

# 2024年度：宇宙線と素粒子の実験

## (ミュー粒子実験)

### 本日の予定

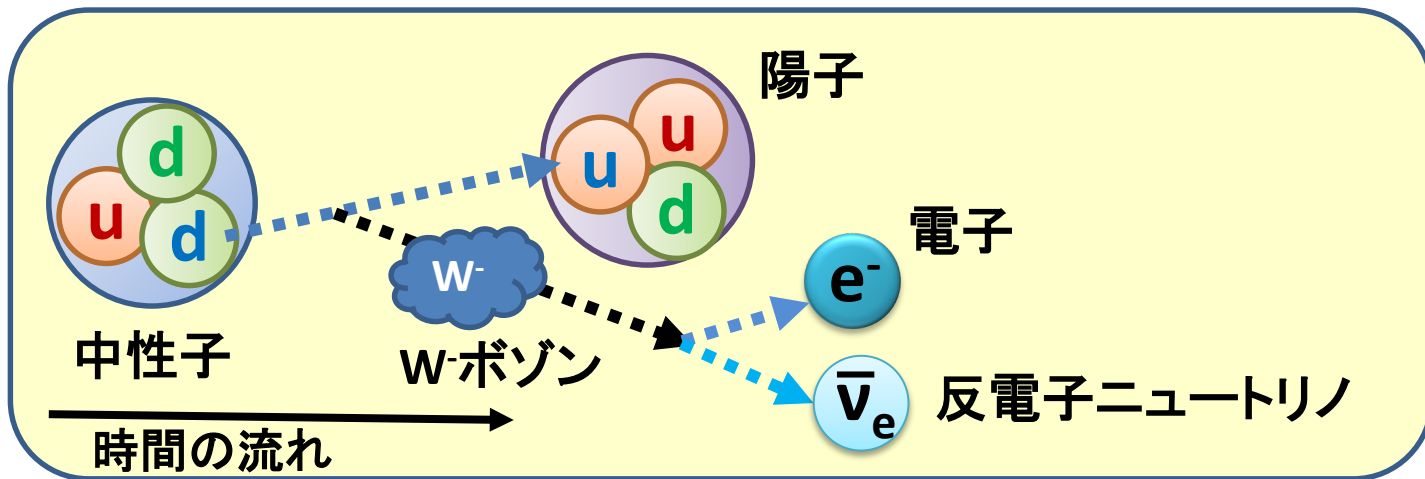
1. 実験操作
  - シングルレート、コインシデンスの操作と測定
2. 実験1の開始
3. 寿命、突き抜け事象、検出器のエネルギー較正の説明
4. データ解析1 (エネルギー較正と分解能の解析)
5. フラックス、立体角の説明
6. データ解析2 ( $S\Omega$ の計算、フラックスの計算)

# 目的(復習)

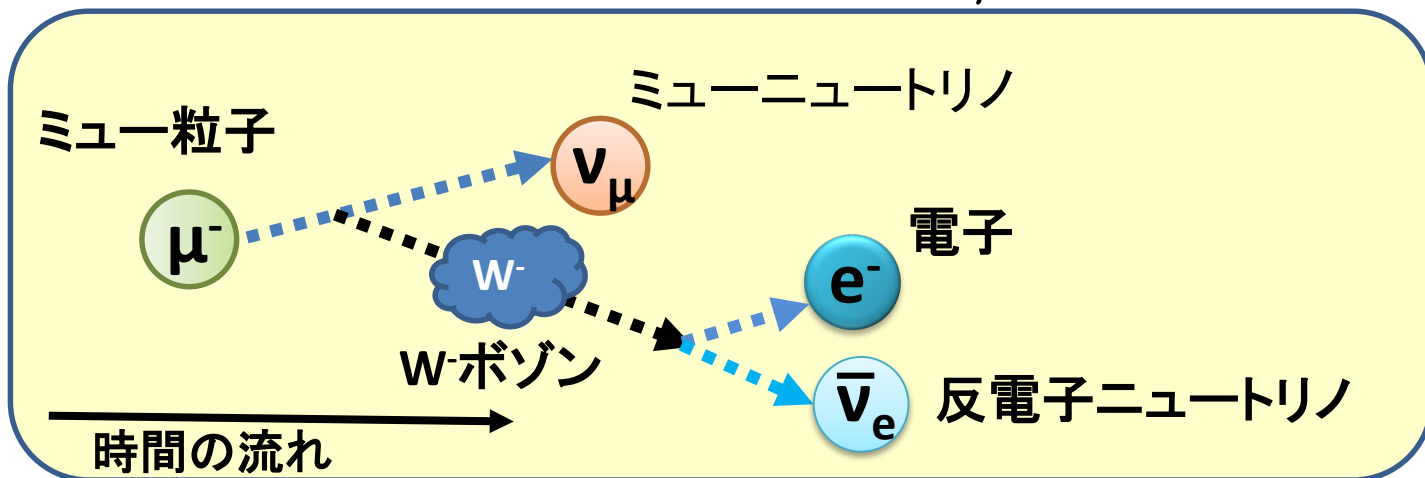
- ミュー( $\mu$ )粒子を題材に、**素粒子実験の基礎**を学ぶ
  - 粒子の「崩壊」、弱い相互作用、、、
- 本実験で行う事は以下。
  1.  $\mu$ 粒子の寿命を測定する。
  2. 宇宙線 $\mu$ 粒子のフラックスを測定する。
  3.  $\mu$ 粒子の最小電離作用を利用してプラスチックシンレータ検出器のエネルギー較正を行う。また、エネルギー分解能を求める。
  4.  $\mu$ 粒子崩壊での放出電子(放出陽電子)のエネルギー分布を測定し、理論計算と比較する。

# ミュー粒子の崩壊(復習)

## ■ ベータ崩壊 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$



## ■ ミュー粒子の崩壊 $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$



# 崩壊電子のエネルギー分布

テキスト  
4(工)

## ■ $\mu^-$ 粒子の崩壊における電子のエネルギー分布

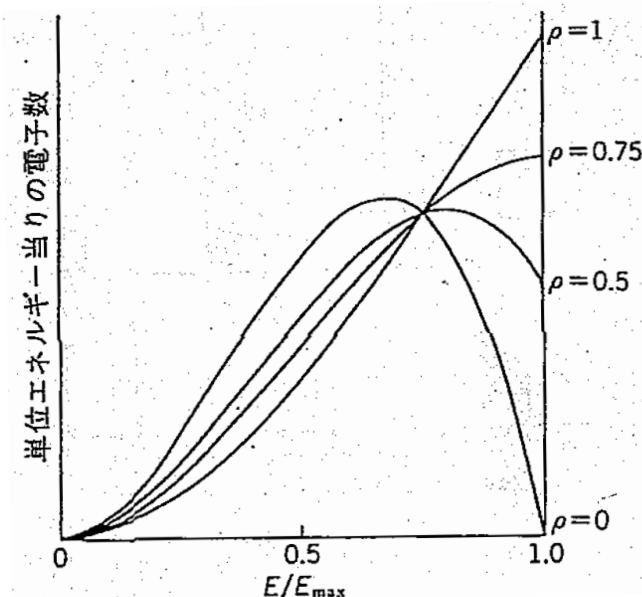
$$P(x)dx = \begin{cases} 4x^2 \left\{ 3(1-x) + \frac{2}{3}\rho(4x-3) \right\} dx & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x < 0, x > 1 \end{cases}$$

■  $x = \frac{E}{E_{max}}$  :  $E$  はエネルギー、 $E_{max}$  は理論的最大エネルギー

■  $1 = \int P(x)dx$

## ■ $\rho$ : ミツシエルパラメータ

現在までの実験の結果は  $\rho \approx 0.75$  という値を与えており、 $\mu$  粒子の崩壊においては、電子とニュートリノおよび反ニュートリノが放出されることが確かめられている。このことはまた、 $\mu^-$  は電子と同符号のレプトン数をもつ粒子であることも示している。



テキスト  
4(イ)

# 粒子の寿命

# 粒子の寿命とは？

テキスト  
4(イ)

## 人間の(平均)寿命



生まれてから

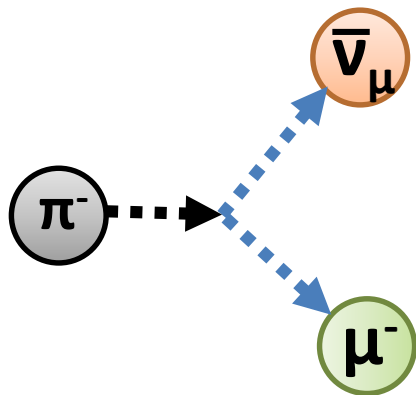


死ぬまで

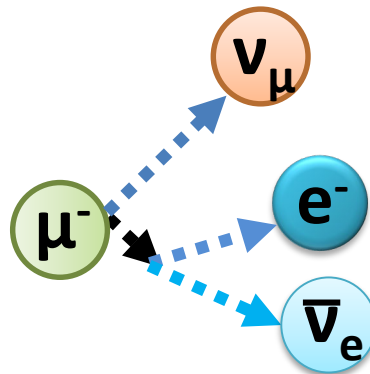
の平均 (算術平均)

