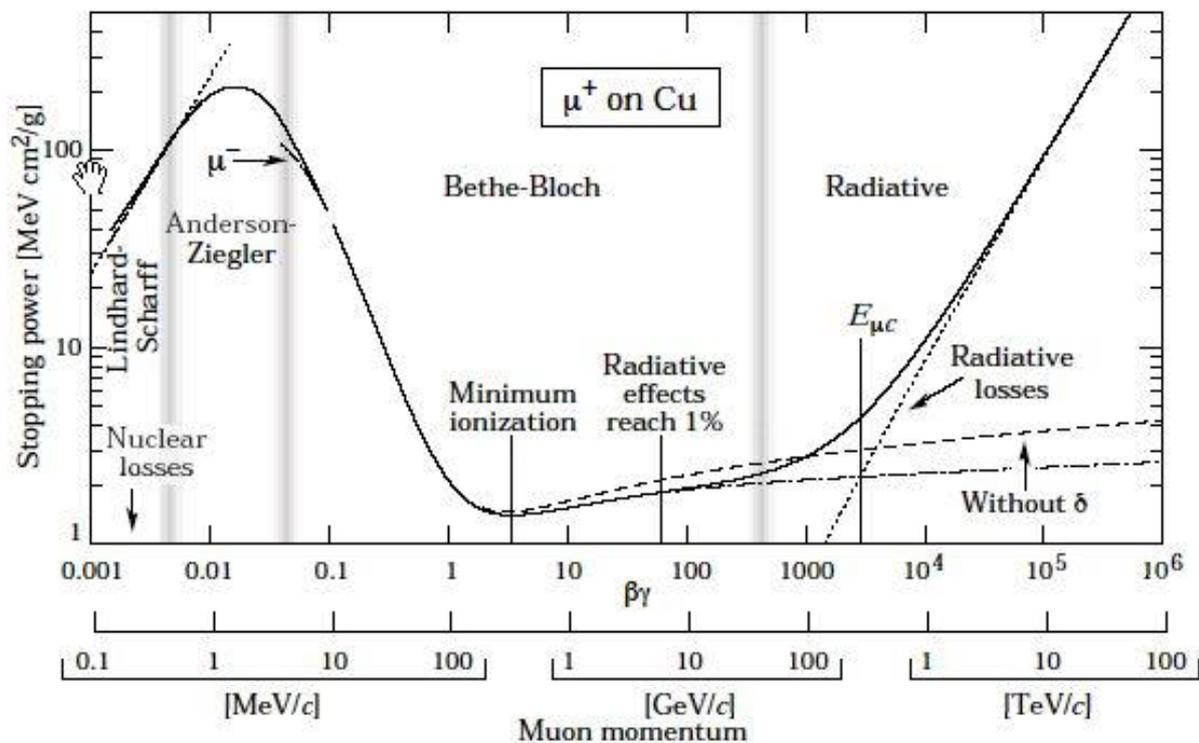
比例定数 K は

$$K = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 = 0.307 \left[\frac{\text{MeV}}{\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}} \right]$$

で与えられる。

δ は density effect とよばれ、高エネルギーの粒子に対しては横成分の電場が γ で増加するが、物質中では分極によりその電場が遮蔽される影響をとりいれている。

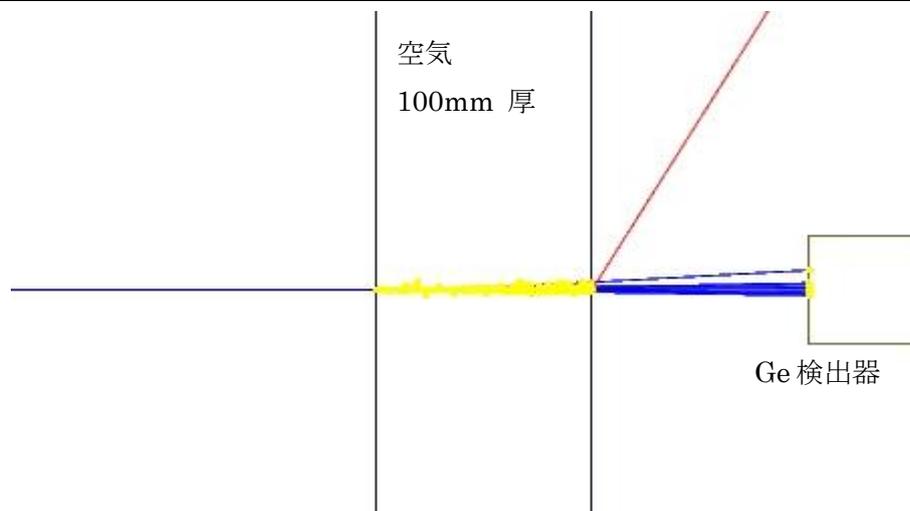
エネルギー損失は、速度が小さいときは β の二乗に反比例し速度が大きくなると小さくなるが、エネルギーが高くなると \ln のなかの $1 - \beta^2$ によって増加する。 $\beta \sim 0.95$ 付近で極小値をとり、minimum ionization と呼ばれ（1.3 表中の阻止能はこの値）、 $dE/dx \sim 1\text{MeV}/[\text{g}/\text{cm}^2]$ となる



実験 2-2

以下のような設定で、10MeV の陽子を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
1000	proton	10 MeV	Air	100 mm	Germanium	50 mm	50 mm



左の図は、
10MeV の陽子（青線）が
左から入射し、
厚み 100mm の空気の層
を通過して
直径 50mm、厚み 50mm の
Ge 検出器捉えられた事象
を 10 イベント重ねて
表示したものです。
空気の層の中で陽子は
反応を起し（黄点）、方向

が変わっていることがわかります。また、エネルギーの高い電子（赤線）を放出している事象もあります。

空気の厚みを 100～500mm の範囲で 100mm 毎に変化させたときの、検出されたエネルギーの平均をプロットしなさい。

また、実験結果を実験 2-1 と比較して、粒子による単位長さあたりのエネルギー損失（上記プロットの傾き）が、2.2 の Bethe-Bloch の式で説明できることを示しなさい。つまり、エネルギー損失が、入射荷電粒子の速度 β の自乗に（ほぼ）反比例し、粒子の荷電の自乗に比例していることを示しなさい。

運動エネルギーと速度 β の関係は非相対論的關係式に従っているとしなさい。

$$T = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} m_0 c^2 \beta^2$$

実験 2-3

以下のような設定で、 μ + 粒子を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
10000	mu+	10 MeV	Water	5 mm	Germanium	50 mm	50 mm

表示されたグラフ（右図）のピーク部分を拡大しよう。

グラフの横軸の数字付近にカーソルを持っていくと、カーソルのアイコンが変化する。そこで、左クリックするとその位置に縦線が現れる。そこで、左クリックしたまま左右に動かすと、2本目の縦線が現れる。この縦線の間にはピークを入れるようにして、クリックを離すと、その部分が拡大されたグラフが現れる。

もしくは、カーソルのアイコンが変化したところで、右クリックするとメニューが表示されるので、“SetRangeUser”を選ぶ。すると、ウィンドウがひらくので、下限値と上限値を入力する。

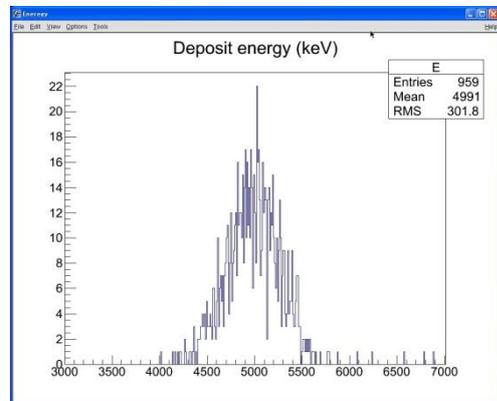
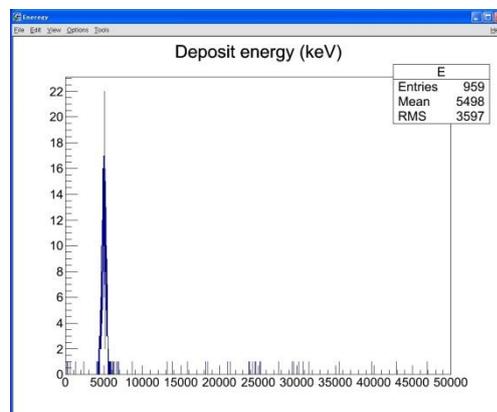
もとに戻すには、右クリックしてメニューから“UnZoom”を選べばよい。

このとき、グラフの右に表示された値は、表示領域内での

Mean：平均値

RMS：二乗平均平方根（Root Mean Square）

である。（Entries: 事象数はグラフ全体）



粒子のエネルギーを 10,20,30,40MeV にしたときの、エネルギーのピーク付近の平均値からエネルギー損失をもとめて、粒子のエネルギーの関数としてプロットしなさい。

この結果のエネルギー依存性が、上記の Bethe-Bloch の式で説明できることを示しなさい。つまり、エネルギー損失が、入射荷電粒子の速度 β の自乗に（ほぼ）反比例していることを示しなさい。

（運動エネルギーと速度 β の関係は 8 ページを参照）

2.3 電子の飛程

電子も物質を電離（励起）しながらエネルギーを失い、ついには止まってしまいます。電子が止まるまでに走る距離（飛程）は、物質の種類によっても異なりますが、おおまかに

$$R = 0.542E - 0.133 \quad (E > 0.8\text{MeV})$$

$$R = 0.407E^{1.38} \quad (0.8 > E > 0.15\text{MeV})$$

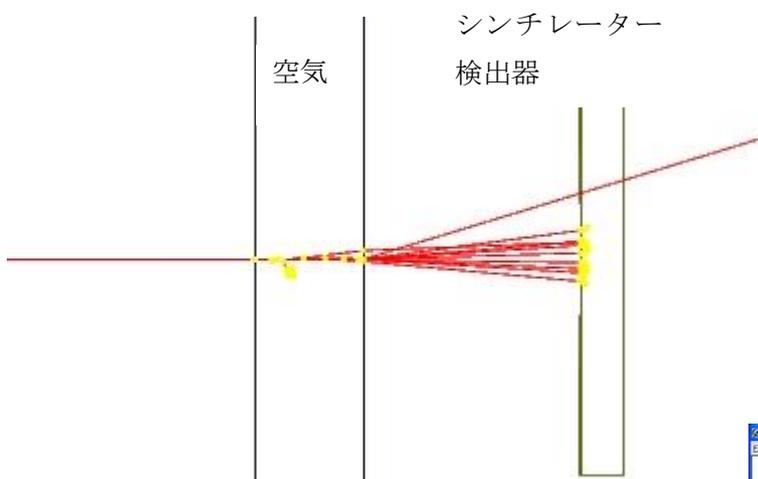
という関係があります（Feather の式）。ここで、電子のエネルギー E は（MeV）で、飛程 R は質量厚さ（g/cm²）で与えられます。例えば、1MeV の運動エネルギーを持つ電子の飛程は、おおよそ 0.4g/cm² となります。