\*厳密な計算方法は違う

## 粒子の寿命



生成から



崩壊まで

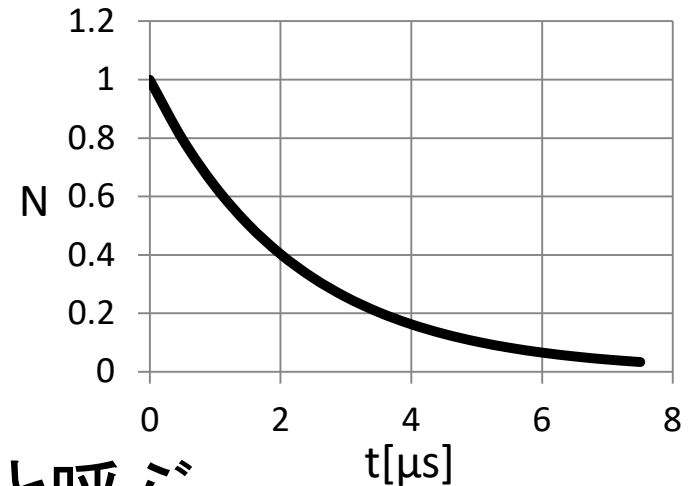
の平均？

# 粒子の寿命とは？

テキスト  
4(イ)

- 時間 $t$ における粒子の個数 $N$ は下の式で表される。

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$



– ここで、定数  $\tau$  を”**粒子の寿命**”と呼ぶ。

- 平均寿命

$$\langle T \rangle = \frac{\int_0^{\infty} t \exp(-t/\tau) dt}{\int_0^{\infty} \exp(-t/\tau) dt} = \tau$$

# 粒子の寿命とは？

テキスト  
4(イ)

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

- これは、粒子が単位時間あたり**一定の割合**で崩壊(減少)することを示している。

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{1}{\tau}N = -\frac{N_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

- ミュー粒子の寿命

Mean life  $\tau \doteq 2.20 \times 10^{-6} \text{ s}$  (PDG2022)



# 粒子の寿命の測定

- 微小な時間  $t-\Delta t/2 \sim t+\Delta t/2$  に崩壊する粒子数は

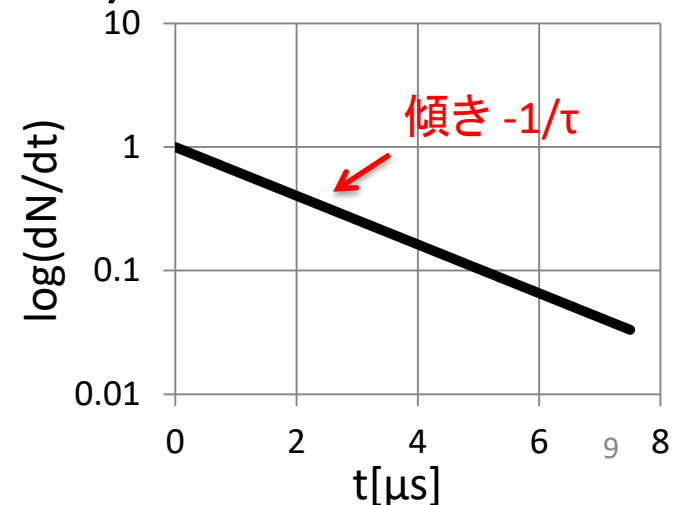
$$\frac{dN}{dt} \cdot \Delta t = -\frac{1}{\tau} N \cdot \Delta t = -\frac{N_0}{\tau} \cdot \Delta t \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

と表す事ができる。対数を取って整理すると、

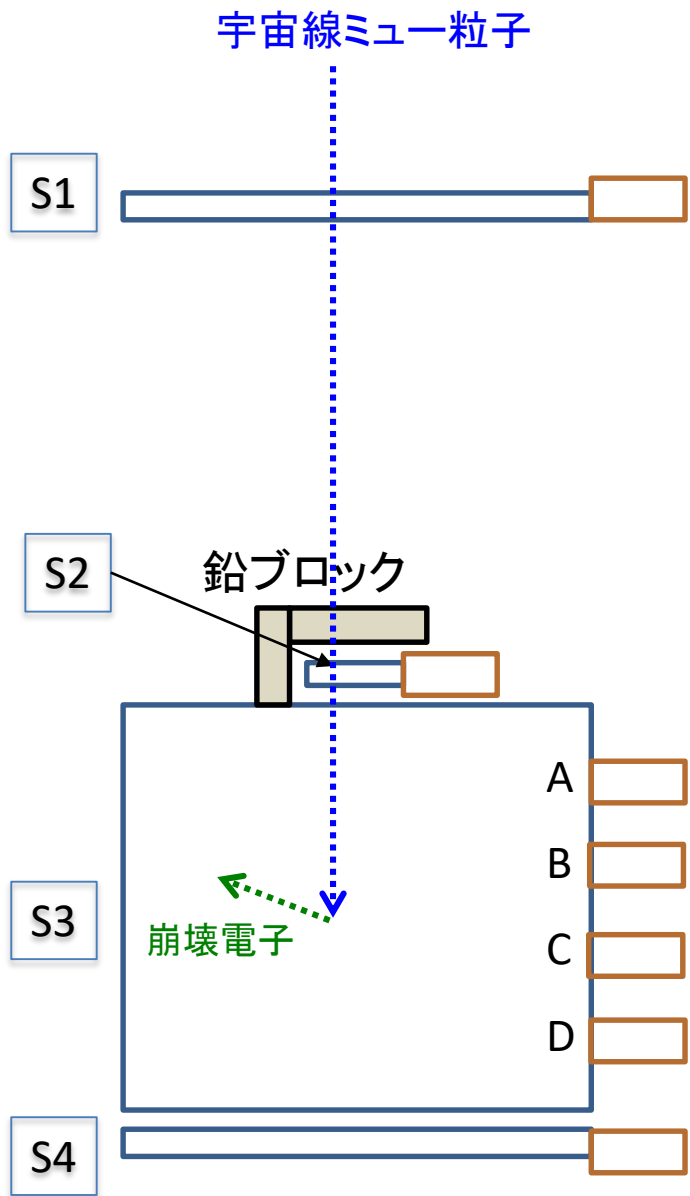
$$\log\left(\frac{dN}{dt} \cdot \Delta t\right) = \log N + C_1 = -\frac{t}{\tau} + C_2$$

と  $t$  に対する直線になる。 $(C_1, C_2)$  は定数

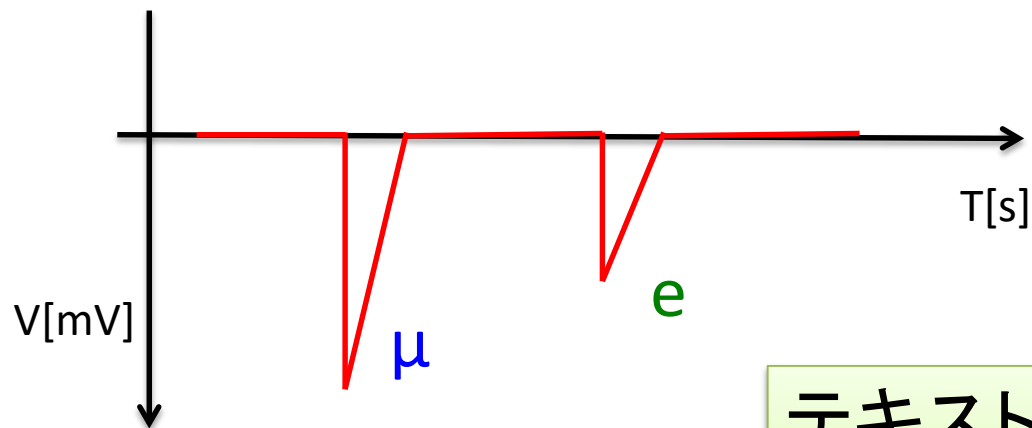
- 微小な時間の崩壊数の  $\log$  を取ることで、その傾きとして寿命を測定できる。



# $\mu$ 粒子の寿命の測定 (実験1のデータ)



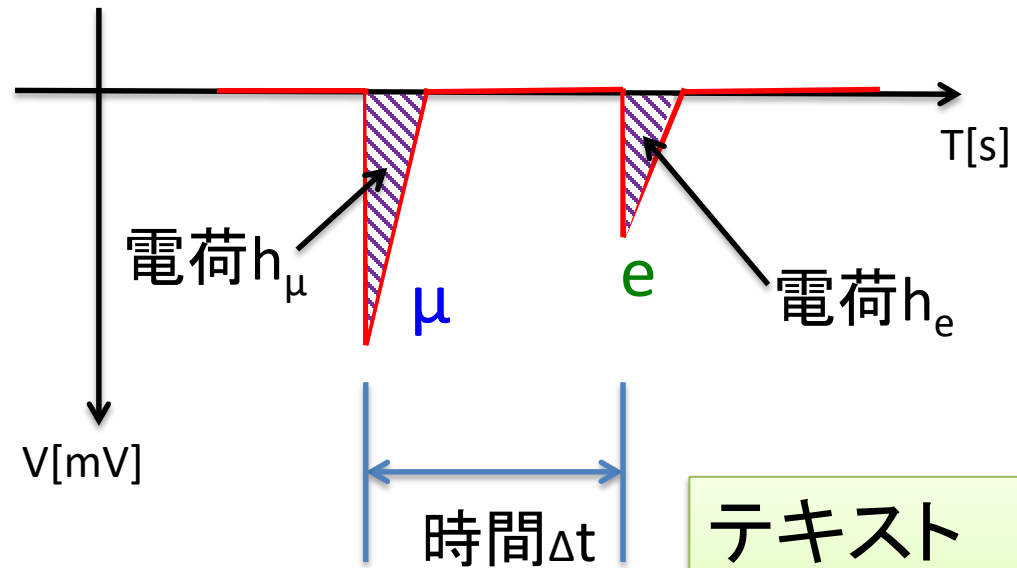
実験1 (S1 S2 S3  $\bar{S4}$ ) で得られるS3の信号



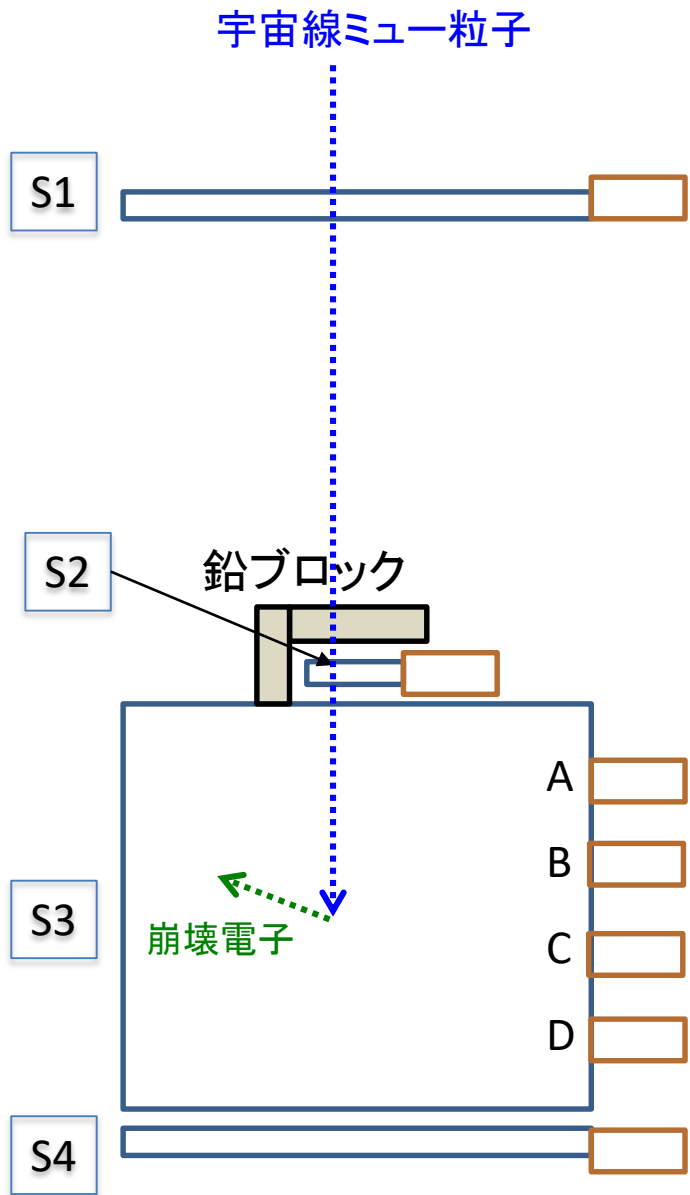
テキスト  
3 実験1

# $\mu$ 粒子の寿命の測定 (実験1のデータ)

実験1 (S1 S2 S3  $\bar{S4}$ ) で得られるS3の信号



テキスト  
3 実験1



$\mu$ - $e$ 間の時間情報  $\Delta t$  と崩壊電子の数を用いて、寿命を測定する。  
(解析は来週)

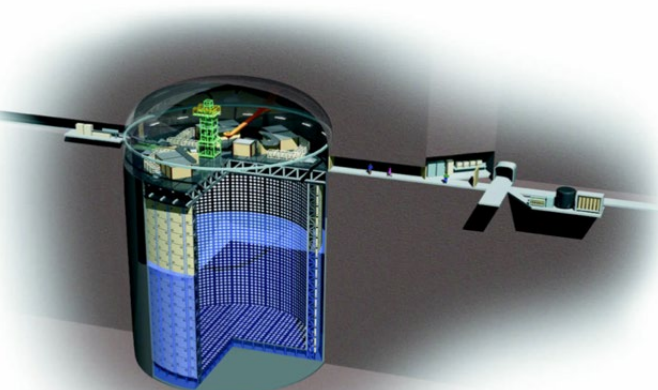
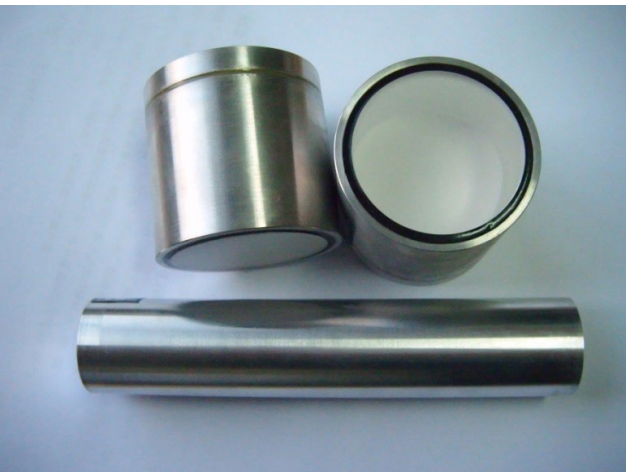
# 検出器の較正

# 色々な検出器



粒子の検出器には、本実験で用いるプラスチックシンチレータ以外にも

- 半導体検出器
  - 無機シンチレータ検出器
  - ガス飛跡検出器
  - 水チェレンコフ検出器
- 等がある。



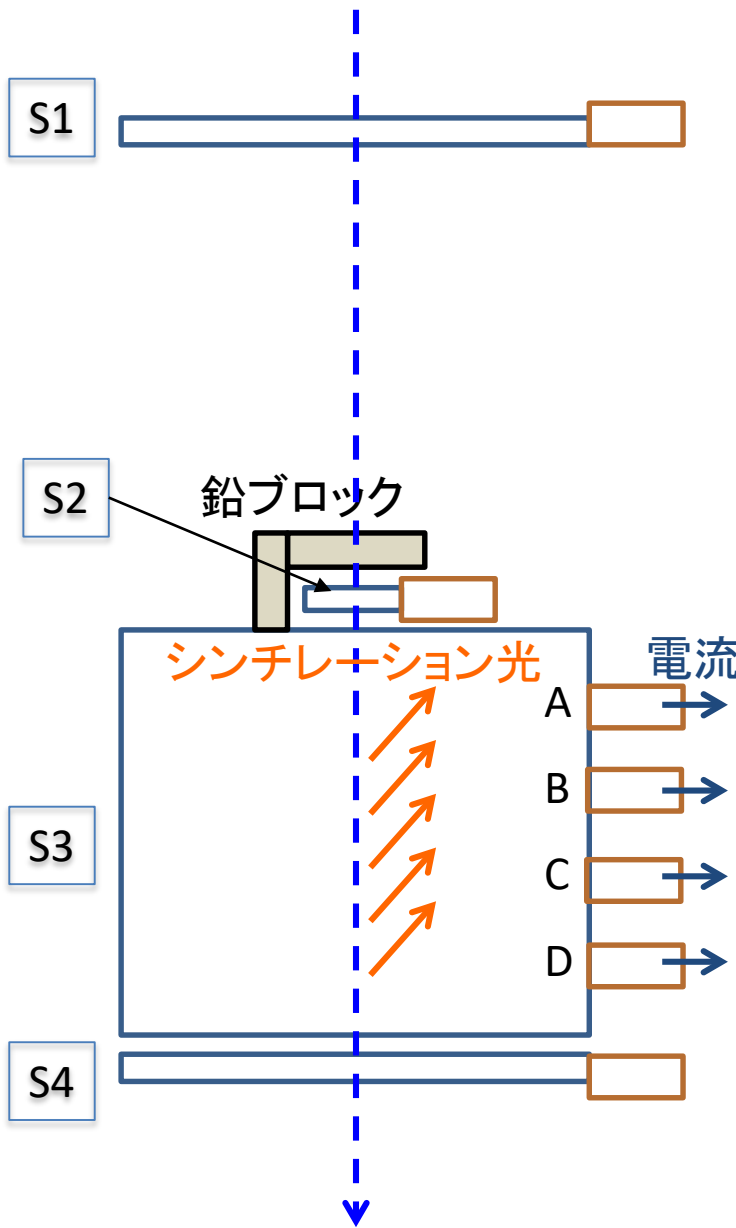
いずれも粒子のエネルギーを電氣的に読み出すことのできる“別の量”に変換し、測定する。

“読み出す量”

$$= \text{“係数”} \times \text{“エネルギー”}$$

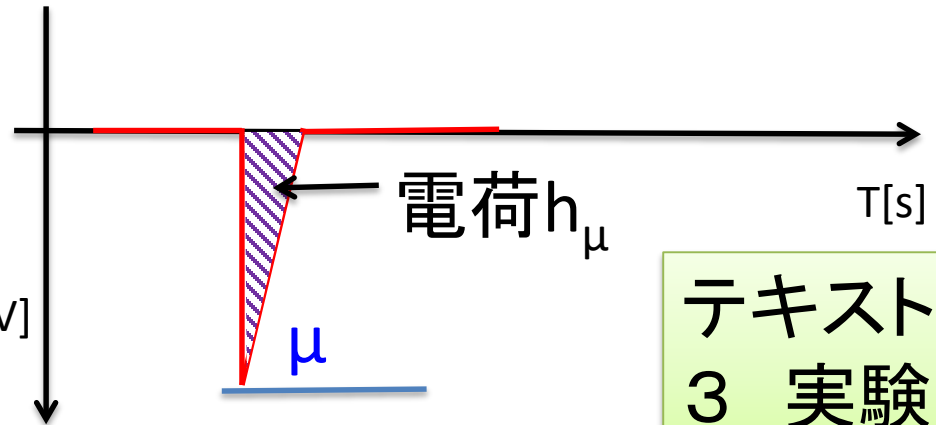
# 検出器の較正 (1)