陽電子も電子と同様にエネルギーを失っていきますが、電子と違って物質中には陽電子の反粒子である電子が数多く存在します。陽電子は電子と対消滅して2つ（稀に3つ）のガンマ線に崩壊します。

実験 2-4

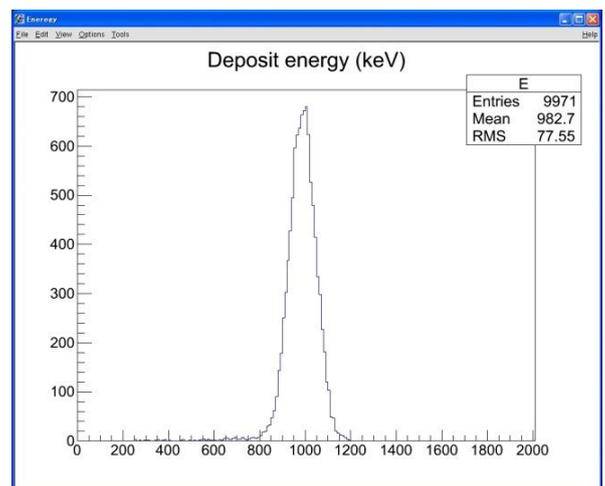
以下のような設定で、電子を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
10000	e ⁻	1 MeV	Air	50 mm	Scintillator	20 mm	200 mm



左の図は、1MeV の電子（赤線）が左から入射し、厚み 50mm の空気の層を通過して直径 200mm、厚み 20mm のシンチレーター検出器で捉えられた事象を 10 イベント 重ねて表示したものです。空気の層の中で電子は反応を起し（黄点）、方向が大きく変わっていることがわかります。

右図は、検出器で観測されたエネルギーの分布です。検出器は Scintillator であり、 γ 線はほとんど検出されないで、電子のエネルギーのみ観測されます。この場合の、エネルギーの平均は 982.7keV であり、空気中でのエネルギー損失は少ない事がわかります。



空気の厚みを 50～450mm の範囲で 100mm 毎に変化させたときの、検出されたエネルギーの平均及び事象数（Entries）をプロットしなさい。

また、0.5MeV の運動エネルギーを持つ電子についても、空気の厚みを 50～450mm の範囲で 100mm 毎に変化させたときの、検出された事象数(Entries)をプロットして、飛程を推測しなさい。

この飛程を上記の Feather の式と比較しなさい。

2.4 制動輻射 (Bremsstrahlung)

荷電粒子が高速 ($\gamma > \sim 10000$) になると、物質の原子核の電場と相互作用を起こして、制動輻射という現象が顕著になります。

右図は、電子 (及び陽電子) のエネルギー損失を、エネルギーの関数で表したものです。高エネルギー電子 ($E > \sim 10 \text{ MeV}$) の場合、物質中を通過する際の制動輻射によるエネルギーの変化は

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0}$$

と表すことができ、 X_0 は輻射長(radiation length)と呼ばれます。

この輻射長は、原子番号が大きいほど短く、近似的に

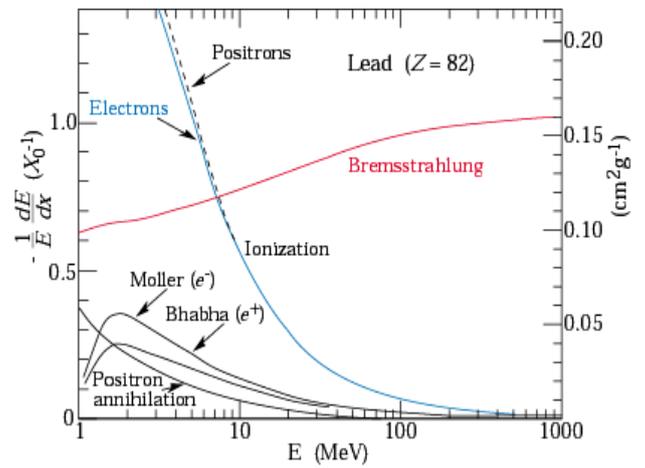
$$X_0 = 716.4 \frac{A}{Z(Z+1)\ln\left(\frac{287}{\sqrt{Z}}\right)} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2}\right]$$

で与えられます。

制動輻射によるエネルギー損失と電離によるエネルギー損失が等しくなる点での電子のエネルギーを、臨界エネルギー E_c と呼び、原子番号 Z をもつ物質中では近似的に

$$E_c = \frac{800}{Z+1.2} [\text{MeV}]$$

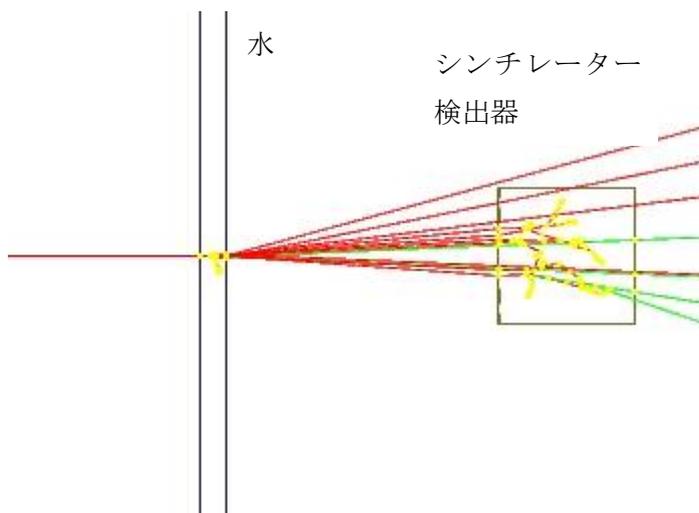
で与えられます。



実験 2-5

以下のような設定で、電子を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
10000	e ⁻	10 MeV	Water	10 mm	Scintillator	50 mm	50 mm



左の図は、
 10MeV の電子 (赤線) が左から入射し、
 厚み 10mm の水の層
 を通過して
 直径 50mm、厚み 50mm の
 シンチレーター検出器で捉えられた事象を
 10 イベント重ねて表示したものです。
 水の層の中で電子は反応を起し (黄点)、
 方向が大きく変わったり、
 制動輻射で γ 線 (緑線) を放出したり
 することがわかります。

また、シンチレーター内でも反応を起し (黄点)、

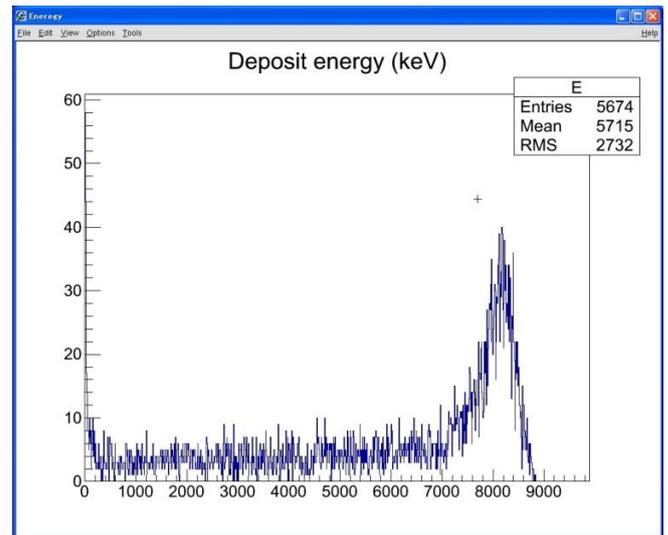
制動輻射やコンプトン散乱で γ 線 (緑線) を放出したりすることがわかります。

検出器を **Scintillator** にしているので、制動輻射で放出される γ 線はほとんど検出されないので、電子のエネルギーのみ観測されます。

表示されたグラフは右図のようになります。

エネルギーの上限は **8.7MeV** 付近であり、水中で電離を起して、もとの **10MeV** より低いエネルギーになっています。

また、水中で制動放射を起し、大きくエネルギーを失った電子も多く有ります。検出された事象数 (**Entries**)は **10000** よりも小さく、これらの電子は水中で制動放射を起し止まったと考えられます。



水の厚みを **5~40mm** まで **5mm** ずつ変えて、**Entries** と平均エネルギーをプロットしてみなさい。
また、**10MeV** の電子の数が、**1/100** になる水中での長さを求めなさい。

実験 2-6

以下のような設定で、電子を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield	Detector		
10000	e ⁻	10 MeV	Water	1 mm	Scintillator 20 mm	50 mm

表示されたグラフは右図のようになります。実験 2-5 同様、検出器を **Scintillator** にしているので、制動輻射で放出される γ 線はほとんど検出されないので、電子のエネルギーのみ観測され、電子が厚み **20mm** を突き抜けた時のエネルギー損失である **3.5MeV** 付近にピークが立ちます。

遮蔽シールドの厚みは **1mm** のままで、

水、

アルミニウム、

石英、

鉄、

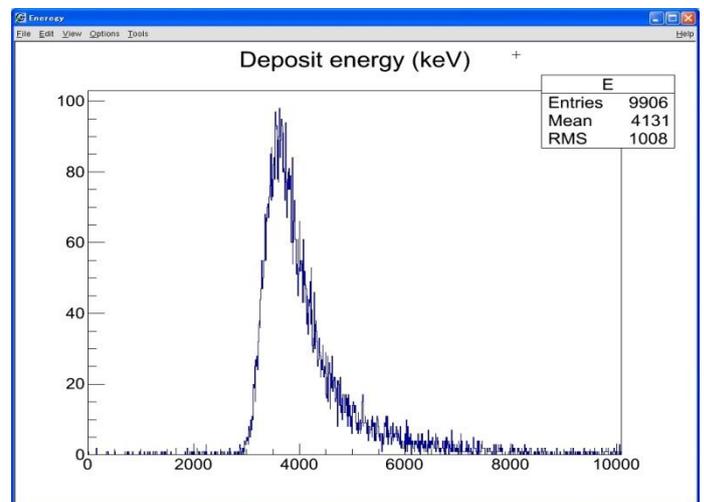
鉛

と物質を変えて、**Entries** を求めなさい。

物質の放射長(p9 参照)の単位で表した物質の厚み

$$t = \frac{\text{密度} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right] \times \text{厚み}[\text{cm}]}{\text{放射長} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]}$$