宇宙線ミュー粒子



本実験の検出器は、シンチレータに粒子が与えたエネルギー (粒子のエネルギー損失  $E_\mu$ ) を光  $\rightarrow$  電流に変換して読み出す。

実験2 (S1 S2 S3 S4) で得られるS3の信号



テキスト  
3 実験2

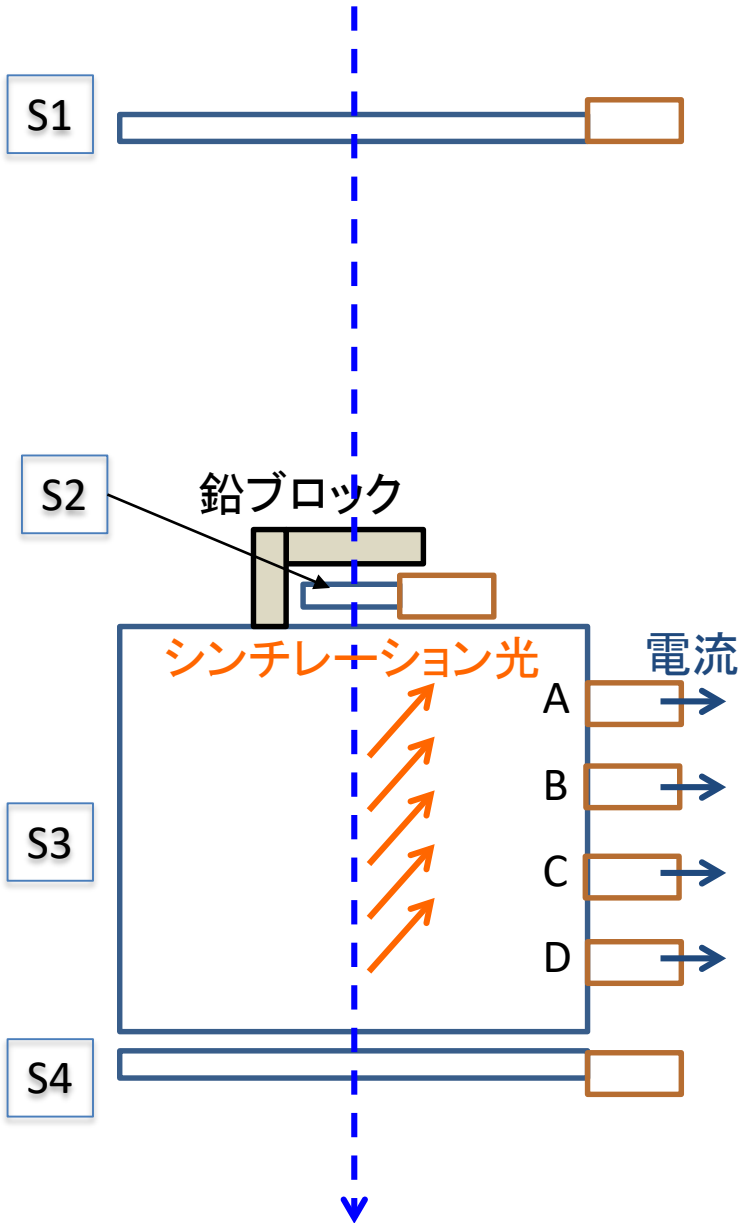
はエネルギーに比例する。

$$E_\mu = \alpha \times h_\mu$$

係数  $\alpha$  を求めることを較正<sup>14</sup>という。

# 検出器の較正 (2)

宇宙線ミュー粒子



ミュー粒子がシンチレータを電離し、  
エネルギー $E_\mu$ を損失する



電離した分子個数が $E_\mu$ に比例



電離分子がシンチレーション光を放出  
光子数が $E_\mu$ に比例



光電子増倍管カソード面で、光電効果により電子(光電子)が放出

光電子数 $N_{p.e.}$ が $E_\mu$ に比例



光電子増倍管で電子が $M$ 倍に増幅  
出力電荷 $Q = q_e \cdot M \cdot N_{p.e.}$ が $E_\mu$ に比例

テキスト  
3 実験2

## 電離: Ionization

テキスト  
4(オ)

- 荷電粒子が物質中を通過すると、物質中の電子と荷電粒子間のクーロン力によって電子が原子から電離され、荷電粒子のエネルギーの一部が電子に与えられる
- Bohr's formula

$$\frac{dE}{dx} = \frac{z^2 Z e^4 N_A \rho}{4 \pi \epsilon_0^2 A m \cdot v^2} \ln \left[ \frac{T_{\max}}{I} \right]$$

- 粒子の速度  $v \ll c$  の非相対論的領域では  $dE/dx \propto v^{-2}$  で、速度が小さいほどエネルギー損失大
- $v \cong c$  の相対論的領域では  $dE/dx \propto \ln(\gamma)$  であり、 $\gamma$  因子の対数でエネルギー損失が上昇する。



# Bethe-Bloch Formula

$$\bullet \quad -\frac{dE}{dx} = KZ^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

– 比例定数Kは

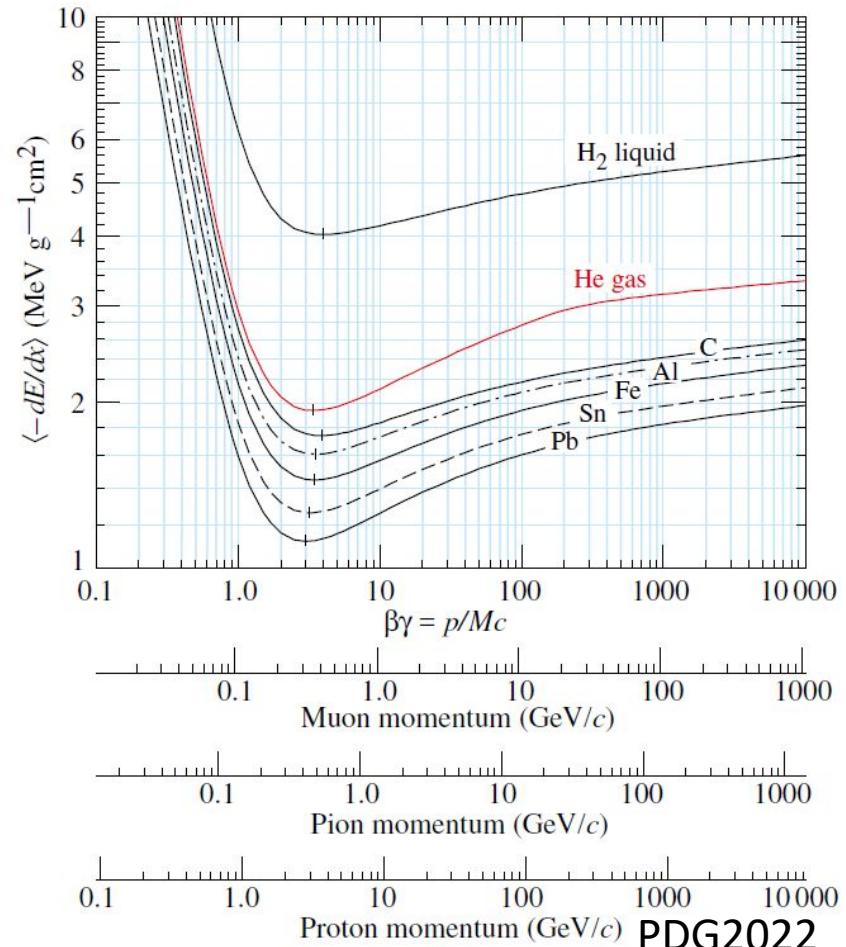
$$\frac{K}{A} = 4\pi \cdot N_A r_e^2 m_e c^2$$

$r_e$ : 古典電子半径

$$\frac{K}{A} = 0.307 [\text{MeV} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}]$$

–  $T_{\max}$ : max transfer energy

$$T_{\max} = \frac{2\beta^2 \gamma^2 m_e c^2}{1 + 2\gamma \frac{m_e}{m} + \left(\frac{m_e}{m}\right)^2}$$

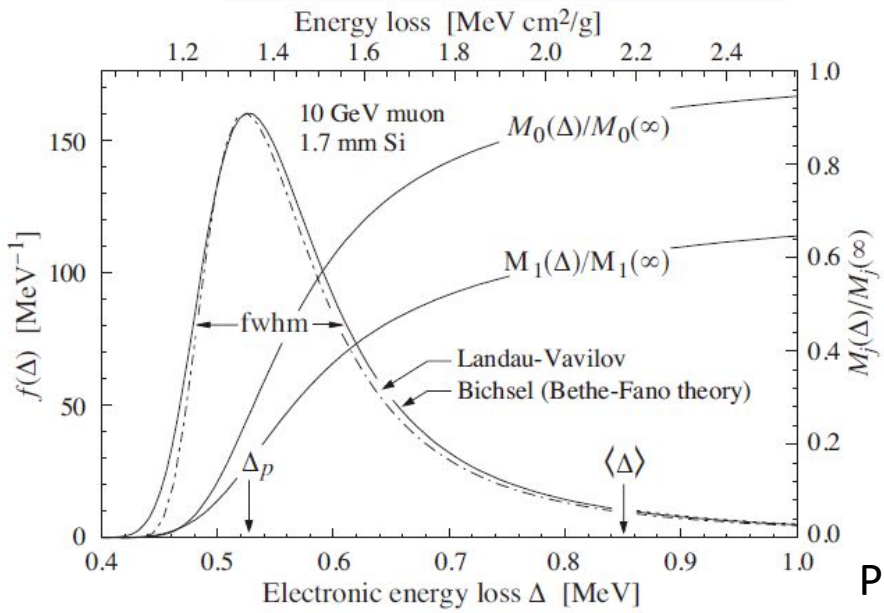


# Fluctuation in energy loss

- Landau's theory ( $\kappa < 0.01$ )

$$\kappa \equiv \bar{\Delta} / T_{\max} : \bar{\Delta} \cong \xi = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho (Z/A) (z/\beta)^2 x$$

平均のenergy loss  $dE/dx$



energy loss  $dE/dx$

$$f(x, \Delta) = \phi(\lambda) / \xi$$

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp(-u \ln u - u\lambda) \sin(\pi \cdot u) du$$

$$\lambda \equiv \left[ \frac{\Delta}{\xi} - \ln \xi + \ln \frac{(1-\beta)^2 I^2}{2mc^2 \beta^2} + \beta^2 + 1 + C \right]$$

– 高エネルギー側の長いテールが特徴

- $T_{\max} \approx p_\mu^2 / E_\mu$  for  $E_\mu \gg m_\mu$

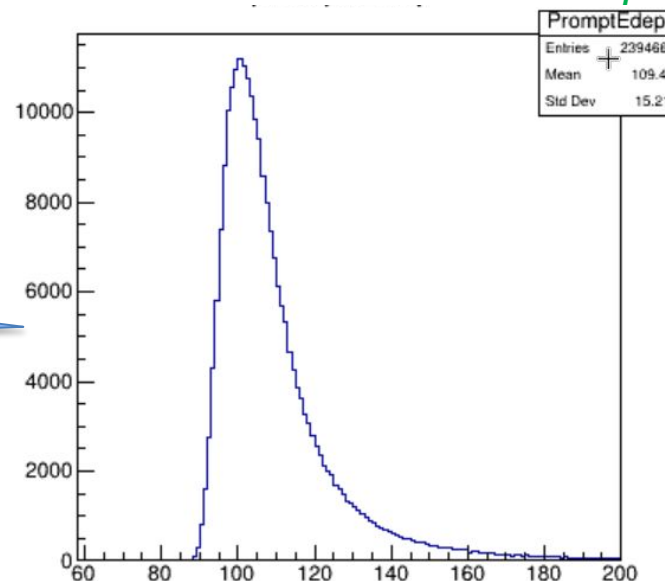
– 物質が厚い ( $\kappa > 1$ ) とgaussianになる

# 検出器の較正(3)

## 検出器の較正

- 本実験では、つきぬけ $\mu$  を基準にして較正を行う。
- 1cm あたりの $\mu$ のエネルギー損失は資料 p.6 を参照
  - ” “[MeV  $\cdot$  cm<sup>3</sup>/g  $\cdot$  cm<sup>-1</sup>]
- 密度[g/cm<sup>3</sup>] と 距離[cm]をかけてエネルギーに換算
  - つきぬけ $\mu$  の s3 内のエネルギー損失  $E_{\mu}$  は
  - $E_{\mu} =$  ” ” MeV

シミュレーションによる  
予測分布



# 検出器の較正(4)

- 検出器の較正
  - $E_{\mu}=100$  MeV として、係数  $\alpha$  を求める。
- 検出器のエネルギー分解能
  - 検出器で測定するエネルギー精度には限界がある。
  - エネルギーの測定精度  $\Delta E/E$  を分解能と呼ぶ
  - 測定精度の決定要素
    - エネルギー損失  $E_{\mu}$  の統計的揺らぎ
      - ランダウ分布
    - 光電子数  $N_{p.e.}$  の統計的揺らぎ
      - ポアソン分布

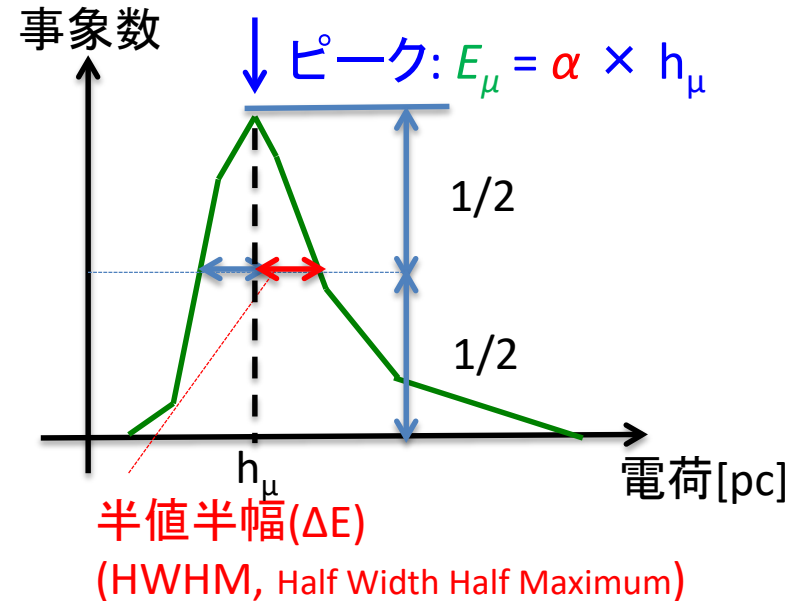
# 検出器の較正(5)

## 検出器のエネルギー分解能

–  $E_\mu = \alpha \times h_\mu$  から、典型的な  
エネルギー分解能として

$$\Delta E / E_\mu = h_{\text{HWHM}} / h_\mu$$

を求めよう



### ➤ ガウス分布の時

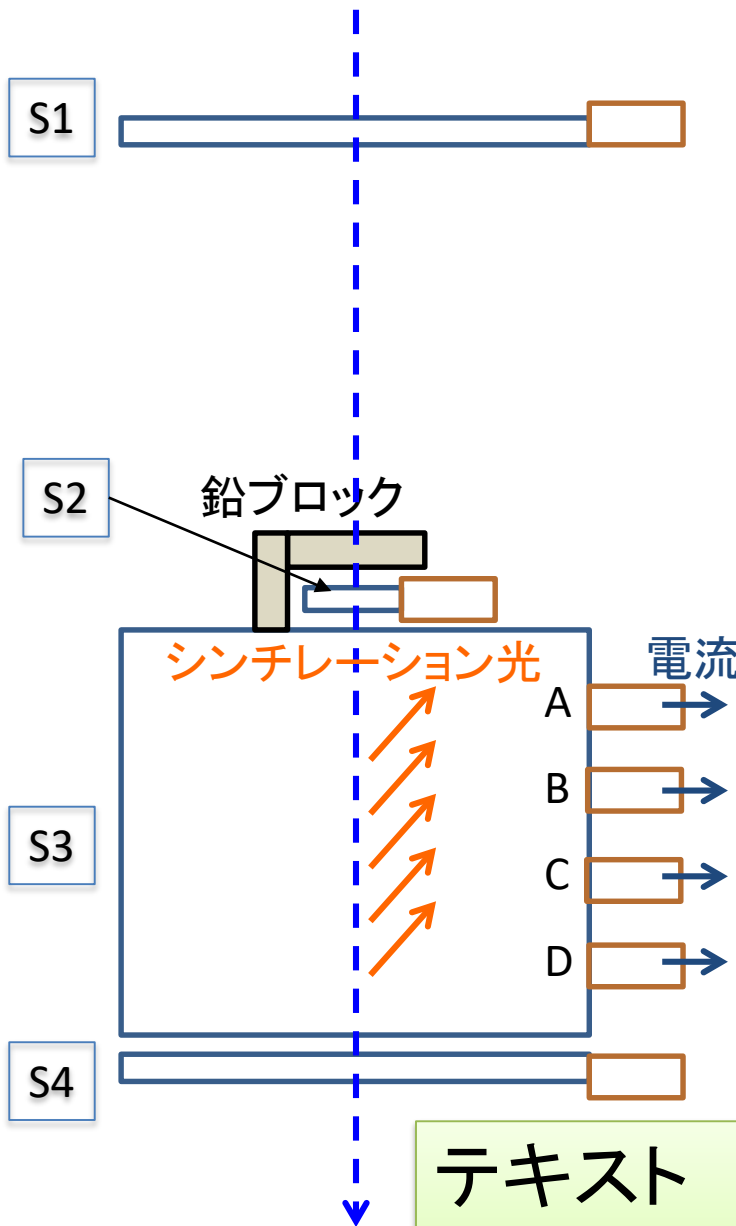
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad \mu: \text{平均} \quad \sigma: \text{標準偏差}$$

$$\text{HWHM} = \sqrt{2\ln(2)}\sigma \cong 1.18 \sigma$$

# データ解析1

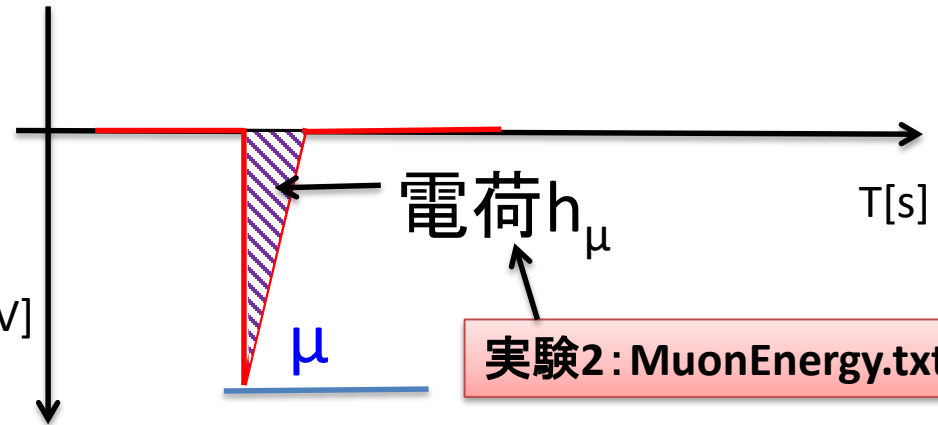
# 検出器の較正 (1)