の関数として **Entries** をプロットしよう。(縦軸 対数目盛)



実験 2-7

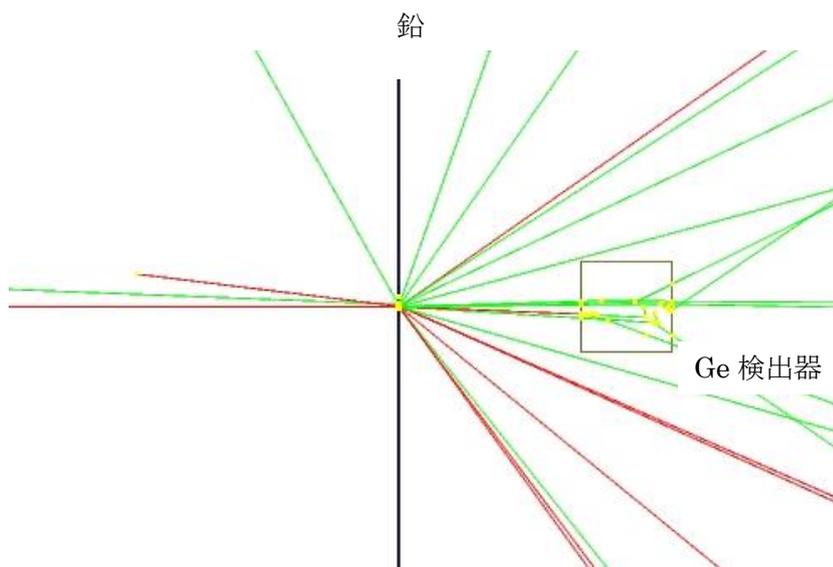
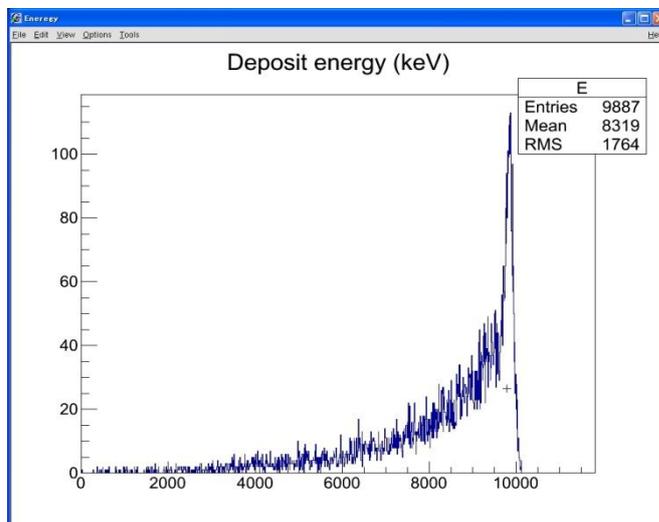
以下のような設定で、電子を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
10000	e ⁻	10 MeV	Water	1 mm	Germanium	50 mm	50 mm

表示されたグラフは右図のようになる。2-6 と違い検出器が Germanium なので、制動輻射で放出されるγ線も検出され、元のエネルギーである 10MeV 付近にピークが立ちます。

遮蔽シールドの厚みは 1mm のままで、水、アルミニウム、石英、鉄、鉛と物質を変えて、物質の輻射長の単位で表した物質の厚み関数として Entries をプロットしよう。

(縦軸 対数目盛)



左の図は、10MeV の電子（赤線）が左から入射し、厚み 1mm の鉛の板を通過して直径 50mm、厚み 50mm の Ge 検出器で捉えられた事象を 10 イベント重ねて表示したものです。鉛の中で電子は反応を起し（黄点）、方向が大きく変わったり、制動輻射でγ線（緑線）を放出したりして、検出器に届いていないことがわかります。

§ 3 γ 線

3.1 断面積と減衰長

標的となる原子が単独で存在したとし、そこに単位面積・単位時間あたり F 個の γ 線が入射し、そのうちの N 個の γ 線が単位時間あたりに反応を起こしたとする。このとき、この反応の断面積 σ を

$$\sigma \equiv \frac{N}{F}$$

と定義する。断面積は面積の次元をもつ。

標的原子が半径 R の剛体球、 γ 線が質点という古典的な模型を考えると、質点が剛体球に衝突する単位時間あたりの個数 N が

$$N = \pi R^2 \cdot F$$

となり、断面積 $\sigma = \pi R^2$ が、入射方向に垂直な平面射影された剛体球の面積に等しいことから、断面積の意味することがわかる。

原子核反応に関する断面積を表す単位としては、

$$\text{barn} = 1 \times 10^{-24} \text{cm}^2$$

がよく使われる。

標的が密度 ρ [g/cm³]、厚み dt [cm] をもち、質量数 A [g/mol] の原子でできているとする。単位面積・単位時間あたり N 個の γ 線が入射し、反応の断面積を σ とすると、単位時間あたりに反応した γ 線の個数、すなわち入射 γ 線数の減少分 $-dN$ は、

$$-dN = N \frac{\rho N_A}{A} \sigma dt$$

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{\rho N_A \sigma}{A} N$$

よって、単位面積・単位時間あたり N_0 個の γ 線が、厚み t [cm] を通過した後の γ 線の個数 $N(t)$ は

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{\rho N_A}{A} \sigma t\right)$$

であり、減衰長（吸収長） λ [cm]

$$\lambda = \frac{A}{\rho N_A \sigma}$$

をもちいて、

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\lambda}\right)$$

となる。つまり、減衰長（吸収長）は γ 線の個数が $1/e$ になる長さである。

3.2 γ 線の反応

γ 線も電磁波の一種である。波長 λ を持つ光子のエネルギーは、

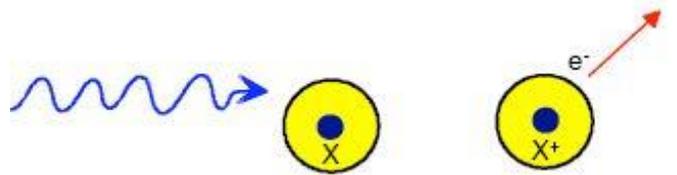
$$E_\gamma = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1.24[\text{eV}]}{\lambda[\mu\text{m}]}$$

で与えられます。

γ 線と物質の反応（「相互作用」と呼びます）には次の3種類があります。

光電効果

右図のようにガンマ線の全エネルギーが吸収されて物質中の軌道電子がたたき出されます。電子の運動エネルギーはガンマ線のエネルギーから電子の束縛エネルギーを引いた値になります。



原子核が反跳することで、運動量保存則とエネルギー保存則がみたされるので、この反応は原子核等の作る外場の中でしか起こりません。従って光電効果

は、原子核に最も強く束縛されている電子、すなわち K 殻電子で起こりやすく、全体の約 80% を占めます。

$E_\gamma = h\nu < I_K$ (I_K は K 殻電子の束縛エネルギー) の場合には K 殻電子での光電効果は起こらないので、断面積は急激に減少します。これを K 吸収端とよびます。

K 殻電子での光電効果断面積は、 $E_\gamma < m_e c^2$ の時

$$\sigma^K = \sqrt{32}\alpha^4 Z^5 \left(\frac{m_e c^2}{E_\gamma}\right)^{3.5} \sigma_{TH}$$

ここで σ_{TH} は、トムソン散乱の断面積

$$\sigma_{TH} = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 6.65 \times 10^{-25} [\text{cm}^2]$$

r_e は古典電子半径

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2.82 \times 10^{-15} [\text{m}]$$

α は微細構造定数

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137.04}$$

である。

$E_\gamma \gg m_e c^2$ の時、光電効果断面積は

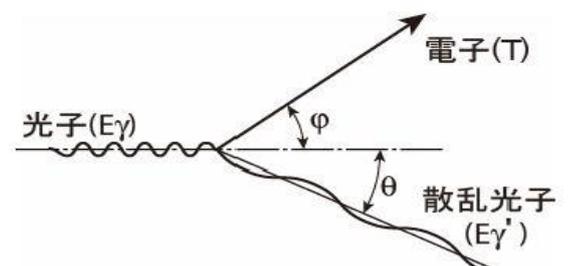
$$\sigma^K = 4\pi r_e^2 \alpha^4 Z^5 \frac{m_e c^2}{E_\gamma}$$

コンプトン散乱

右図のように物質中の電子とガンマ線が弾性散乱をしてガンマ線のエネルギーの一部が電子に与えられます。

散乱前後の γ 線のエネルギーと散乱角 θ の関係は、

$$\frac{E_\gamma'}{E_\gamma} = \frac{m_e c^2}{m_e c^2 + E_\gamma(1 - \cos\theta)}$$



後方散乱 ($\theta = \pi$) の時、電子に与えられるエネルギーは最大となり、

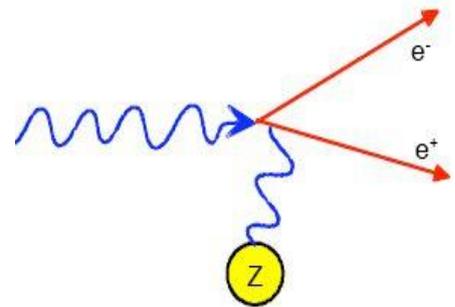
$$T_{max} = E_\gamma - E_\gamma'(\theta = \pi) = \frac{E_\gamma}{1 + m_e c^2 / 2E_\gamma}$$

コンプトン断面積は、 $E_\gamma \sim m_e c^2$ の時

$$\sigma^C \approx 2\pi r_e^2 Z$$

対生成

右図のようにガンマ線のエネルギーが電子・陽電子対に与えられます。従って、対生成の起きるのは γ 線のエネルギーが 1022keV 以上のときです。また、原子核が生成された電子又は陽電子との電磁相互作用によって反跳することによって、運動量保存則が満たされていますので、対生成は真空中では生じえません。