宇宙線ミュー粒子



本実験の検出器は、シンチレータに粒子が与えたエネルギー (粒子のエネルギー損失  $E_\mu$ ) を光  $\rightarrow$  電流に変換して読み出す。

実験2 (S1 S2 S3 S4) で得られるS3の信号



はエネルギーに比例する。

$$E_\mu = \alpha \times h_\mu$$

係数  $\alpha$  を求めることを較正<sup>23</sup>という。

テキスト  
3 実験2

# 実験2: MuonEnergy.txt

# Muon charge[pC]    Events

0.6 860

1.8 2

3 3

4.2

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

59.4

1.2~2.4 [pC]の中心値  
( $h\mu=1.8$ [pC])

2.4~3.6 [pC]に  
3 事象あった

0~60[pC]の電荷  $h\mu$ を等間隔で50分割して、それぞれの電荷領域に観測された事象数。

参考: 電荷  $Q$ は、パルスの波高  $V(t)$ から  
$$Q = \int I(t)dt = \int \frac{V(t)}{R} dt$$
 $R$ : 終端抵抗 = 50Ω



# 3. エネルギー較正・分解能

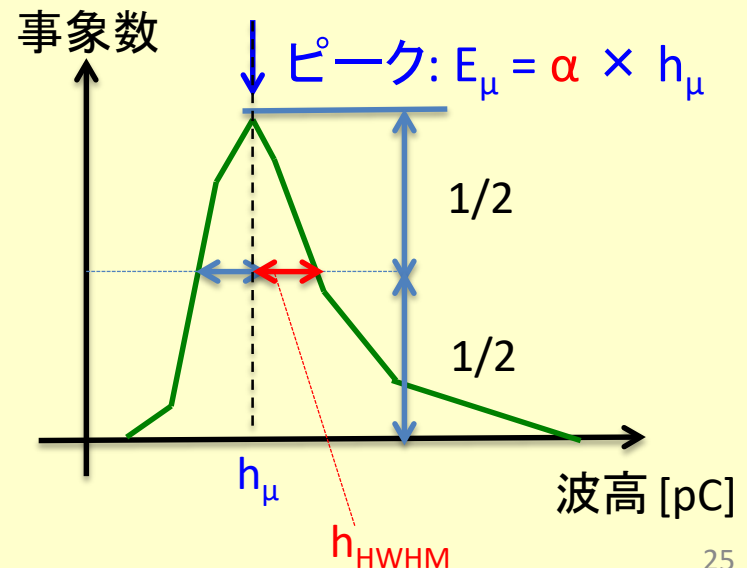
1. 「実験2」のMuonEnergy.txtの電荷( $h_\mu$ )分布のグラフをPCの表計算ソフトで作成する。エラーバー不要。
2. エネルギー( $E$ )の較正定数( $\alpha$ )を求める (測定値 $\rightarrow$ MeVに変換する係数、 $h_\mu = \alpha h_\mu$ )
3. 半値半幅を用いた、エネルギー分解能を求める
  1. 分解能 = 半値半幅 / ピークの $h_\mu$  (単位:%)
  2. 概算でよい。(手で補助線引くなど可)

波高はエネルギーに比例する。

$$E_\mu = \alpha \times h_\mu$$

係数  $\alpha$  を求めることを較正という。

グラフ・値が得られたら、  
教員またはTAに見せる。



# エネルギー分解能

## 分解能が生じる理由

粒子のエネルギー損失  $E_\mu$  比例した光

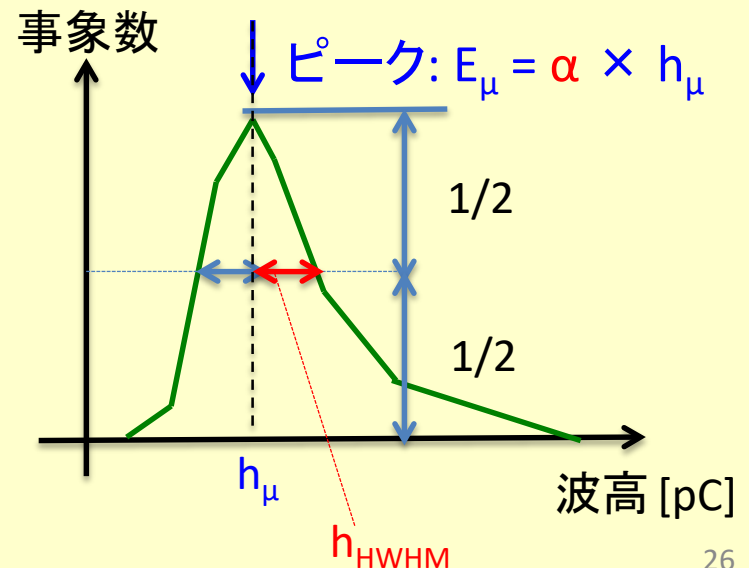
光電子増倍管の光電面で発生する光電子数  $N_{pe}$

$$N_{pe} \propto E_\mu = \alpha \times h_\mu$$

光電子数はPoisson分布する  $\sigma \propto$

$$\sigma \div E_\mu \propto 1/\sqrt{N_{pe}}$$

これから  $E_\mu = 100\text{MeV}$  の時の  
光電子数  $N_{pe}$  を求めよ



# ミュー粒子のフラックス

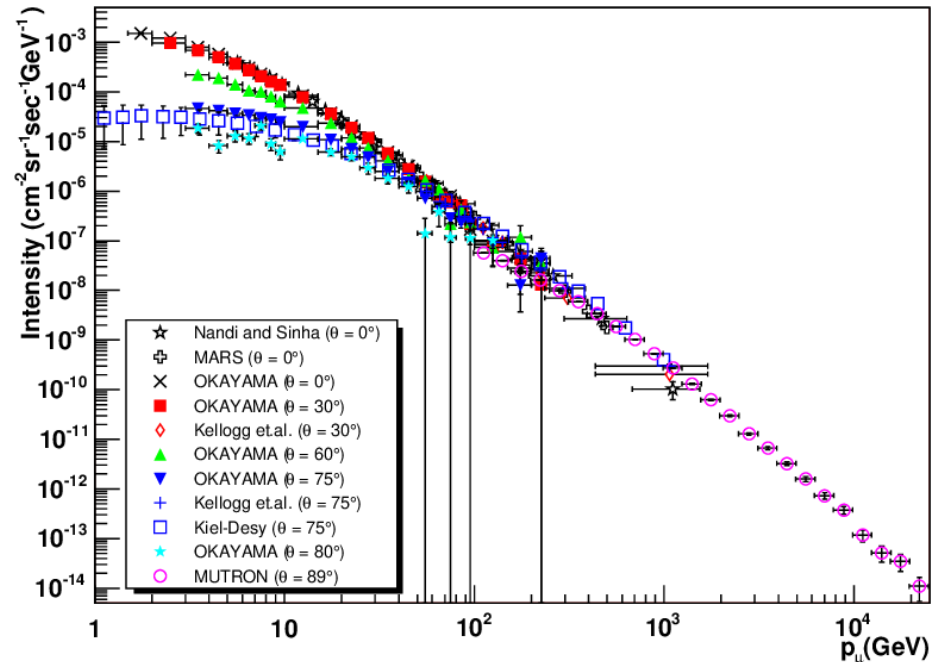
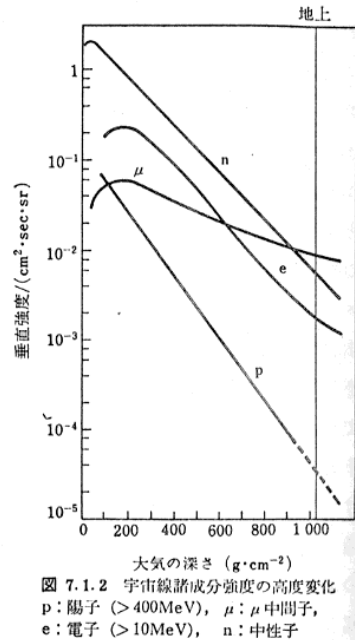
# 宇宙線とは？ (cosmic ray)

- 地球外から飛来する粒子(一次宇宙線)
  - 90%が水素原子核(陽子)
  - 大気中の窒素原子核や酸素原子核等を破壊して二次宇宙線を生成
    - ミュー粒子やニュートリノも作られる
- 1秒間に1平方メートルあたり約1000個
- 典型的な宇宙線 $\mu$ 粒子のエネルギーは、**1~100 GeV**程度(解析で少し使うので覚えていてください)

# 粒子のフラックスとは？

垂直成分のフラックス

地表でのエネルギー分布



<https://www.icrr.u-tokyo.ac.jp/~morim/CR-Physics/Image2.gif>

<https://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/0604145>

- ミュー粒子の寿命  $\tau \times \text{光速} \doteq 660\text{m}$
- エネルギーが高く、ローレンツ因子  $\gamma$  で走行距離が伸びたものが地表に達する

# 粒子のフラックスとは？

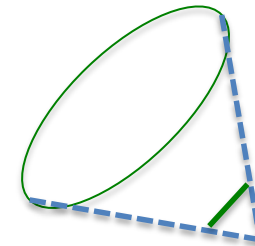
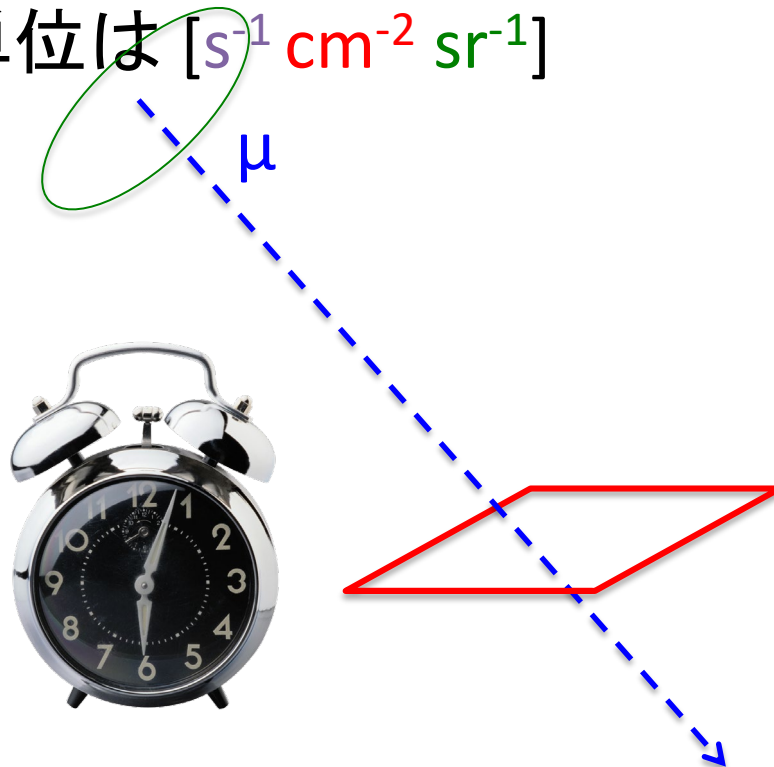
- フラックス (流量) とは

- フラックスとは、

**単位面積**を**単位時間**・**単位立体角**あたりに  
通過する粒子の量。

- ヒント: 単位は  $[s^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ sr}^{-1}]$

単位立体角：  
単位球(表面積 $4\pi$ )から表面積1を切り取る円錐の頂角

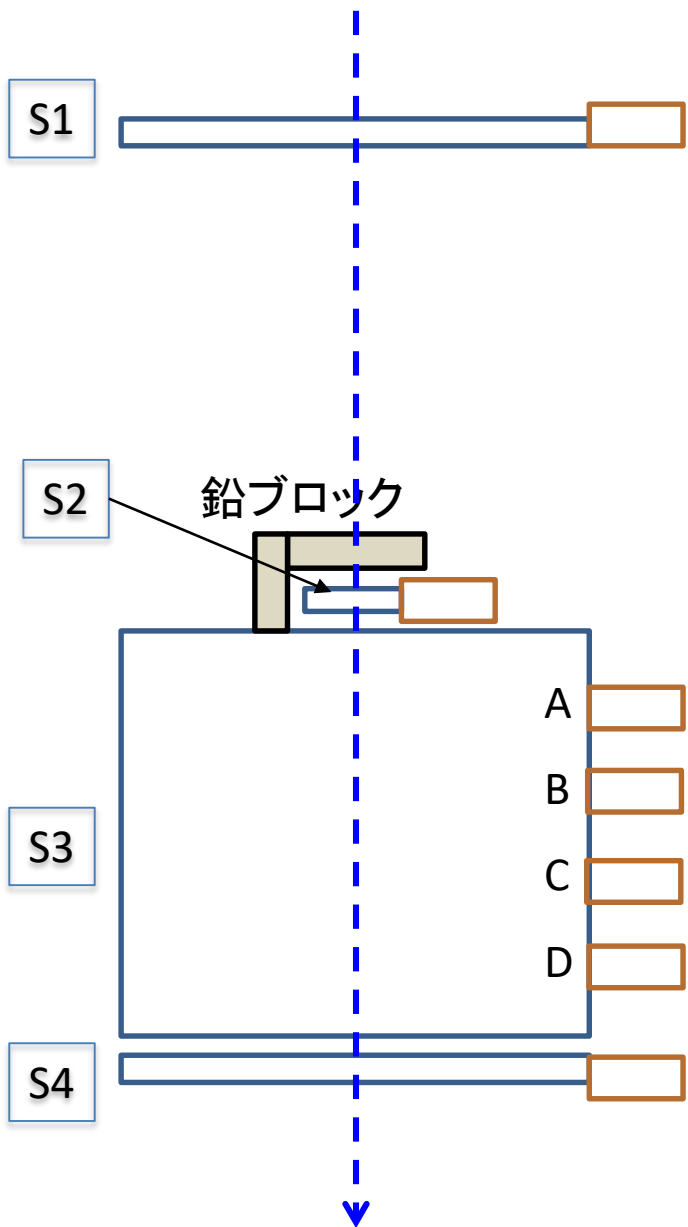


宇宙線ミュオン粒子

# フラックスの測定 (実験2のデータ)

テキスト  
3 実験2

フラックスの測定は  
つきぬけ $\mu$ (実験2,  $s_1$   $s_2$   $s_3$   $s_4$ )  
の数と測定時間を用いて行う

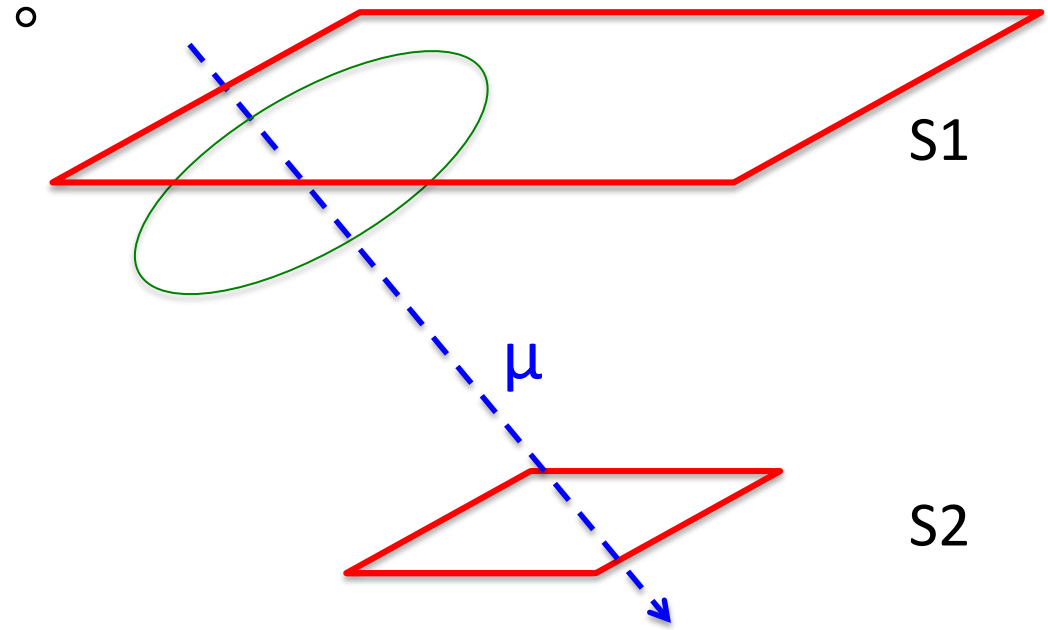
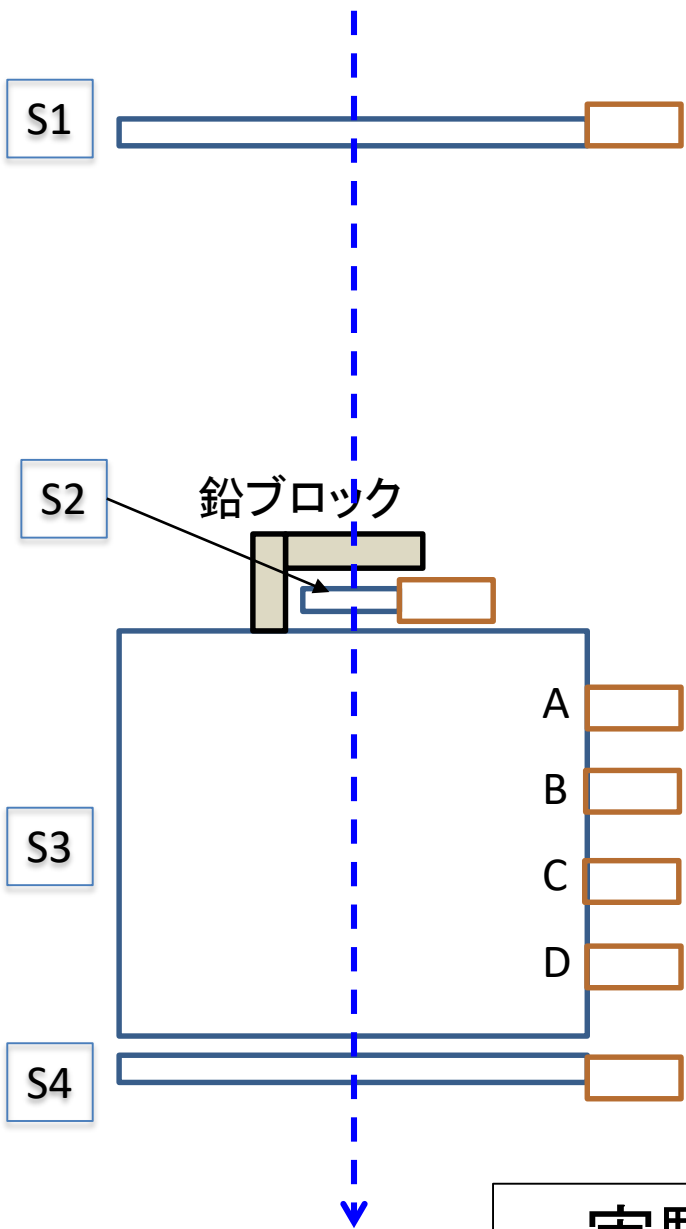