原子番号 Z の原子核との対生成反応の断面積は、 $E_\gamma \gg m_e c^2$ の時

$$\sigma^{pair} = 4\alpha r_e^2 Z^2 \left[\frac{7}{9} \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{109}{54} \right]$$

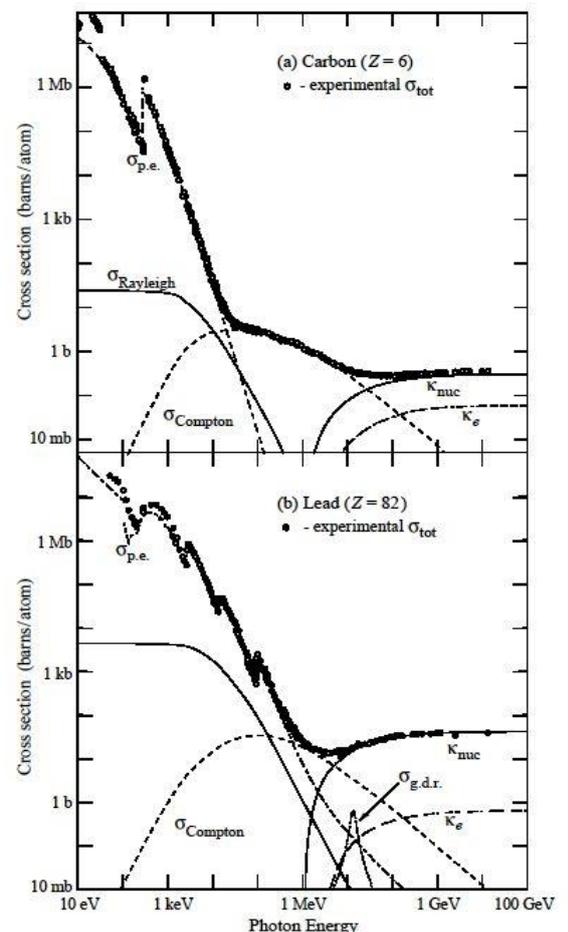
従って、輻射長 X_0 で表すと

$$\sigma^{pair} \cong \frac{7}{9} \frac{A}{N_A} \frac{1}{X_0}$$

これらのガンマ線と物質の反応は、ガンマ線のエネルギーや物質の種類によって反応の起こる確率が異なります。

右図は炭素（上）と鉛（下）の γ 線との反応の断面積を表したものです。

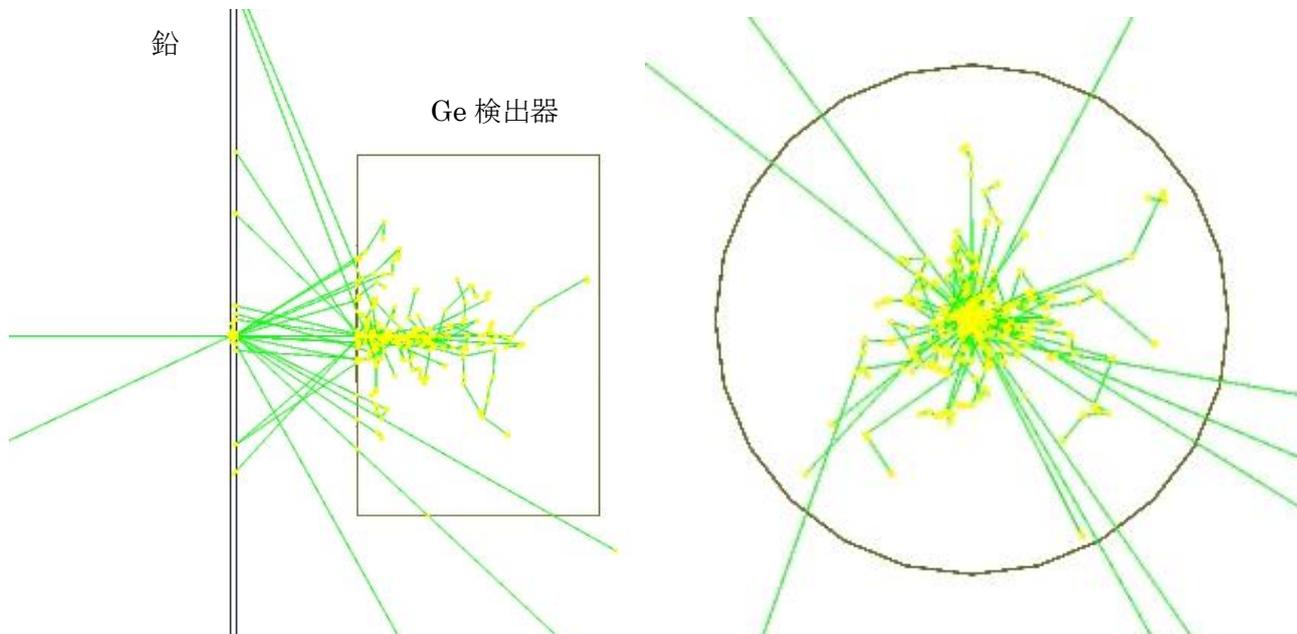
例えば 100keV 以下のエネルギーでは光電効果が殆どですが、10MeV 以上では対生成の確率ももっとも大きくなります。また、原子番号 Z が大きい物質ほど、光電効果の確率が大きくなります。



実験 3-1

以下のような設定で、 γ 線を発生させよう。

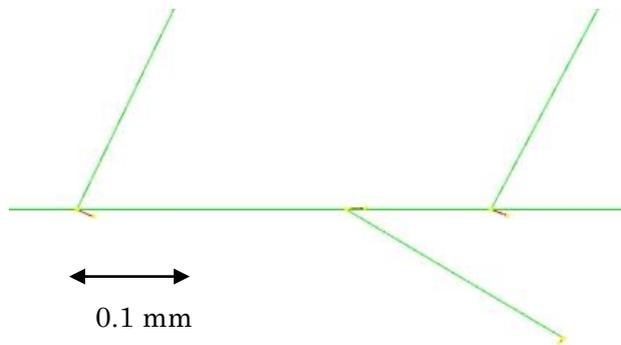
#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
10000	gamma	1 MeV	Vacuum	10 mm	Germanium	300 mm	200 mm



上左図は、1MeVの γ 線(緑線)が左から入射し、厚み5mmの鉛の板を通過して、直径300mm、厚み200mmのGe検出器で捉えられた事象を100イベント重ねて表示したものです。

上左図は、入射に垂直方向な面に投影してみた図です。

鉛の中で γ 線は反応を起し(黄点)、コンプトン散乱の γ 線(緑線)を放出していることがわかります。コンプトン散乱や光電効果ででてきた電子の飛程は短いので見えません。



鉛の中を拡大すると、左図のように見えます。

(10 イベント重ねて表示)

γ 線はコンプトン散乱を起し(黄点)、散乱された γ 線や電子(赤線)が見えます。

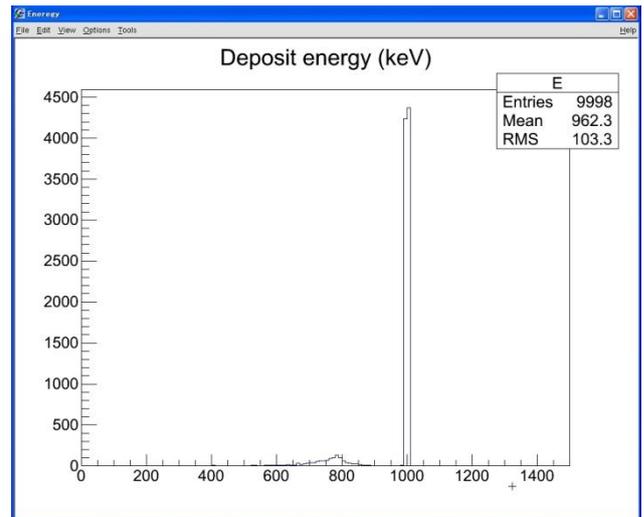
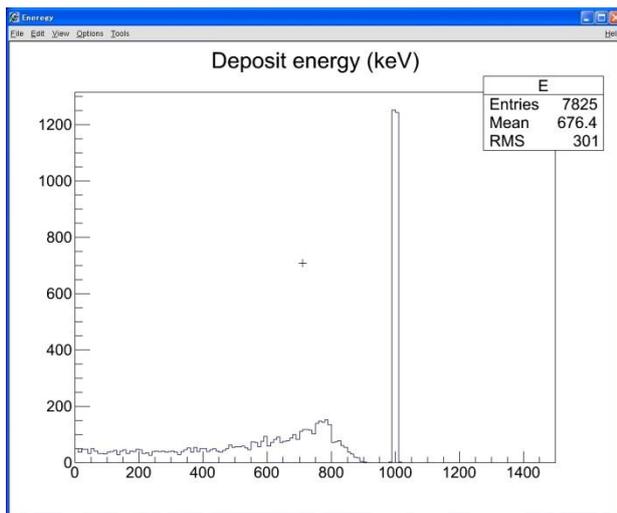
表示されたグラフは下左図のようになります。

下右図のように拡大すると、元のエネルギーである 1MeV 付近 2 bin くらいにピークが立つので、これから反応しなかった γ 線の数を求めることができ（有効数字 2 桁でよい）、 γ 線の数 は 8500 程度となります。

元のエネルギーである 1MeV 付近のピークを拡大します。この事象数を数えるには、カーソルを右上の **Entries** の記載された枠内に持っていき、右クリックでメニューを表示して”SetOptStat”を選ぶ。ウィンドウが開かれるので、”111111”を入力する。

すると、ヒストグラム中の全事象数 ”Integral” が現れる。

γ 線の数 が 10000 にならないのは、測定器で全てのエネルギーを落とさずに抜けていったものを数え落としているからです。



検出器が Germanium で、厚み 300mm、半径 200mm と最大に設定した状態で、遮蔽シールドを鉛にして、厚みを 5~50mm まで 5mm きざみで変化させたときに、反応しなかった γ 線の数 をプロットしよう。