宇宙線ミュオン粒子

# フラックスの測定 (実験2のデータ)

テキスト  
3 実験2

フラックスの測定は  
つきぬけ $\mu$ (実験2,  $s_1 s_2 s_3 s_4$ )  
の数と測定時間を用いて行う



実験装置の立体角を測定しよう。(p7)



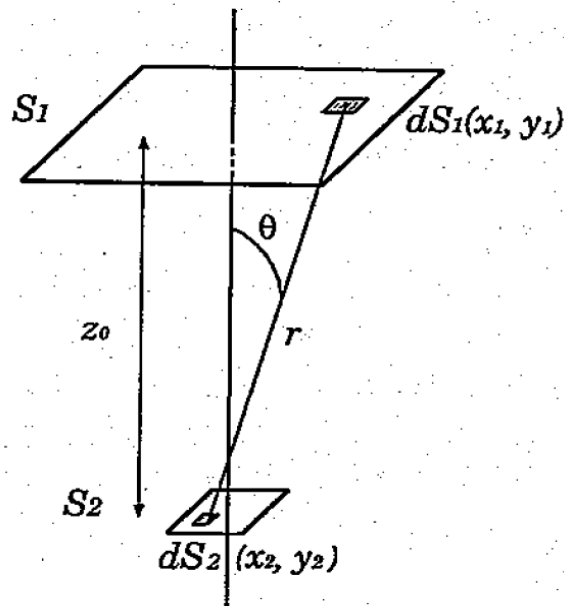
# データ解析2

# (有効面積 $S$ ) × (立体角 $\Omega$ )の計算

$$S \cdot \Omega = \int_S \int_{\Omega} f(\cos\vartheta) \cdot dS \cdot d\Omega$$

- $\vartheta$  : 入射粒子の天頂角
- 地表におけるミュー粒子の天頂角分布  $f(\cos\vartheta) = \cos^2\vartheta$

- $dS \cdot d\Omega = \frac{dS_1 \cos\vartheta \cdot dS_2 \cos\vartheta}{r^2}$ 
  - $r^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + z_0^2$
  - $\cos\vartheta = \frac{z_0}{r}$



# (有効面積 $S$ ) × (立体角 $\Omega$ )の計算

$$S \cdot \Omega = \int_S \int_{\Omega} f(\cos\vartheta) \cdot dS \cdot d\Omega$$

- 実際の計算は以下になる。

$$S \cdot \Omega$$

$$= dS_1 \cdot dS_2 \cdot \sum_{x_1} \sum_{x_2} \sum_{y_1} \sum_{y_2} \frac{z_0^4}{r^6}$$

$$= dS_1 \cdot dS_2 \cdot \sum_{x_1} \sum_{x_2} \sum_{y_1} \sum_{y_2} \frac{z_0^4}{\{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + z_0^2\}^3}$$

1.分割無し、2.四分分割で、計算を行う。

# 実験操作

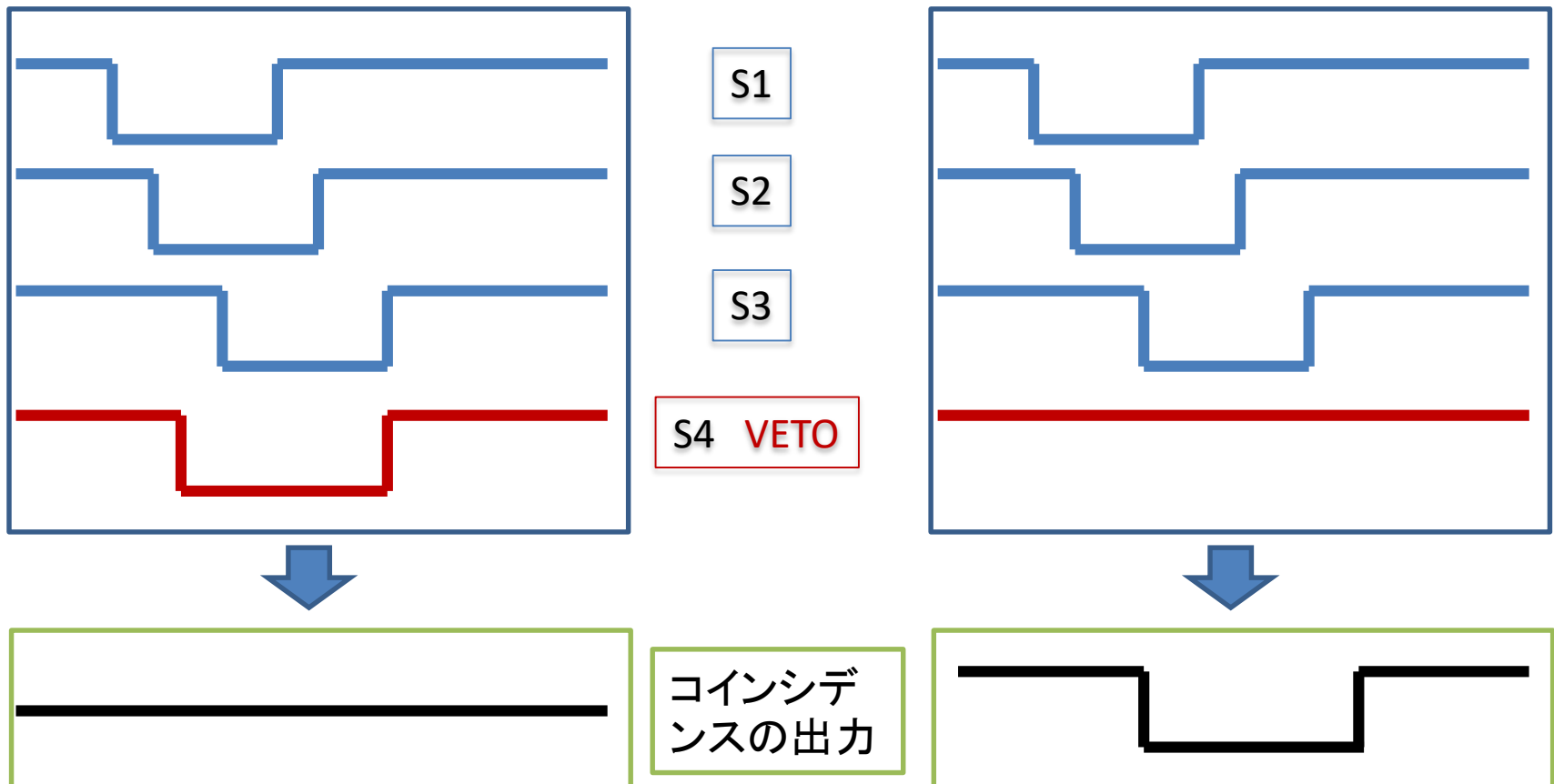
# 実験操作

テキスト  
p.11~12

- (ア) 実験2 の停止
- (イ) シングルレートの測定 (S1, S2, S3, S4)
- (ウ) コインシデンスを調整し、様々なパターンでのレートを測定し、ホワイトボードに書く。
  - S1・S3
  - S1・S4
  - S1・S3・S4
  - S1・S2・S3・S4
  - S1・notS3・S4

# コインシデンス: VETOの機能

- VETO入力がある間、出力を抑制する
- VETOのタイミングに漏れがないかどうか要確認



# 実験操作

テキスト  
p.11~12

- (エ)実験1パターンでのレートを計算し、ホワイトボードに書く。
  - S1・S2・S3・notS4
- (オ) 測定データ解析1
  - 実験2のデータを解析し、  
PC(個人のノート)に、測定データをコピー
  - 電荷( $h_\mu$ )分布のグラフをPCの表計算ソフトで作成する。
    - エネルギー( $E$ )の較正定数( $\alpha$ )を求める
    - 半値半幅を用いた、エネルギー分解能を求める(単位:%)

# 実験操作

テキスト  
p.11~12

- (カ)測定データ解析2
  - 有効面積×立体角を計算する。
  - フラックスを計算する。