これから、 γ 線の数 が $1/e$ になる厚さ（吸収長）を有効数字 2 桁で求めなさい。

また、0.5MeV の γ 線についても吸収長を有効数字 2 桁で求めなさい。

吸収長の γ 線のエネルギー依存性について、断面積との関係から考察しなさい。

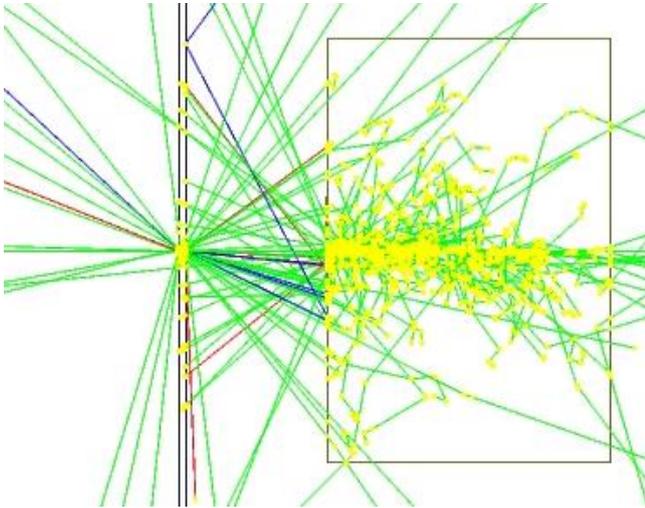
1MeV の γ 線について、同様の測定をアルミニウムで、厚みを 10~100mm まで 10mm きざみで変化させて行いなさい。

アルミと鉛の吸収長を $[g/cm^2]$ を単位として表しなさい（つまり、長さで表した吸収長に密度をかける）。この吸収長さの違いを、断面積との関係から考察しなさい。

実験 3-2

以下のような設定で、 γ 線を発生させよう。

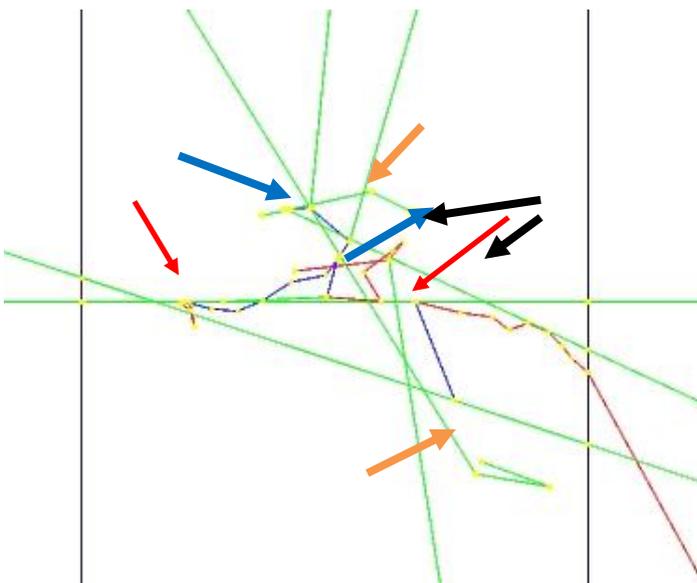
#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
10000	gamma	10MeV	Lead	5 mm	Germanium	300 mm	200 mm



左図は、10MeV の γ 線（緑線）が左から入射し、厚み 5mm の鉛の板を通過して、直径 300mm、厚み 200mm の Ge 検出器で捉えられた事象を 100 イベント重ねて表示したものです。

鉛の中で γ 線は反応を起し（黄点）、電子（赤線）、陽電子（青線）対生成を起していることがわかります。

たくさん出ている γ 線（緑線）は、コンプトン散乱や電子、陽電子からの制動輻射、陽電子・電子対消滅の γ 線です。



左図は、鉛の中を拡大したものです。

電子（赤線）、陽電子（青線）対生成を起して（赤矢印）いることがわかります。

また、陽電子が鉛の中の電子と対消滅をおこして（青矢印）、反対方向にでる 2 本の γ 線（緑線）になっているのも見えます。 γ 線（緑線）が折れ曲がっている（黄矢印）のはコンプトン散乱、途切れている（黒矢印）のは光電効果ですが、電子の飛程は短いので見えません。

また、電子や陽電子が止まるまでに何度も散乱を受けて、軌道がギザギザになっています。

表示されたグラフは右図のようになります。

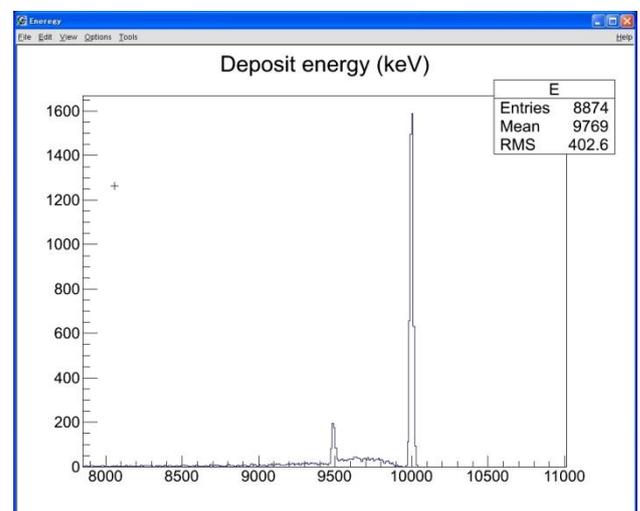
元のエネルギーである 10MeV 付近にピークがあるが、9.5MeV 付近にもピークがあります。

これは“エスケープ・ピーク”と呼ばれるものです。

入射 γ 線のエネルギー $E_\gamma > 2m_e c^2$ であり、電子・陽電子対生成が起こったとき、電子と陽電子の運動エネルギーの和 T_{tot} は

$$T_{tot} = E_\gamma - 2m_e c^2$$

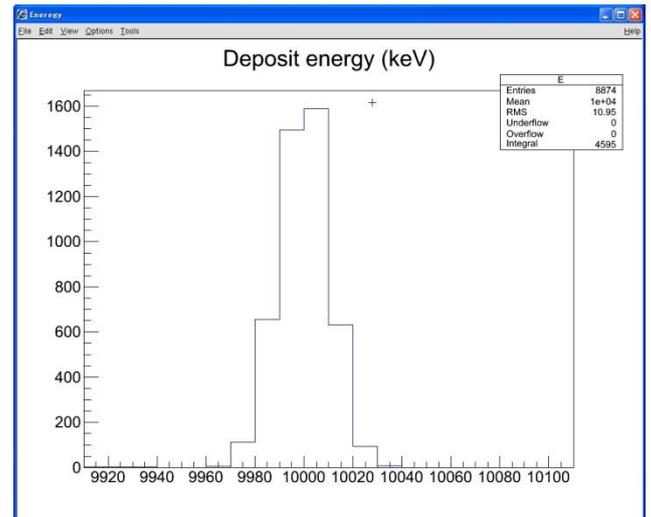
となります。



しかし、陽電子は静止した後、物質中の電子と対消滅して2つのガンマ線に崩壊します。

この時の γ 線のエネルギーは、電子の静止質量と等しくなります。従って、この2つの γ 線の両方とも観測できれば、元の γ 線のエネルギー E_γ が観測できます。もし、対消滅した γ 線のうち一つを逃すと、 γ 線のエネルギー E_γ から 511keV 低くなり、これが“エスケープ・ピーク”です。

元のエネルギーである 10MeV 付近のピークを拡大します。この事象数を数えるには、以下のようにします。カーソルを右上の **Entries** の記載された枠内に持っていき、右クリックでメニューを表示して“SetOptStat”を選びます。ウィンドウが開かれますので、“111111”を入力します。すると、右図のように、表示されたヒストグラム中の全事象数 “Integral” が現れます。



検出器が Germanium で、厚み 300mm、半径 200mm と最大に設定した状態で、厚みを 5~50mm まで 5mm きざみで変化させたときに、反応しなかった γ 線の数プロットしよう。これから、 γ 線の数 $1/e$ になる厚さ(吸収長)を有効数字 2 桁で求めなさい。この吸収長を物質の放射長 (p_9) と比較しなさい。また、40MeV の γ 線についても吸収長を有効数字 2 桁で求めなさい。

40MeV の γ 線について同様の測定をアルミニウムで、厚みを 50~300mm まで 50mm きざみで変化させて行い、吸収長を有効数字 2 桁で求めなさい。この吸収長を物質の放射長 (p_9) と比較しなさい。

§ 4 放射線検出器

4.1 荷電粒子の検出

荷電粒子の検出に使われるものとしては

- シンチレータ
- ガス・チェンバー
- 半導体検出器

があります。

これらは、すべて荷電粒子の検出器中の物質に対する電離作用を利用しています。

シンチレータは電離した電子が再び原子・分子の束縛状態に戻るときに発する光を検出することで、ガス・チェンバーは電離した電子を陽極に集めその電荷を測定することで、

半導体検出器は伝導帯に励起された電子（正孔）を集めその電荷を測定することで、粒子を検出します。

どの場合でも、検出される信号の大きさは電離した電子の数と相関が有り（多くの場合比例関係）、これによって粒子が検出器内で失ったエネルギーを知ることができます。

4.2 γ 線の検出

γ 線自体を測定することはできません。しかし、検出器内で、光電効果、コンプトン効果、対生成反応で生じた電子・陽電子は検出器中で電離作用を起し、そのエネルギーを測定することができます。

このとき、検出器の物質によって、 γ 線との反応の種類、断面積が異なるので、同じエネルギーの γ 線でも測定値が異なります。例えば、プラスチック・シンチレーターでは原子番号が小さい（炭素 6, 水素 1）なので、光電効果を起す確率が小さく、コンプトンが支配的になります。

4.3 有機シンチレータ

有機シンチレータは、ベンゼン環をもつ物質を主成分として構成される。ベンゼン環の結合には、平面内軌道をもつ σ 電子軌道と環に垂直な軌道をもつ π 電子軌道がある。この、 π 電子は、スピン 0 のシングレット状態と、スピン 1 のトリプレット状態があり、エネルギー準位は右図のようになっている。

基底状態の電子は、荷電粒子によって励起・電離される。励起された電子は、素早く ($<10\text{ps}$) 格子振動にエネルギーを与えて S_{10} 状態になる。100ps~1ns で、 S_{10} 状態から基底状態 S_0 ($S_{00}\sim S_{03}$) 状態に遷移し、紫外光（蛍光）を放出する。 $S_{10}\rightarrow S_{00}$ 遷移時に放出された光はすぐ吸収され $S_{00}\rightarrow S_{10}$ 遷移を引き起こすが、基底状態の高位振動モード ($S_{01}\sim S_{03}$) への遷移は吸収されない。

励起された電子の一部はトリプレット状態に遷移する。

トリプレットの基底状態 T_0 はシングレット基底状態 S_0 より、エネルギーが高いが安定である。しかし、



という反応により、 S^* ができて発光する。この寿命は非常に長く ($\mu\text{s}\sim\text{ms}$) 燐光と呼ばれる。

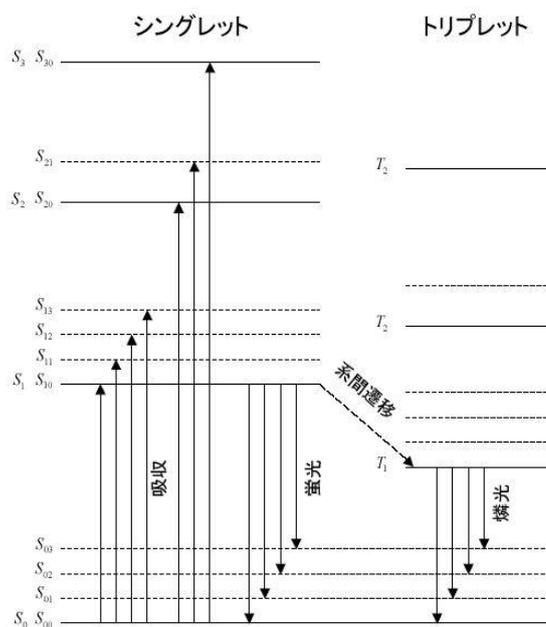
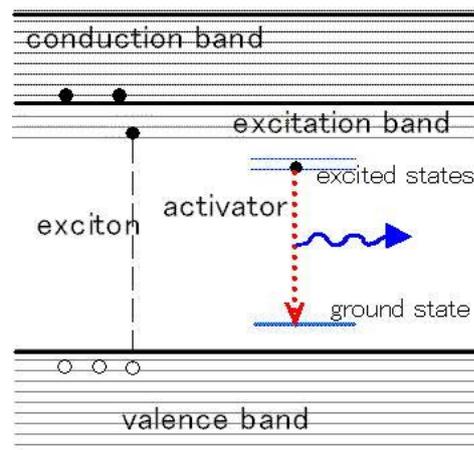


図 2.3 π 電子構造を持つ有機分子のエネルギー準位

4.4 無機シンチレータ

無機シンチレータ内の電子は通常価電子帯に束縛されているが、入射放射線から十分なエネルギーを受け取ると伝導帯に上がることができ、格子のどこへでも動くことができる。このとき価電子帯に残された正孔も移動可能になる。価電子帯と伝導帯の間のエネルギー状態は存在し得ないため、禁制帯と呼ばれる。

ところが電子が伝導帯にあがりきれなかった場合は、電子は価電子帯の正孔に電氣的に縛られたままになる。このときの電子は、価電子帯よりは高い状態ではあるが伝導帯よりは低い準位に励起されていることになる。このときの電子正孔対を励起子と呼ぶ。したがって励起子帯はその上の準位が伝導帯の下の準位と合致した狭い幅の帯となる。

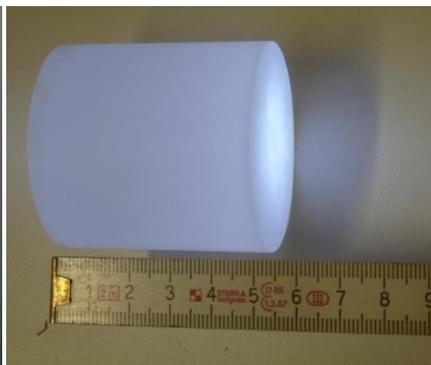


励起子帯以外にも結晶の不完全性または不純物に起因して禁制帯中にエネルギー状態が作られる。光子を吸収した結果あるいは励起子の捕獲または電子と正孔の連続捕獲の結果、NaI(Tl)のなかの Tl などの活性化物質原子はその励起状態の一つ上に上がる。励起状態の活性化物質が再び元の基底状態に戻る際に 10^{-8}sec 程度の時間内に光子を放出する。この光子が可視光である場合はシンチレーションに寄与する。この発光は主に不純物として加えられた活性化物質の原子の遷移がもたらすものであり、結晶を形成する原子の遷移によるものではない。

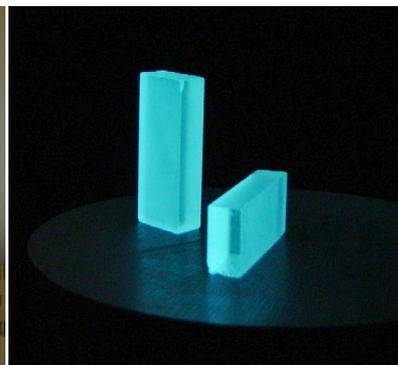
しかし BGO 結晶 ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$) には活性化物質を加える必要がなく、 Bi^{3+} が光学的遷移を伴っている。



NaI(Tl)



CsI(Tl)

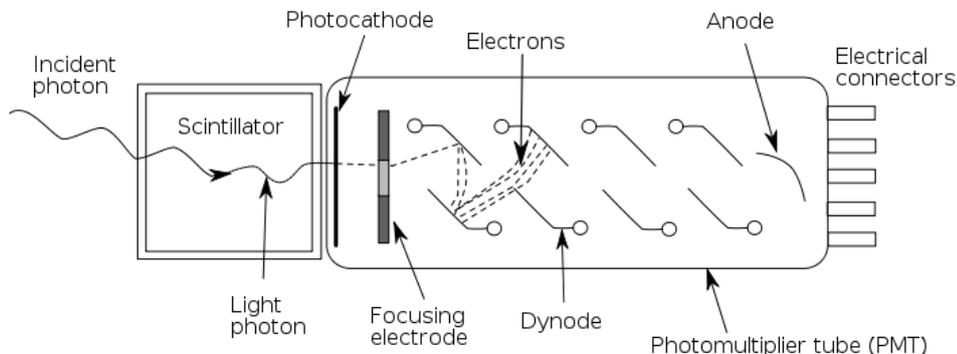


BGO

4.5 光信号から電気信号への変換

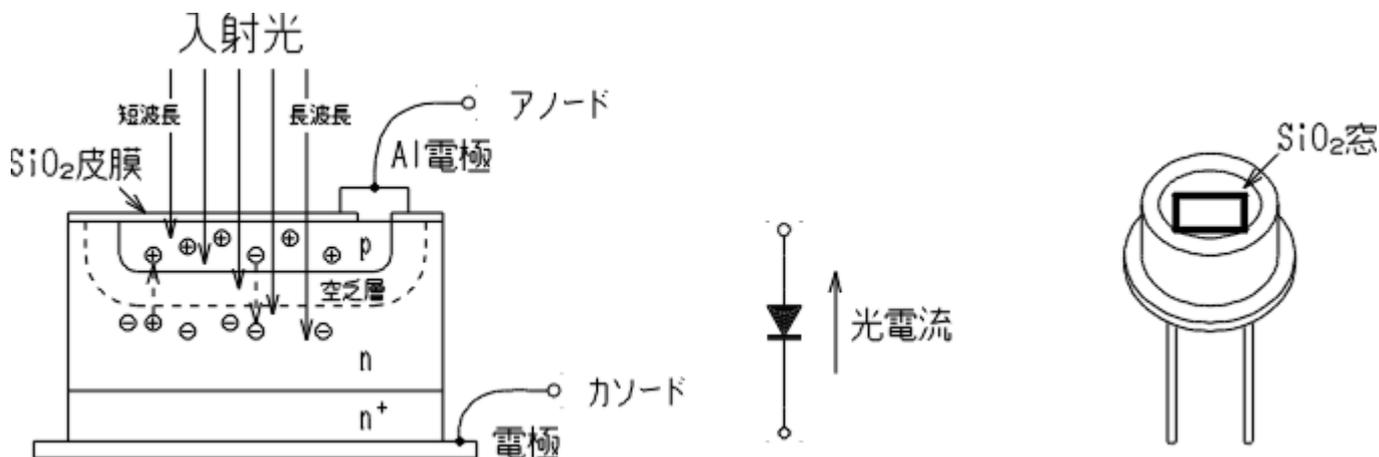
荷電粒子の通過によって放出されるシンチレーション光は微弱なため肉眼で見ることが出来ないし、光量を定量的に測定することもできません。そこで光検出器を用いて光信号を電気信号に変換します。

光電子増倍管 (photomultiplier tube, PMT, フォトマル) やフォト・ダイオードがよく用いられます。光電子増倍管の構造は、下図のようになっています。



シンチレーション光はガラスの窓を通し光電陰極 (Photocathode) に入射します。光電陰極にはアルカリ金属物質が用いられ光電効果により電子を放出します。この一次電子のことを光電子 (Photo-electron) と呼びます。光電効果を起こす確率は量子効率と呼ばれ、20-30%程度です。光電子は光電陰極・ダイノード (Dynode) 間の電圧で加速され第1ダイノードにぶつかり3-4個の2次電子を放出します。後段のダイノードでもこの過程が繰り返され最終的に 10^5 - 10^6 倍の増幅率が得られます。

フォト・ダイオードも半導体検出器の1種であり、pn接合、もしくは、pin構造を持っています。(下図)



十分なエネルギーを持った光子がダイオードの空乏層に入射した際に、電子を励起し自由電子と自由正孔を生成します。これらのキャリアは空乏層内のポテンシャルにより接合部から移動し、光電流が流れます。

4.6 エネルギー分解能

以上のように放射線検出器は、検出器内に与えられたエネルギーに比例した数の電子の電荷を計測することで、エネルギーを測定します。シンチレータの場合は光電子増倍管での光電子数 N_{ph} は観測されたエネルギーに比例します。従って、この電子の数の統計的な揺らぎによって、エネルギー測定に誤差が生じます。シンチレータの場合は光電子数 N_{ph} の統計的揺らぎが、半導体検出器の場合は空貧層での電離電子数、が問題となります。(1.3 の検出電子数を見てください)

また、測定電気回路のノイズによる測定誤差や、エネルギー較正の誤差が問題となる場合もあります。一般的に、エネルギーの測定誤差を σ とすると

$$\frac{\sigma}{E} = \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{E}}\right)^2 + (b)^2 + \left(\frac{c}{E}\right)^2}$$

となります。

定数 a, b, c は検出器に固有の定数で、第一項が電子数の統計的揺らぎ、第二項がエネルギー較正の誤差、第三項が測定電気回路のノイズによる測定誤差を表しています。

多くの場合、第一項のみが問題となります。平均値が μ であることがわかっているランダムな現象を計測して計数値 n を得る確率は以下の式で与えられる Poisson 分布で与えられます。

$$P(n, \mu) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}$$

平均値が μ が大きいとき、ガウス分布になります。

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right]$$

このとき標準偏差 σ は $\sqrt{\mu}$ に比例します。また、 n の期待値 $\langle n \rangle$ は μ に比例し、そこで、 n の標準偏差は σ に比例します。

そこで、期待値比をとると

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{\sigma_n}{\langle n \rangle} = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\langle n \rangle}}$$

となり、光電子数 N_{ph} を求めることができます。

実験 4-1

以下のような設定で、 γ 線を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield	Detector
10000	gamma	1 MeV	Vacuum	NaI 50 mm 50 mm

表示されたグラフは右図のようになります。

γ 線のエネルギーである 1MeV 付近にピークがあります。このピークを”光電ピーク”と呼びます。これは、 γ 線が検出器内で光電効果を起こしたとき、生成された電子のエネルギーはほぼ γ 線のエネルギーに等しく、この電子により励起されたシンチレータからの発光が観測されたものです。まや、光電ピークより低いところに、台形状に分布している部分がありますが、これは γ 線が検出器内でコンプトン散乱を起こしたとき、生成された電子によるものです。コンプトン散乱で発生する電子のエネルギーには最大値

$$T_{max} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{m_e c^2}{2E_{\gamma}}} \cong 800[\text{keV}]$$

があり、その部分を”コンプトン・エッジ”と呼びます。

まず、ピーク部分だけを拡大して表示します。また、実験 3-2 と同様にして”Integral”を表示させて、光電ピーク部分の事象数を求めなさい。

次に光電ピーク部分を(正規化)ガウス分布

$$\frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right]$$

でフィットしましょう。上部のメニューから ”Options” → ”Fit Parameter” を選択します。上部のメニューから ”Tools” → ”Fit Panel” を選択します。すると、右図のようなウィンドウが現れます。

”Fit Function” の部分で ”gausn” を選択します。

下部の ”Fit” ボタンをクリックします。

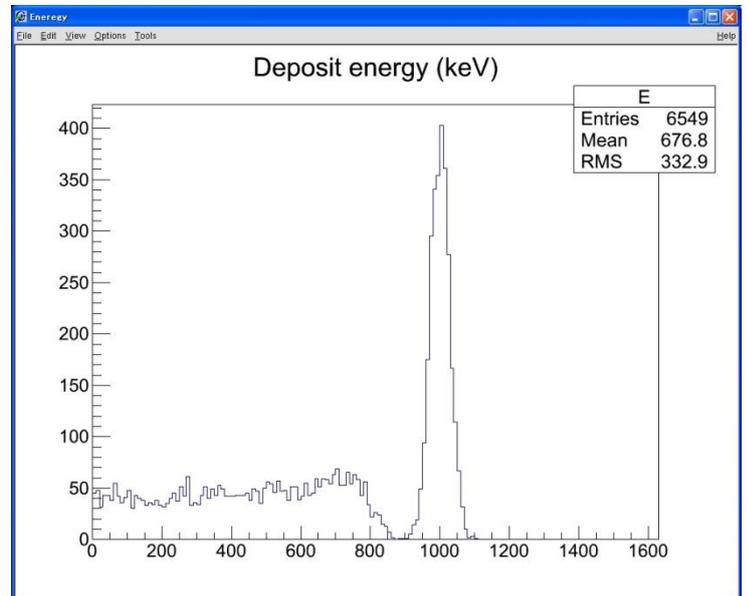
すると、下図のようにフィットされたガウス分布とパラメータとその誤差が表示されます。

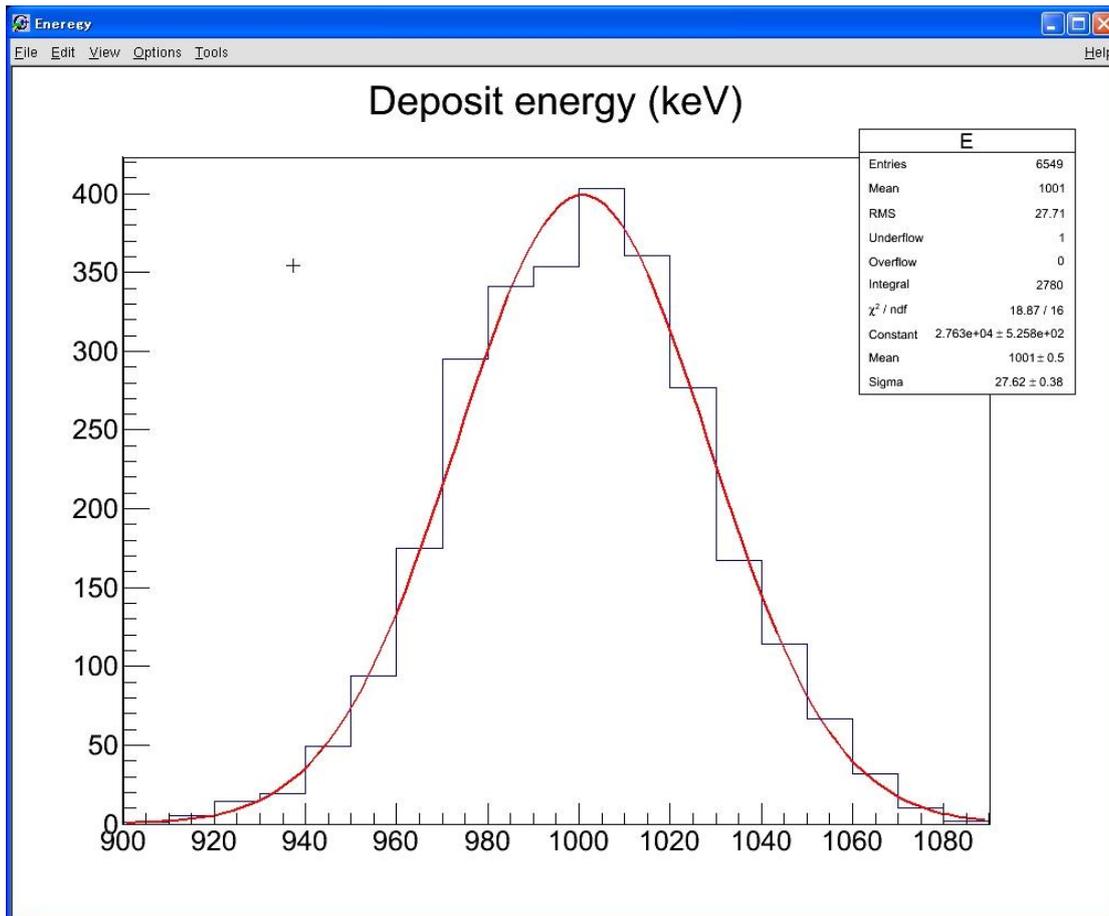
Mean (μ)	1001 \pm 0.5
Sigma (σ)	27.62 \pm 0.38
Constant (A)	2.763 $\times 10^4$ \pm 5.258 $\times 10^2$

また、 χ^2 をみると

$$\chi^2/\text{ndf} \quad 18.87 / 16$$

であり、Fit がうまくいっていることが分かります。



**注意：**

Fit 後に右のようなウィンドウが現れることがあります。そのときは、まず OK をクリックします。つぎに、以下のコマンドを入力して、フィットの結果を表示させます。

> more log ↓

つぎに 以下のコマンドを入力します

/FCN ↓

すると、以下のようにフィットのパラメーターが表示できます。

```

### Run 0 ended.
FCN=11.054 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 78 CALLS 79 TOTAL
EDM=2.33175e-07 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER STEP FIRST
NO. NAME VALUE ERROR SIZE DERIVATIVE
1 Constant 1.41608e+04 3.76615e+02 6.37071e-01 1.72692e-06
2 Mean 1.99760e+03 1.01462e+00 1.71915e-03 -1.95542e-04
3 Sigma 3.78251e+01 7.27721e-01 1.08751e-05 -1.15996e-02

*** Break *** segmentation violation

```

この分布から、1MeV の光電ピークに対する光電子数を求めなさい。(求め方は 4.6 節参照)
(参考： 物理学実験Ⅱ・Ⅲ 「 γ 線」)



実験 4-2

以下のような設定で、 γ 線を発生させよう。

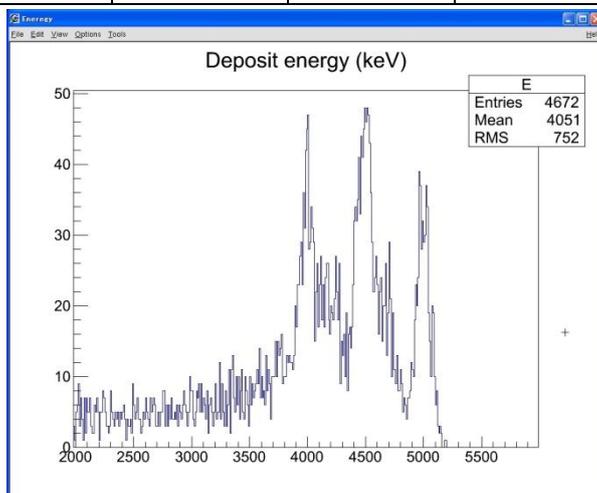
#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
10000	gamma	0.5 MeV	Vacuum	10 mm	NaI	50 mm	50 mm

γ 線のエネルギーを 0.5~5MeV まで(0.5MeV 単位で)変えたときに、光電ピークの分解能 (=RMS÷Mean)

(gauss フィットはしなくてよい) をプロットなさい。

このとき、エネルギーが高くなると、右図(エネルギー 5MeV)のように、“エスケープ ピーク”(p19 参照)が現れますが、一番エネルギーの高い光電ピークの分解能について求めなさい。

結果を、分解能のエネルギー依存性の式(4.6 節)と比較しなさい。



実験 4-3

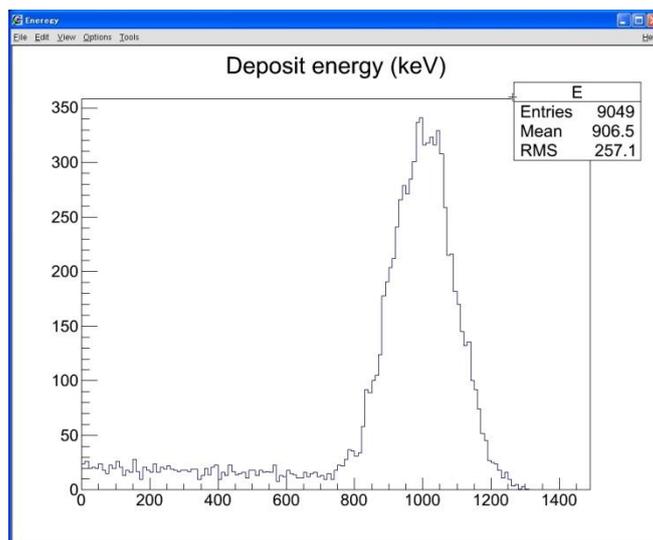
以下のような設定で、 γ 線を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
10000	gamma	1 MeV	Vacuum	10 mm	BGO	50 mm	50 mm

表示されたグラフは右図のようになります。

この分布から、1MeV の光電ピークに対する光電子数を求めなさい。NaI(実験 4-1)の光電ピークの光電子数と比較して、p9 の表から何故そうなるかを説明しなさい。

また、NaI(実験 4-1)の光電ピークの事象数と比較して、輻射長の違いで定性的に説明できるか検討しなさい。



実験 4-4

以下のような設定で、 γ 線を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
10000	gamma	5 MeV	Vacuum	10 mm	BGO	50 mm	50 mm

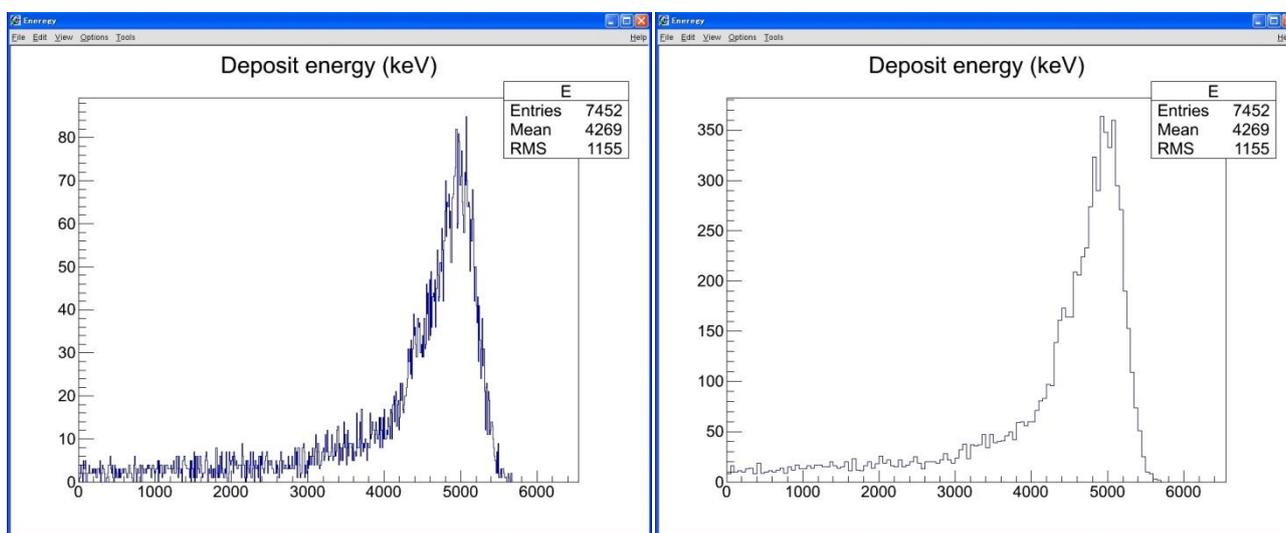
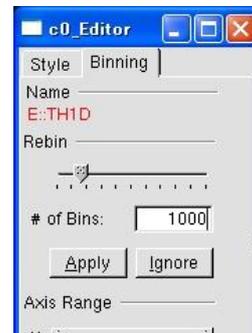
表示されたグラフは下左図のようになります。

分布が広がっているため、各ビンに入っているイベント数が少なく、統計的揺らぎが大きく、ピーク位置がわかりにくくなっています。

そこで、ヒストグラムの横軸の右端付近にカーソルを持っていき、右クリックするとメニューが現れるので、“Draw Panel”を選択すると、右図のようなパネルが現れます。

“Binning” タブをひらいて、“# of Bins”を変更します。

例えば、ビン数を 1000 にすると、表示されたグラフは下右図のようになります。



分解能を求めるには、ピークの右側の分布に関して HWHM（半値半幅：Half Width Half Maximum）を求めます。分布の左側は、制動放射や検出器からのシャワーのもれの影響により広いテールを持ちますので、分解能は光電子数だけで説明できません。

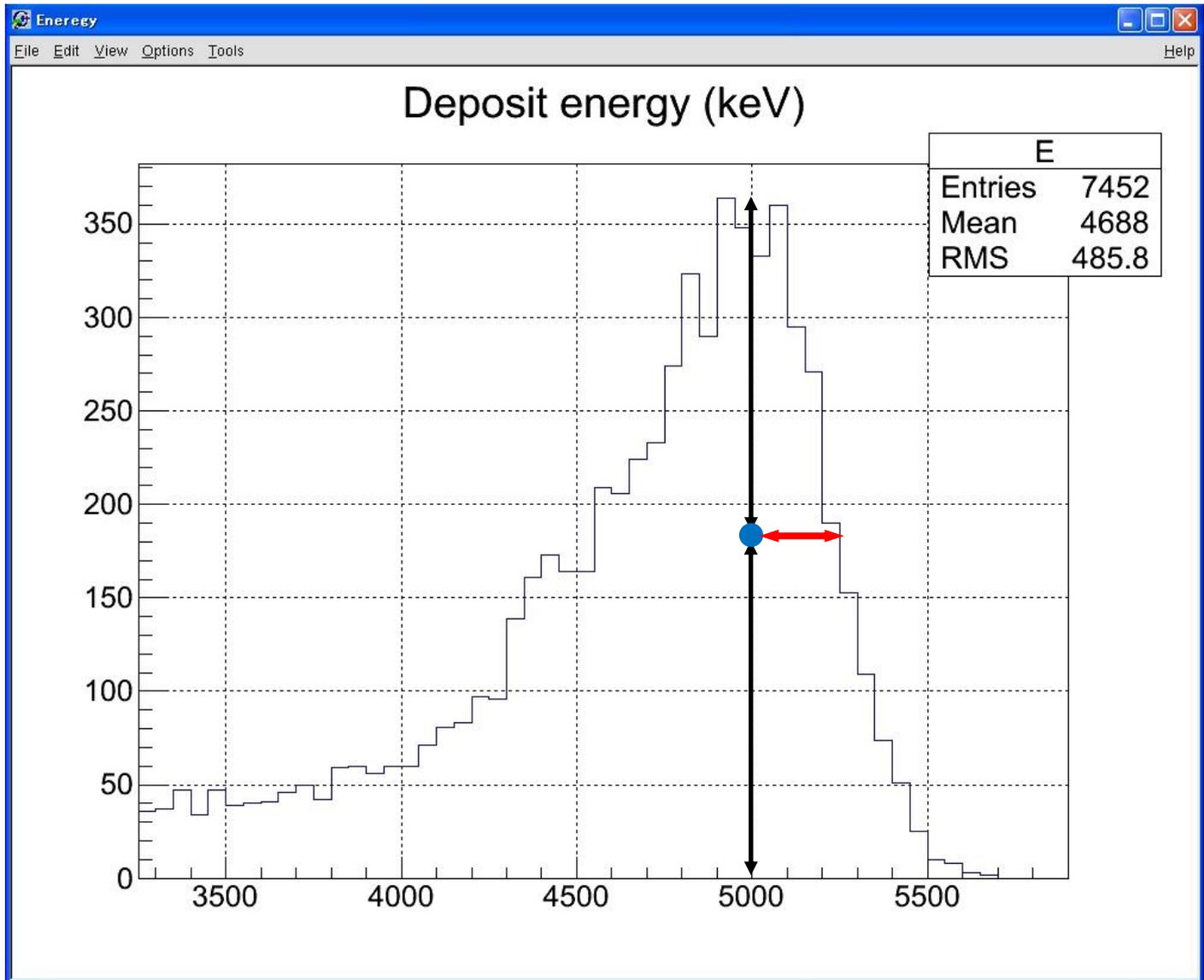
ピークの半分の高さの位置（青い点）で、ピークの右側の幅（赤線）を求めます。

分布の右側がガウス分布のとき、以下の関係が成り立ちます。

$$\text{HWHM} = \sigma\sqrt{2\ln 2} \cong 1.2\sigma$$

下の例だと $\text{HWHM} = (5250-5000)=250 \text{ keV}$

γ 線のエネルギーを 1~5MeV まで(0.5MeV 単位で)変えたときに、光電ピークの分解能（ピークの右側の分布の $\text{HWHM} \div 1.2 \div$ ピーク位置）をプロットして、分解能のエネルギー依存性の式と比較しなさい。



HWHM を求めるとき、上図のようにグリッドをいれるとよい。

ヒストグラムの左端付近にカーソルを持っていき、右クリックするとメニューが現れるので、“SetGridX”、“SetGridY”を選択する。

実験 4-5

以下のような設定で、 γ 線を発生させよう。

#events	Particle	Energy	Shield		Detector		
100000	gamma	1 MeV	Vacuum	10 mm	Scintillator	50 mm	50 mm

表示されたグラフは右図のようになります。

プラスチック・シンチレーターは原子番号Zが小さく、ほとんどがコンプトン散乱で、光電ピークは観測できません。右図のように、コンプトン・エッジを直線で近似して、中点を求めると~830keVとなり、

$$T_{max} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{m_e c^2}{2E_{\gamma}}} \cong 800[\text{keV}]$$

とよい一致を示します。

γ 線のエネルギーを1~5MeVまで(1MeV単位で)変えたときに、

横軸を上記の式で T_{max}

縦軸をヒストグラムから求めたコンプトン・エッジのエネルギー

でプロットして、上記の式と比較しなさい。

